Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-365152-p0001-2

00/
1 Sp

Tom. 14

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-365152-p0002-8

55.

DISSERTATIO ALGEBRÄICA
DE

RADICUM EXTRACTIONIBUS,

QUAM

PRÆSIDE

DN. BERNHARDO ALBINO,
PHILOSOPH. ET MEDIC. DOCT.
hujusq; PROFESS. ORDINARIO,

PATRONO & PRÆCEPTORE SUO
OMNI OBSERVANTIÆ CULTU
PROSEQUENDO,

Placido eruditorum Examini exhibebit
GUSTAVUS DANIEL Lipstörp/
Stadâ Bremensis,
Calend. DECEMBR. ANNI MDCLXXXIII.

Francof. ad Oderam,
Typis CHRISTOPHORI ZEITLERI.

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-365152-p0003-3

SÆpe sæpius tacitus Ingeniosissimi Gallorum, Illustris Renati Des Cartes, dum in Philosophicos ejus amœnissimos exspatior campos, fui admirator, licèt enim Metamorphosi Ovidianâ nihilo plus veritatis haberent, stupendum tamen tanta ordinis concinnitas & mechanica tot phœnomenorum explicatio redolent ingenium. Persvaserat ille mihi rem nullam æquabilius inter homines esse distributam, quàm bonam mentem, & rectam rationem naturâ æqvalem omnibus nobis innatam esse. Cum verò maximam eruditorum partem vix subtilissima ejus, quæ reliquit, placita asseqvi animadverterem, sub initio statim illum falsitatis arguissem, nisi confestim addidisset, non sufficere ingenio pollere, sed eodem rectè uti palmarium esse. Cum naturâ scire omnes desiderent, hinc methodum ipsius rectè utendi ratione dum attentius evolvo, videbatur mihi aliquid humani passus, quando scribit: *Ac revera dicere ausim, pauca illa præcepta, qvæ selegeram, accuratè observando tantam me facilitatem acqvisivisse ad difficultates omnes, circa quas illæ duæ scientiæ* (Analysin Geometricam & Algebram intellige) *versantur, ut intra duos aut tres menses, qvos illi studio impendi, non modo multas qvæstiones invenerim, quas ante difficillimas judicaram, sed etiam tandem eò pervenerim, ut circa illas ipsas, qvas ignorabam, putarem me posse determinare quibus viis & qvousq; ab humano ingenio solvi possent.* Sed dum ipsius Geometriam accedo, occurrit qvæstio Pappi, quam Euclides resolvere inceperat, Appollonius continuaverat, sed quam nemo Mathematicorum hucusqve perfecerat, penitus ab ipſo ſoluta; occurrit generalis modus ducendi lineas rectas, qvæ lineas curvas ad rectos angulos in qvibusvis ipſarum punctis ſecent; qvod inventum mirabile, uti poſt mortem illius conſtitit, annô ætatis decimo octavo, 11. Novembr. ope hujus methodi invenit; ut infinita taceam alia. Qvot enim in Geometria lineæ, tot ſunt perennia ſtupendi acuminis monumenta. Evanuit jactantiæ opinio, qvam de ipſo ferè conceperam, & ſi unquam ante hac jam certè mirabar ingenium, qvod non ſolùm talem invenire methodum, ſed etiam eâ uti felicibus adeò auſpiciis potuerit. Et verò cum maxima hominum pars ſapientiæ ambiat titulum, iis inprimis, qvibus Philoſophia cordi eſt, ut nihil falſi ſentiant, aut non ſatis explorata defendant, incumbere facile mihi perſvaſi, atqve adeò ante omnia huic methodo asſuefieri debere ingenia, ut majori facilitate omnes qvæſtionum difficultates percurrere posſint. Cum ab algebräicis ad alias tranſtulerit ſcientias methodum, hâc in iis uti decrevi; & cum ad ſumma ſtatim eniti non liceat, ipſaq; methodus velit, ut â facilioribus initium fiat, mecum ſtatui de Radicum Extractione pauca fari, in ſublimioribus enim fruſtra aliquid tentaveris ſine his; non minùs tamen hæc atqve illa animum attentum & mathematicas, id eſt, diſtinctas requirunt demonſtrationes.

THES. I.

CUm animadverterent Mathematici numeris incommenſurabilium qvantitatum rationes exprimi non poſſe, ſpecies rerum per Alphabeti literas deſignarunt, iisqve fuere uſi ad omnes res, qvæ aliqvam inter ſe habent rationem: omnes operationes, uti in Arithmetica vulgari, ad additionem, ſubtractionem, multiplicationem, diviſionem atqve radicum extractionem reducendo. Sed cum in additionis ſumma pluribus qvantitatibus, ſubtractione verò differentiæ datarum qvantitatum, qvantitates æqvales poni debeant, id verò in literis a & b fieri neqveat, facile apparet, illas nec addi, nec ſubtrahi poſſe, fieri tamen debet; indicant igitur illud ſignis + & —, adeo

adeo ut summam a & b per $a + b$, differentiam verò per $a - b$ exprimant, qvæ tamen veræ neq; additiones, neq; subtractiones sunt, non secus ac quis dicat 4 & 5 summā esse quatuor & qvinqve, sed saltem signa sunt additionem & subtractionem fieri debuisse. Idem in multiplicatione, qvæ brevis saltem additio est, obtinet, ejus qvippe ope qvævis qvantitas toties quoties altera continet unitatem sibi additur; non verò constat, qvoties a vel b in se contineat unitatem, nec ergo multiplicari potuerunt, adeoqve multiplicationem fieri debuisse literarum juxta se invicem positione indicant, unde a multiplicatum per b fit ab. Divisionis dispar ratio non est, debet in ea inveniri qvantitas, qvæ toties in se contineat unitatem, qvoties in dividendo continetur divisor, eadem igitur qvæ in multiplicatione obstat ratio, qvò minùs fieri possit, indicant ergo illam lineolà interjectà subscripto divisore $\frac{a}{b}$. Calculus hic alphabeticus id habet commodi, ut cujuslibet problematis literalis solutio problema solvat & simul universalem suppeditet regulam.

Thes. II.

Aliter in radicum extractionibus, sive dum unas, duas, tres, qvatuorve medias proportionales inter unitatem & lineam datam invenire volumus, operari debemus. Id qvidem non adeo difficile est factu in numeris qvadratis, cubis &c. ex unius numeri in se ductu oriundis, sed ubi radix ex pluribus constat, res difficillimæ demonstrationis esse videtur. Dato qvadrato 49, facile invenio ipsius radicem esse 7, cum si esset 8 ad 64, si verò 6. saltem ad 36. ascenderent; sed inter 36. & 64. medius est 49, uti inter 6 & 8 medius est 7, aut igitur 7 est radix 49, fractus quippe aliqvis esse nequit, quia nullà multiplicatione qvadraticà fractus unquam ad integrum ascendet, aut 49 non erit qvadratus. Res perinde se habet in cubo, v. g. 343 cujus radix est 7, si enim esset 6, foret saltem 216, si verò 8, foret 512, cum igitur 343 cubus sit, radix necessario erit 7. Zenzizensi 2401 eodem modo invenitur radix vel cosa 7, illa enim si foret 6, saltem esset 1296, si verò 8, tunc ad 4096 ascenderet. Atqve id obtinet in Sursolido, Zensicubo, Bissurdesolido, Zenzizenzenso &c. cum qvibus tamen paulatim difficultas accrescit. In literis res illa planior est, facile enim apparet a esse radicem qvadratam aa, cubicam a^3, Zenzizensam a^4, Surdesolidam a^5, Zensicubicam a^6, Bisſurdeſolidam a^7, Zenzizenzenſam a^8 &c. Sive eos numeros bis, ter, qvater, qvinqvies &c. ex *a* in ſe ducto eſſe ortos.

Thes. III.

Difficilius multò eſt, cum plurium characterum radix extrahenda venit, ceſſabit tamen illa difficultas, ſi qvomodo è ſuis radicibus illi numeri gignantur inſpexerimus, conſtet igitur radix è duobus characteribus *a* & *b*. Ita ut $a + b = 54$ ſit radix:

$a + b$	54
$a + b$	54
$aa + 2ab + bb$	2916
$a + b$	54
$a^3 + 3aab + 3abb + b^3$	157464
$a + b$	54
$a^4 + 4a^3b + 6aabb + 4ab^3 + b^4$	80503056
$a + b$	54
$a^5 + 5a^4b + 10a^3bb + 10aab^3 + 5ab^4 + b^5$	459165024.
$a + b$	54 (4911296.
$a^6 + 6a^5b + 15a^4bb + 20a^3b^3 + 15aab^4 + 6ab^5 + b^6$	.2479-

Calculus ille Algebräicus primo intuitu docet, in quadrato ad minimum tres, cubo qvatuor, qvadratoqvadrato qvinqve, ſurſolido ſex, qvadratocubo ſeptem characteres reqviri, ut radix habeat duos; indeq; vice versâ duos, tres, quatuor, quinq;, ſex, ſeptem characteres in qvadrato, cubo, qvadratoqvadrato, relato primo, cubizenſo unicum exhibere radicis characterem; Qvod clarius erit ſi 10 qvadraticè, cubicè &c.

10 multiplicem. Qvæ ratio eſt, cur arithmetici in binos, ter-
10 nos, qvaternos &c: pro radice qvadrata, cubica &c. extra-
100 henda datam qvantitatem velint diſtingvi. Et hoc qvidem
10 in numeris non apparet, quod in iis veræ factæ ſint mul-
1000 tiplicationes & additiones ſecus ac in literis, utpote in
10 qvibus, qvid fieri debuiſſet, ſaltem indicatur. Patet ſi-
10000 mul è qvadrato $aa + 2ab + bb$ qvomodo, *qvod in*
10 *omni parallelogrammo complementa eorum, qvæ circa*
100000 *diametrum ſunt, parallelogrammorum ſint inter ſe*
10 *æqvalia*, qvæ 43 primi eſt: *& quod ſi recta linea ſe-*
1000000 *cta ſit utcunque, qvadratum quod à tota deſcribitur*
æquale

æquale sit & illis, quæ à segmentis describuntur qvadratis, & ei quod bis sub segmento comprehenditur rectangulo, qvæ qvarta secundi est, à priori invenerit Euclides, quas à posteriori non sine imaginationis defatigatione demonstrant Mathematici.

Thes. IV.

EXtrahatur radix qvadrata ex 2916, qvod qvadratum cum qvatuor constet characteribus, radix ex duobus composita erit, dividatur igitur per binos characteres, & priores duo 29 a, posteriores verò 16 dabunt b, totaqve radix erit $a + b$, cujus qvadratum $aa + 2ab + bb = 2910$. Qværatur maximum in 29 quadratum, qvod est $25 = aa$ cujus radix est $5 = a$, subtracto 25 ex 29 restat 4, eritq; $416 = 2ab + bb$. Ut jam incognita qvantitas b inveniatur, necesse est, ut per $2a$ dividatur, eâ verò conditione, ut facta divisione restet adhuc qvadratum b. a fuit $= 5$, unde $2a = 10$, per qvod divisus 416, ita ut restet bb, dabit $4 = b$ restabitqve $16 = bb$, & ita ex quadrato 2916 extracta radix erit $54 = a + b$. Quod si verò remansisset numerus minor quâm 16, vel eo major, nec tamen fuisset vel 9, vel 25, vel alius numerus qvadratus, indicio fuisset numerum non esse qvadratum, adeóqve radicem perfectè extrahi non posse. Operatio talis est:

$$\begin{array}{cc|cc}
 & \cancel{4} & & \\
\cancel{2} & \cancel{9} & \cancel{1} & \cancel{6} \\
\hline
 & 5 & 4 & \\
\hline
\cancel{2} & \cancel{5} & \cancel{0} & \cancel{6} \\
 & \cancel{1} & \cancel{1} & \\
 & \cancel{4} & &
\end{array}$$

Thes. V.

DUm verò hac ratione radicem extraho, 5 est radix qvadrati 25, & 50 est radix 2500, restat $416 = 2ab + bb$, quod per $2a = 100$ divisum dat $b = 4$ cujus qvadratum 16. Et hæ Ziphræ hoc unum præstant, ut 25 à 29 subtrahatur, & 10 sub 4 ponatur atqve adeò has Ziphras in operatione addere non solent, perinde tamen est, ac si talis operatio foret: quæ operatio docet, toties qvoties signum + præcedit novam numerorum seriem esse incipiendam; illâqve regulâ in seqventibus utar & Ziphras omittendo cum qvovis signo + novam numerorum ordiar seriem, nec hoc solū in radice qvadrata, sed & cubica &c. qvia par est in omnibus ratio.

$$\begin{array}{cc|cc}
 & \cancel{4} & & \\
\cancel{2} & \cancel{9} & \cancel{1} & \cancel{6} \\
\hline
 & 5 & 4 & \\
\hline
\cancel{2} & \cancel{5} & \cancel{0} & \cancel{0} \\
 & \cancel{1} & \cancel{0} & \cancel{0} \\
 & \cancel{4} & \cancel{1} & \cancel{6}
\end{array}$$

Thes. VI.

Pluribus tamen sæpe quam duobus radix constat characteribus, inde tamen in operatione nulla oritur diversitas, Constet v. g qvinq; ut $a + b + c + d + e = 23542$, erit quadratum

$$\begin{array}{lllll} aa + 2ab + bb & + 2ac + cc & + 2ad + dd & + 2ae + ee & = 554225764. \\ & + 2bc & + 2bd & + 2be & \\ & & + 2cd & + 2ce & \\ & & & + 2de & \end{array}$$

Diviso per binos characteres quadrato, statim apparet, radicem quinqve constare numeris, qværatur in 5 maximum quadratum $aa = 4$, cujus radix est $a = 2$, qvo subducto restabit $154225764 =$

$$\begin{array}{llll} 2ab + bb & + 2ac + cc & + 2ad + dd & + 2ae + ee \\ & + 2bc & + 2bd & + 2be \\ & & + 2cd & + 2ce \\ & & & + 2de \end{array}$$

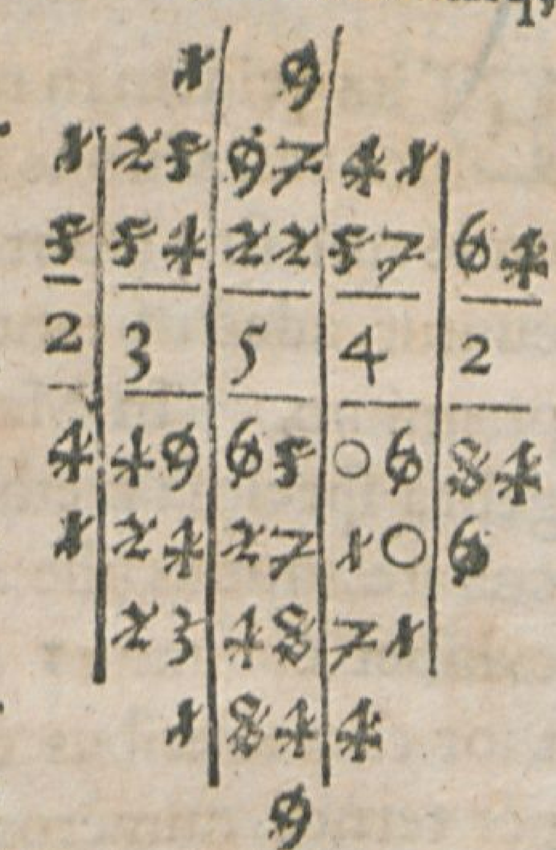
Ad inveniendum b divisio fiat per $2a = 4$, erit quotiens $3 = b$ & $2ab + bb = 129$. Quo subtracto restabit 25225764

$$\begin{array}{llll} = 2ac + cc & + 2ad + dd & + 2ae + ee. \\ + 2bc & + 2bd & + 2be \\ & + 2cd & + 2ce \\ & & + 2de \end{array}$$

Ut c inveniatur fiat divisio per cognitas qvantitates $2a + 2b = 46$, eritqve qvotiens $5 = c$ & $2ac + 2bc + cc = 2325$, qvo subducto erit

$$\begin{array}{lll} 1975764 = & 2ad + dd & + 2ae + ee. \\ & + 2bd & + 2be \\ & + 2cd & + 2ce \\ & & + 2de \end{array}$$

Ut incognitum d inveniatur per cognitas qvantitates $2a + 2b + 2c = 470$ fiat divisio, erit qvotiens $4 = d$ & $2ad + 2bd + 2cd + dd = 18816$, qvo subducto remanebit $94164 = 2ae + 2be + 2ce + 2de + ee$. Qvæ dimensiones omnes cum sint per cognitum e multiplicatæ, illud inveniendum est dividendo per cognitas $2a + 2b + 2c + 2d = 4708$ eritqve $2ae + 2be + 2ce + 2de + ee = 94164$, facta videlicet multiplicatione per $2 = e$; qvô denuò subtractô tracto restat nihil, indiciô radicem esse perfectè extractam, numerumq; fuisse qvadratum. Operatio talis est:



Operosum tamen valde foret singulis vicibus è totidem radicibus qvadratum in literis componere, sicqve multo magis tædiosum foret semper talem construere regulam, qvàm illam vulgarem addiscere. Facile tamen & illo supersedere poterimus labore, si quid in illa regula fiat paulisper dispiciamus. Videlicet $2\,a$ fuimus usi ad b inveniendum, & $2\,a + 2\,b$ ad inveniendum c, ut verò d inveniremus per $2\,a + 2\,b + 2\,c$ divisimus, & ut deniq; quantitas e nobis constaret, idem per $2\,a + 2\,b + 2\,c + 2\,d$ omnino fecimus, adeò, ut semper duplo radicis jam inventæ invenerimus qvantitatem incognitam. Sufficiet igitur simplex qvadratum $aa + 2\,ab + bb$, si illo ex dictorum tenore ad finem perducto omnes inventos radicis numeros appellemus a, & omnes residuos numeros sumamus æqvales $2\,ab + bb$. v. gr. sit $20857489 = aa + 2\,ab + bb$. Lineolis distincto qvadrato in 20, erit $aa = 16$ & $a = 4$, qvo more solito subducto erit $4857489 = 2\,ab + bb$, factâ divisione per $2\,a = 8$ erit qvotiens $5 = b$ & $2\,ab + bb = 425$, factâ subtractione erit $60748 = 2\,ab + bb$. Sit jam uterqve radicis numerus $45 = a$, erit $2\,a$, cujus ope b inveniendum, $= 90$ & quotiens divisione inventus $6 = b$, & $2\,ab + bb = 5436$, cumqve jam amplius nihil restet, ad finem perductâ regulâ fiat subtractio, & erit $63889 = 2\,ab + bb$. Tres radicis numeri $456 = a$ sint, & erit $2\,a = 912$, qvo facta divisione erit qvotiens $7 = b$, & $2\,ab + bb = 63889$, qvo subtracto restabit nihil perductâ ad finem operatione. Quod cum in literis fiat, & pro illis qvilibet pro lubitu numerus assumi possit, illa regula erit universalissima. Cum etiam idem in cubis, qvadratoqvadratis &c. demonstrari possit, sufficiet v.g. cubus ex duobus characteribus $a + b$ factus, ut eodem modo det regulam brevissimam & universalissimam. Patet jam theseos primæ assertum, calculum algebräicum hoc habere commodi, ut non solùm problema solvat, sed etiam regulam generalem suppeditet.

Thes. VII.

Et ita qvidem in radicis qvadratæ extractione obtinet, nec alius in cubica extractione fit processus, nisi qvod aliqvanto videatur intricatior, unde non sine labore eum juniores addiscunt & facillimè denuo obliviscuntur, adeò ut tanti laboris subitaneâ oblivione vix aliud videatur esse præmium. In Mathesi tamen freqventioris usus est, exhibet verò Algebra speciosa methodum, cujus ope & facile addisci, nec majori difficultate modus ille retineri potest. Cubicè in se ducta radix $a + b$ exhibet cubum $a^3 + 3aab + 3abb + b^3$, qui cum constet qvatuor characteribus & terni qvivis unicum numerum exhibeant radicis, per ternos numeros distingvendus erit & radix erit duorum numerorum. Sit cubus v. g. $157464. = a^3 + 3aab + 3abb + b^3$. Qvo ita ordinato maximus cubus a^3 qværendus est in 157, qvi si fiat à latere 6, foret 216 adeoqve major: si à latere 4, foret 64 nimis parvus: à latere 5 fiet 125 maximus qvi est in 157, adeoqve $= a^3$. Factâ subtractione erit $32464 = 3aab + 3abb + b^3$. Dividendo per $3aa = 75$ invenietur incognitum $b = 4$, eritqve $3aab = 300$, adeoqve factâ subtractione $2464 = 3abb + b^3$, quod indicat adhuc multiplicari debere $3a = 15$ per $bb = 16$, adeò ut $240 = 3abb$, illiqve si addatur $b^3 = 64$ fore $3abb + b^3 = 2464$, id est radicem cubicam esse perfectè extractam. Operatio talis:

$$\begin{array}{r|l}
\cancel{3}\cancel{2} & \\
\cancel{1}\cancel{5}\cancel{7} & 4\cancel{6}\cancel{4} \\ \hline
5 & 4 \\ \hline
\cancel{1}\cancel{2}\cancel{5} & \cancel{5}\cancel{0}\cancel{4} \\
3\cancel{7} & \cancel{0}\cancel{6} \\
\cancel{0} & \cancel{4} \\
\cancel{2} &
\end{array}$$

Thes. VIII.

Constet cubus pluribus radicibus, fiat v. g. cubus à latere $a + b + c = 465$, eritqve

$$\begin{array}{llll}
a^3 + 3aab + 3abb + b^3 & + 3aac & + 3acc & + c^3 \\
 & + 6abc & + 3bcc & \\
 & + 3bbc & &
\end{array}$$

$= 100544625$. Diviso per ternos numeros cubo maximus cubus in 100 qværendus, eritqve $a^3 = 64$ & $a = 4$, quo subducto restabit

$$\begin{array}{llll}
36544625 = 3aab + 3abb + b^3 & + 3aac & + 3acc & + c^3. \\
 & + 6abc & + 3bcc & \\
 & + 3bbc & &
\end{array}$$

Pro invenienda qvantitate b, dividatur per $3aa = 48$, & erit qvotiens $6 = b$ eritqve $3aab = 288$, & $3abb = 432$, & $b^3 = 216$, adeoqve

qve $3aab + 3abb + b^3 = 33336$. Ut Porro qvantitas c inveniri qveat, fiat prius ſubductio eritq; $3208625 = 3aac + 3acc + c^3 + 6abc + 3bcc + 3bbc$ & hoc facto difidatur per $3aa + 6ab + 3bb = 6348$, erit qvotiens $5 = c$ & $3aac + 6abc + 3bbc + c3 = 320625$ atqve ſic cubica radix extracta. Hæc operatio docet, opus non eſſe ut algebräicus cubus ſemper totidem conſtet literis, qvot numeris conſtat cubi numerorum radix, nempe $3aa + 6ab + 3bb$ qvicum ſecunda vice dividendum eſt qvadradum ex $a + b$ multiplicatum per 3 ſive qvadratum ex $4 = a$ & $6 = b$. Appelletur uterque numerus a, illius qvadratum erit aa, qvod per 3 multiplicatum erit $3aa = 3aa + 6ab + 3bb$. Deinde multiplcantur $3a = 12$ & $3b = 18$ per $cc = 25$, ſed antea uterq; numerus a dictus fuit, ergo $5 = c$ erit $= b$, eritqve idem $3a$ per b multiplicatum ac $3a + 3c$ multiplicatum per cc, & c^3 erit b^3. Unde claret regulâ tam prolixâ non opus eſſe, cum $3aab + 3abb + b^3 = 3aac + 6abc + 3bbc + 3acc + 3bcc + c^3$, ſed ſufficere, ſi regulâ ad finem perductâ, diviſio fiat per $3aa$ eodem quo prius modo operando, niſi qvod a tunc ſint omnes radicis numeri inventi & b ſit numerus inveniendus. Quod cum in iis etiam obtineat numeris, qui ad plures dimenſiones aſcendunt eâdem regulâ ſine prævia in ſingulis demonſtratione, ne idem ſæpius fiat, in ſeqventibus utemur. Operatio talis:

Clavis hæc ſeqventis eſt exempli.

```
     3
  36208|
100544|625
 4 | 6 | 5
 648 268 05
 24 134 02
 3 8 334 5
   3 678 6
   3 10
     2
```

a	$= 4$	a	$= 42$
a^3	$= 64$	$3aa$	$= 5292$
$3aa$	$= 48$	b	$= 4$
b	$= 2$	$3aab$	$= 21168$
$3aab$	$= 96$	$3abb$	$= 2016$
$3abb$	$= 48$	b^3	$= 64$
b^3	$= 8$		

$a = 424$
$3aa = 539328.$
$b = 3$
$3aab = 1617984.$
$3abb = 11448.$
$b^3 = 27.$

$a = 4243$
$3aa = 54009147.$
$b = 6$
$3aab = 324054882$
$3abb = 458244$
$b^3 = 216.$

```
        32
      |194 10|
   12 |331422|0 0|
   76 |419346|977|856
   4 | 2 | 4 | 3 | 6
   64|888|264|887|746
  1 4|629|822|404|25
    9|016|938|818|6
    0|536|092|980|8
    2|157|910|97
     |163|705|4
     | 31|910|0
       54
       24
```

THES. IX.

DIstincto per characteres quaternos, qvadratoquadrato $8503056 = a^4 + 4a^3b + 6aabb + 4ab^3 + b^4$ maximum qværatur Q-qvadratum in $850 = a^4$, erit $5 = a$, facta subtractione erit $2253056 = 4a^3b + 6aabb + 4ab^3 + b^4$, Solum restat b, qvominùs omnium sciamus valorem, innotescit illud dividendo per $4a^3 = 500$, & erit qvotiens $4 = b$ & $4a^3b = 2000$, $6aabb = 2400$, $4ab^3 = 1280$, $b^4 = 256$, atqve adeò $4a^3b + 6aabb + 4ab^3 + b^4 = 2253056$, & restabit nihil. Operatio talis est:

```
 225|
 850|3056
   5| 4
 625|0006
 250|285
  04|30
  23
```

Si plurium numerorum fuerit radix facta subtractione regulâ ad finem perductâ, ut $c = b$ inveniatur, rursus fiat initium à $4a^3b + 6aabb$ &c: ut dicet sequens operatio:

1 | |
9 | 1844 |
200 | 0222 | 8663 |
456 | 7678 | 9799 | 2641
4 | 6 | 2 | 3
256 | 6666 | 4426 | 2661
125 | 6154 | 8131 | 654
53 | 1438 | 6453 | 36
88 | 6966 | 1353 | 2
91 | 7878 | 4613 |
3 | 8344 | 3 6 |
7 | 7933 | 8
1 | 8844 |
| 3
| 1

a	$=$	4
a^4	$=$	256
$4a^3$	$=$	256
b	$=$	6
$4a^3b$	$=$	1536
$6aabb$	$=$	$3456.$
$4ab^3$	$=$	3456
b^4	$=$	1296

a	$=$	46
$4a^3$	$=$	389344
b	$=$	2
$4a^3b$	$=$	778688
$6aabb$	$=$	50784
$4ab^3$	$=$	1472
b^4	$=$	16

a	$=$	462
$4a^3$	$=$	394444512
b	$=$	3
$4a^3b$	$=$	1183333536
$6aabb$	$=$	11525976
$4ab^3$	$=$	49896
b^4	$=$	81

THES. X.

EOdem modo evolvendi ſunt reliqvi numeri, qvi plures habent dimenſiones, ſive radix plures habeat numeros, ſive non. Sit v.g. Surſolidum $5718076875776 = a^5 + 5a^4b + 10a^3bb + 10aab^3 + 5ab^4 + b^5$. Operatio talis:

46 | |
328 | 58893 |
571 | 8076875776
3 | 5 | 6
243 | 5005550006
240 | 5577208 | 77
02 | 088156 | 5
70 | 213717 | 7
81 | 10823 |
42 | 2127 |
7 | 5689 |
5 | 08
6 | 5.

a	$=$	3
a^5	$=$	243
$5a^4b$	$=$	405
b	$=$	5
$5a^4b$	$=$	2025
$10a^3bb$	$=$	6750
$10aab^3$	$=$	11250
$5ab^4$	$=$	9375
b^5	$=$	3125
a	$=$	35
$5a^4$	$=$	7503125
b	$=$	6
$5a^4b$	$=$	45018750
$10a^3bb$	$=$	15435000
$10aab^3$	$=$	2646000
$5ab^4$	$=$	226800
b^5	$=$	$7776.$

Nec dissimli ratione in extrahenda radice Zensicubica operamur: Sit exempli caussa 2035635367776256 $= a^6 + 6a^5b + 15a^4bb + 20a^3b^3 + 15aab^4 + 6ab^5 + b^6$. Operatio igitur hæc erit:

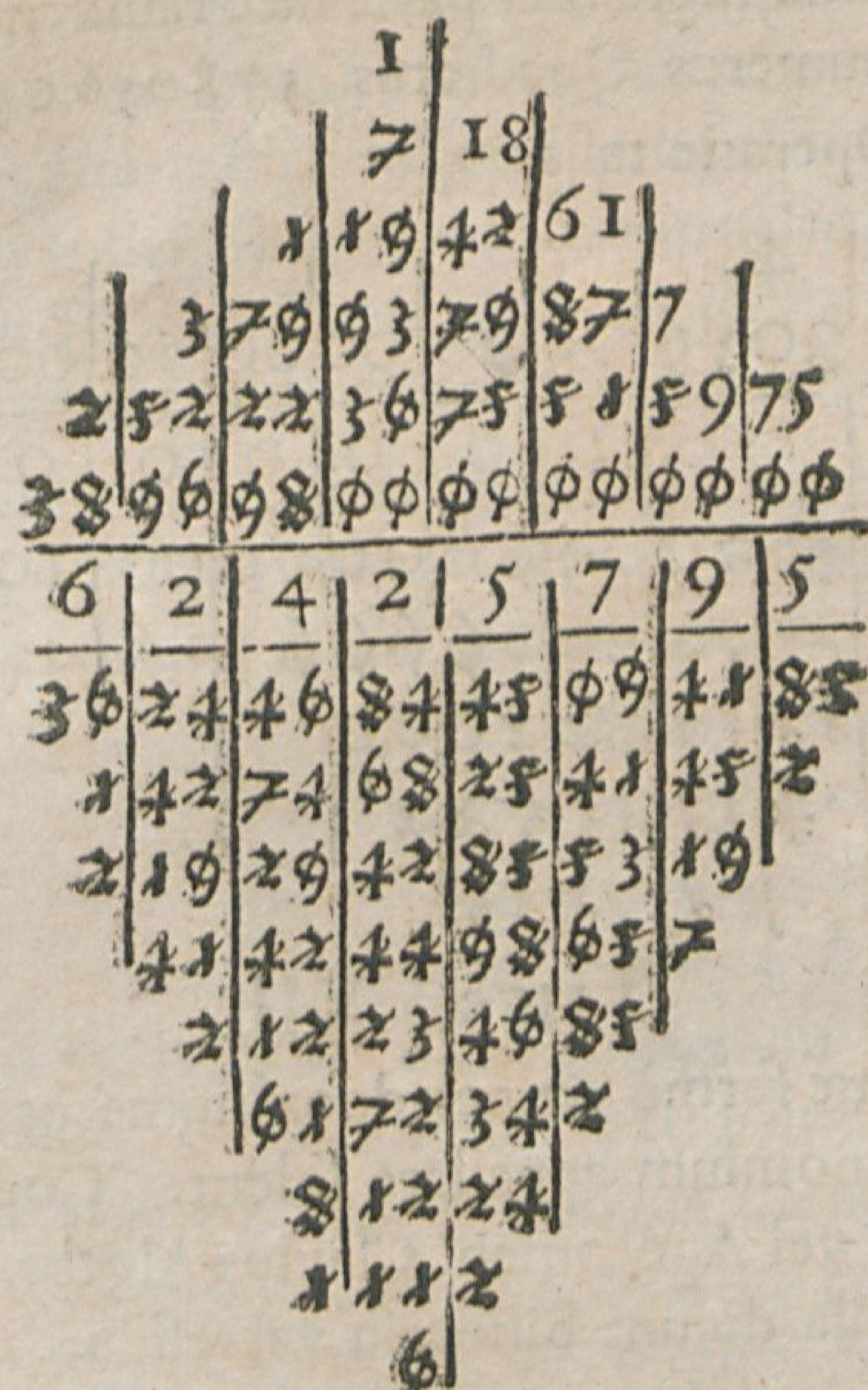
197		
1306	369742	
2035	635367	776256
3	5	6
1729	850505	000006
145	087025	42965
729	750620	7762
032	265155	
100	613726	
138	278142	
89	58232	
91	06774	
9	19	
7	3	

a	=	3
a^6	=	729
$6a^5$	=	1458
b	=	5
$6a^5b$	=	7290
$15a^4bb$	=	30375
$20a^3b^3$	=	67500
$15aab^4$	=	84375
$6ab^5$	=	56250
b^6	=	15625
a	=	35
$6a^5$	=	315131250
b	=	6
$6a^5b$	=	1890787500
$15a^4bb$	=	810337500
$20a^3b^3$	=	185220000
$15aab^4$	=	23814000.
$6ab^5$	=	1632960
b^6	=	46656

THES. XI.

Merè fortuitum est, si quando talis numerus sit quadratus, cubus &c. sæpissime enim radice extractâ remanet aliqvid, cujus radix nec numerus integer, nec fractus esse potest: id igitur operam dabimus, ut veræ quam proxima adinveniatur radix, quod fit reliqvo addendo Ziphras binas, ternas, quaternas &c. numero ex qvo radix quadrata, cubica extrahenda v.g. extracta radice ex 389698. restant 322. Si igitur toti summæ addantur duæ Ziphræ, quadratum fit centuplo majus & radix decuplo, unde radix qvæsita erit $624\frac{2}{10}$. Propiùs ad radicem veram accessurus additis duabus Ziphris denuo extraho radicem

cem, quæ erit 624 $\frac{25}{100}$ & sic continuando fiet illa 624 $\frac{257}{1000}$. 624 $\frac{2579}{10000}$, 624 $\frac{25795}{100000}$ &c. Operatio talis est:



Idem obtinet in radice cubica, extractâ è cubo 15896 radice 25 restabunt 271, cui tres addo Ziphras, quod tres Ziphræ in cubo unum dent in radice characterem, eritqve radix 25 $\frac{1}{10}$, 25 $\frac{14}{100}$ &c. Operatio talis:

Si

Si verò eveniat, ut additis aliqvot Ziphris, numerator tamen nihil ſit, indicium eſt priorem radicem adeò parum à vera abeſſe, ut ne vel milleſima pars deſit, & ſic vix fieri poſſe, ut numerator ſit aliqvid, aliàs ad minimum una milleſima parte hæc radix major foret, uti in exemplo addito numerus Quadratus 57805609 10. Radicem dat $7603\frac{0}{100000}$. Operatio talis

Thes. XII.

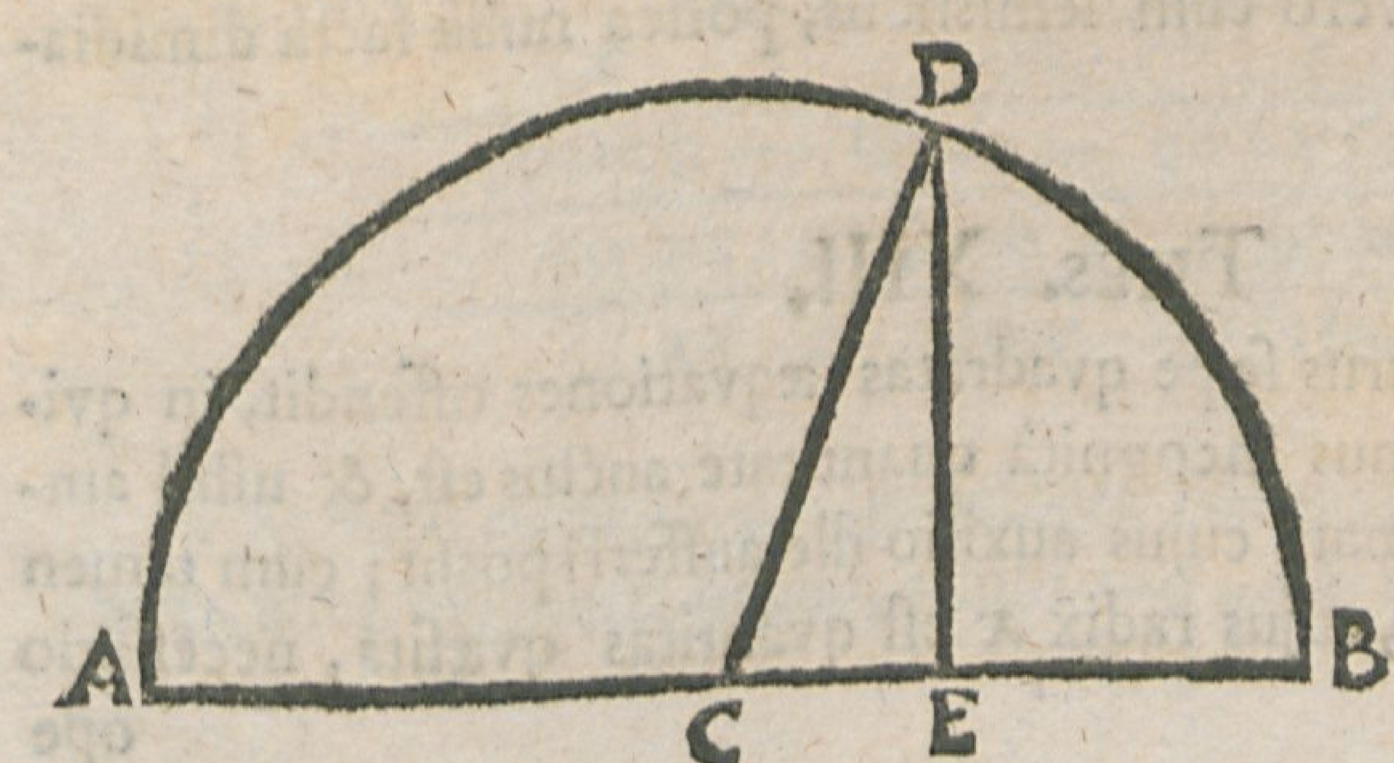
Scriptores Algebræ fermè omnes duos numeros quosvis copulatos per ſignum + Binomium appellare ſolent. Copulatos verò per ſignum — Reſiduum vel Apotomen. Clavius Algebr. cap. 27. Plurimi verò ſecuti Euclidem illa dicunt binomia vel reſidua, quando numeri illi copulati ſunt rationales ſolùm potentiâ commenſurabiles, licet vel alteruter vel uterque ſit ſurda radix. Quemadmodum enim diviſio imperfecta fractionibus dat originem, ita cum è quantitatibus radicem non habentibus radix extrahi debet ſurdæ oriuntur quantitates. Quæ cum quotidie in æquationibus occurrant, illæque ope extractionis radicis ſint reducendæ, modus ex iis extrahendi radicem Qtam variis ab Algebræ ſcriptoribus traditus eſt regulis. Sequentem habet Er. Bartholinus in introductione ad Geometriam Carteſ. *Subductis quadratis partium dati Binomii à ſe invicem, ſi radix quadrata reliqui ad partem majorem addatur & ab eadem auſferatur, erunt radices quadratæ ex ſemiſſe ſummæ & differentiæ per ſignum + vel — dati Binomii connexæ, binæ partes radicis quæſitæ.* Aliam non contemnendam habet ch. Clarius Algebr. cap. 28. *Ex quarta parte differentiæ qvadratorum utriusq; nominis erue radicem quadratam. Hanc enim ſi ſemiſſi majoris nominis adjicies & ex ſumma radicem erues, procreabis*

prio-

priorem particulam qvæsitæ radicis. Et si eandem hanc summam ex majori nomine detrahes, dabit relicti radix quadrata posteriorem radicis quæsitæ particulam. Utriusque igitur particulis per signum + aut — copulatis, totam radicem desideratam habebis. Sciendum est, qvod hæc radix non posit esse simplex aut rationalis aut irrationalis, è rationali enim radice non nisi productum rationale oriretur, nec irrationalis qvantitas in se ducta irrationalem vel binomiam dabit quantitatem, unde & radix hujus binomii duabus constabit partibus, qvarum altera sit irrationalis, qvippe si utraq; esset rationalis productū necessariò foret rationale. Nullâ meliori viâ in naturæ rerum cognitionem devenire possumus, quàm si illarum primordia consideremus, qvadretur igitur à radice $3 + \sqrt{6}$ binomium, erit id $15 + \sqrt{216}$. Ubi

$$\begin{array}{c} 3 + \sqrt{6} \\ \hline 9 + 6 \\ \sqrt{54} + \sqrt{54} \\ \hline 15 + \sqrt{216} \end{array}$$

apparet binomii partem majorem esse compositam ex utroqve partium radicis qvadrato scil. 9 & 6. Minorem verò partem constare è rectangulo illarum partium bis sumto scil. $3\sqrt{6}$ per $\sqrt{4}$ multiplicato. Cum igitur extrahenda venit radix ex $15 + \sqrt{216}$, illam debere constare è duobus numeris, qvorum summa quadratorū faciat 15. & productum $\sqrt{54}$. omnino patet. Evidens enim est, qvadratum partis majoris se habere ad rectangulū ipsarum partium, uti ipsum rectangulum se habet ad qvadratum partis minoris, adeoq; esse tres numeros continuè proportionales, v. g. uti $aa : ab : ab . \frac{aabb}{aa}$ s. bb. erit $aabb = aabb$. *Si enim sub extremis comprehensum rectangulum æqvale sit ei quod à media describitur quadrato, illæ tres lineæ proportionales erunt. Euclid. lib. 6. prop. 17.* Id igitur agendū est ut tres continuè porportionales inveniamus numeros, qvorum extremorum summa sit 15. & medius $\sqrt{54}$. Id ut fiat, ponatur AB = 15, & erit AC = CD. = CB = $7\frac{1}{2}$ & qvadratū CD = $56\frac{1}{4}$, à qvo si subtrahatur qvadratum



dratum DE $= 54$, erit qvadratum CE $= 2\frac{1}{4}$ & CE $= 1\frac{1}{2}$ cui radici si AC semissis partis majoris addatur, erit AE $= 9$, primus numerus sive qvadratum, cujus radix est 3 pars major. Deinde etiam subtrahahatur radix CE $= 1\frac{1}{2}$ à semisse partis majoris AC $=$ CB. restabit 6 cujus radix erit $\sqrt{6}$, pars radicis minor, qvæ signo $+$ conjuncta dabunt binomium $3 + \sqrt{6}$ qvæsitum. Si jam probè contemplemur operationem qvam fecimus, ut inveniremus tres continuè proportionales, qvorum extremorum summa sit 15, claret, nos subtraxisse qvadrata dimidiarum partium ab invicem è reliqvo extraxisse radicem, illamq; semissi partis majoris & addidisse & ab ea subtraxisse & radicem summæ dedisse priorem, reliqvi vero radicem posteriorem radicis partem, qvæ partes postea junctæ signo $+$ vel $-$ dedere radicem qvæsitam, adeò ut inventio modo traditarum pateat regularum. Operatio talis *AB* $15 + \sqrt{216}$

Juxta Regulam Cartesii

AC, CB, CD $= \frac{15}{2}$
Quadrat. CD $\frac{225}{4}$ $\Big\}$ S
Qvadrat. DE 54
Qvadrat. CE $\frac{9}{4}$
Rad CE $\frac{3}{2}$ $\Big\}$ A
AC $\frac{15}{2}$
Sum. AE $\frac{18}{2}$ f. 9. Primus numerus seu qvadratum cujus radix 3. Pars major.

CB $\frac{15}{2}$ $\Big\}$ S
CE $\frac{3}{2}$
6. Tertius numerus seu Quadratum cujus radix 6. pars minor.

Venitq; radix qvæsita $3 + \sqrt{6}$. Q.E.F.

$86 + \sqrt{1620}$
7396
1620
5776
76

86	86
80	76
162	10
81	$+\sqrt{5}$
9	

$9 + \sqrt{5}$
$9 + \sqrt{5}$
$81 + 5$
$\sqrt{405} + \sqrt{405}$
$86 + \sqrt{1620}$.

Notandum enim in duobus hisce operandi modis nullam esse differentiam, in posteriori enim cum integris operamur, posteaqve dimidiamus, in altero verò cum semissibus, postea nullâ factâ dimidiatione.

Thes. XIII.

PRoblemata resoluturus sæpe qvadratas æqvationes offendit, in qvibus secundus terminus incognitâ quantitate auctus est, & nihil amplius restat in problemate cujus auxilio ille aufferri possit; cum tamen æqvetur qvadrato xx, cujus radix x est qvantitas qvæsita, necessario

ope

ope extractionis radicis ad ſimpliciorem reduci debet, qvo terminus ille incognitus evaneſcat valorqve radicis x appareat. Æqvationum illarum tres poſſunt dari caſus. Ut vel $xx = ax + bb$, vel $xx = ax - bb$, vel $xx = -ax + bb$. Uti ſeqventia exempla Arithmetica, quibus, tum, quia Typographus figuras Geometricas non habet, tum quia ſunt facillima, uti debui & volui, oſtendent.

1. Invenire duos numeros, quorum differentia ſit 8. & ſumma quadratorum ex ipſis 544. Poſito problemate ut jam facto imponendo nomina rebus tum cognitis tum quæſitis, ſit numerus qvæſitus x erit alter $x - 8$ & utriusqve qvadrata xx & $xx - 16x + 64$ quæ addita

$$2xx - 16x + 64 = 544$$
$$2xx = 16x + 480$$
$$xx = 8x + 240 \text{ Primus caſus.}$$

2. Duo Ruſtici ſimul vendunt 100. oves, & poſtea comperiunt, unum tandundem pecuniæ atqve alterum accepiſſe. Quorum ille, qui pauciores oves habuit, dixit alteri, ſi eundem tecum ovium habuiſſem numerum pro iis recepiſſem 30. imperiales; Cui regesſit alter, quod ſi totidem oves atqve tu habuiſſem, pro iis $13\frac{1}{3}$ imperialium recepturus fuiſſem. Quæritur quot oves uterqve habuerit. Ponatur ruſticus, qui plures oves habuit, habuiſſe x oves, ergo alter habuit $100 - x$

Oves Imper. Oves

$100 - x$ $\quad 13\frac{1}{3} = x \;\Big|\; \dfrac{40x}{300 - 3x}$ Imperiales qvos poſterior ruſticus accepit.

Oves Imper. Oves

x $\quad 30 = 100 - x \;\Big|\; \dfrac{300 - 30x}{x}$ Imperiales qvos poſterior ruſticus accepit.

Erit igitur $\dfrac{300 - 30x}{x} = \dfrac{40x}{300 - 3x}$

$$90000 - 18000 + 90xx = 40xx$$
$$50xx = 18000x - 900000$$
$$xx = 360x - 18000. \text{ Secundus caſus.}$$

Si verò ruſticus, qvi pauciores habet oves ponatur habuiſſe x oves, alter qvi plures habuit, attulit $100 - x$ oves, tertius orietur caſus.

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-365152-p0021-3

Oves Imper.

$100 - x \smile 30 = x \;\Big|\; \frac{30x}{100 - x}$ Imperiales qvos primus rusticus accepit.

Oves Imper. Oves

$x \smile 13\frac{1}{3} = 100 - x \;\Big|\; \frac{4000 - 40x}{3x}$ Imperiales qvos prior rusticus accepit.

Et erit $\frac{30x}{100 - x} = \frac{4000 - 40x}{3x}$

$$90xx = 400000 - 8000x + 40xx$$
$$50xx = -8000x + 400000$$
$$xx = -160x + 8000.$$

Tres exortæ æqvationes trinas possibiles signorum exhibent variationes, qvæ tres illos, qvorum supra mentio facta, casus constituunt, vel enim duo signa $+$, vel $+$ & $-$, vel $-$ & $+$ se invicem seqvuntur. Ita in primo casu $xx = + 8x + 240$, in secundo $xx = + 360x - 18000$, in tertio verò $xx = - 160x + 8000$.

Ad resolvendas tales similesve æqvationes varias Algebræ Scriptores tradidere regulas. Sequentem tradit Ch. Clavius Algebr. cap. 12.

1. *Sume dimidium numeri radicum.*

2. *Ad hujus dimidii qvadratum adde, vel ab eo subtrahe numerum absolutum prout signo $+$ vel $-$ fuerit affectus.*

3. *Ad hujus summæ vel relicti radicem quadratam adde vel ab eadem subtrahe dimidium numeri radicum, prout radicum numerus signo $+$ vel $-$ fuerit notatus. Nam ultima hæc summa, vel relictum dabit æstimationem vel pretium unius radicis quadratæ.*

Qvam regulam ut demonstret geometricè toto illo capite valde operosus est. Nec minori operâ id agit *Petrus Nonius* Algebr. part. 1. cap. 4. tandemqve seqventem modum extrahendi radicem ex numeris Cosicis compositis proponit.

1. *Ad qvadratum numeri radicum adde, vel ab eodem subtrahe quadruplum numeri absoluti, prout signo $+$ vel $-$ fuerit affectus numerus absolutus.*

2. *Ad hujus summæ vel relicti radicem quadratam adde vel ab eadem subtrahe numerum radicum prout radicum numerus signo $+$*

vel

vel — fuerit notatus. Nam ultima hæc summa, vel relictum dabit æstimationem & pretium duplicatæ radicis qvadratæ. Qvare dimidium ipsius valor erit unius radicis.

Cartesius verò pro summo suo ingenio Geometr. lib. 3. modum proponit, qvomodo secundus æqvationis terminus tolli possit, diminuendo veras radices, qvantitate cognitâ secundi termini divisâ per numerum dimensionum primi, si unus ex hisce terminis duobus notatus fuerit signo + & alter signo —; aut augendo illas eâdem qvantitate, si uterqve eodem signo fuerit affectus.

$$\begin{array}{l}
\text{v. g. Sit } xx = ax + bb = 8x + 240. \\
xx - ax - bb = xx - 8x - 240 = 0. \\
\text{Ponatur } x = z + \tfrac{1}{2}a \text{ erit } zz + az + \tfrac{1}{4}aa = xx \\
\qquad\qquad - az - \tfrac{1}{2}aa = -ax = -8x. \\
\qquad\qquad\qquad - bb = -bb = -240. \\
zz - \tfrac{1}{4}aa - bb = xx - ax - bb = xx - 8x - 240 \\
zz = \tfrac{1}{4}aa + bb. \\
z = \sqrt{\tfrac{1}{4}aa + bb} \\
\tfrac{1}{2}a \\
z + \tfrac{1}{2}a = \tfrac{1}{2}a + \sqrt{\tfrac{1}{4}aa + bb} = x = 20.
\end{array}$$

Et sic primus casus est resolutus; x repertum est $= 20$. Ergo $xx = 400$, qvo ex 544 subtracto restant 144 cujus radix $= 12$, adeoqve reperti duo numeri 20 & 12, qvorum differentia sit 8. & summa qvadratorum ex ipsis 544. Q. E. F.

Nec aliter se res habet in aliis duabus æqvationibus, licet alia in illis reperiantur signa, nempe $xx = -160x + 8000$. & $xx = 360x - 18000$.

$$\begin{array}{ll}
\text{Sit } xx = -ax + bb & xx = ax - bb \\
xx + ax - bb = 0 & xx - ax + bb = 0 \\
\text{Ponatur } x = z - \tfrac{1}{2}a \text{ erit} & z - \tfrac{1}{2}a = x \\
zz - az + \tfrac{1}{4}aa = xx & zz - az + \tfrac{1}{4}aa = xx \\
+ az - \tfrac{1}{2}aa = ax & az - \tfrac{1}{2}aa = -ax \\
- bb = - bb & + bb = + bb.
\end{array}$$

$$zz - \tfrac{1}{4}aa - bb = xx + ax - bb \qquad zz - \tfrac{1}{4}aa + bb = xx - ax + bb$$

$$zz = + \tfrac{1}{4}aa + bb \qquad zz = \tfrac{1}{4}aa - bb$$

$$z = \sqrt{\tfrac{1}{4}aa + bb} \qquad z = \sqrt{\tfrac{1}{4}aa - bb}$$

$$\tfrac{1}{2}aa \qquad \tfrac{1}{2}a$$

$$z = \sqrt{\tfrac{1}{4}aa + bb} - \tfrac{1}{2}a \;\&\; x = z = \sqrt{\tfrac{1}{4}aa - bb} - \tfrac{1}{2}a.$$

Sit in propoſitis ultimæ qvæſtionis æqvationibus numerus radicum $= a$, abſolutus verò bb, eritqve in ſecunda æqvatione $\frac{1}{4}aa = 6400$, huic addatur $bb = 8000$, & erit $\frac{1}{4}aa + bb = 14400$, cujus $\sqrt{\frac{1}{4}aa + bb} = 120$, ſubtrahatur ab illo $\frac{1}{2}a = 80$ erit $\sqrt{\frac{1}{4}aa + bb} - \frac{1}{2}a = 40 = x$. In prima æqvatione eâdem procedatur viâ, eritqve $\frac{1}{4}aa = 32400$, à qvo ſi ſubtrahatur $bb = 18000$ erit $\frac{1}{4}aa - bb = 14400$ & $\sqrt{\frac{1}{4}aa - bb} = 120$, quod ſi ſubtrahatur ab $\frac{1}{2}a = 180$ erit $\sqrt{\frac{1}{4}aa - bb} - \frac{1}{2}a = 60$. Adeò ut prior ruſticus 60, poſterior verò 40 oves habuerint, & qvæſtioni erit ſatisfactum.

Ipſa operatio clarè docet, qvomodo hæc conveniant cum regulis à Clavio & Nonio traditis, qui modi ab invicem non differunt, niſi quod Nonius cum integris operetur & poſtea dimidiet, Clavius verò cum ſemisſibus operatur & poſtea dimidatione ſuperſedet. Mea verò intentio non eſt aliorum regulis uti, igitur qvomodo illæ inventæ ſint diſpiciam. Sit v. g. $xx = ax + bb$ erit ergo $xx - ax = bb$, ſi jam $xx - ax$ quadratum eſſet, nulla foret difficultas, verùm extracturi ex eo radicem apparet adhuc deficere $\frac{1}{4}aa$ quò minùs ſit quadratum, addatur igitur utrinqve $\frac{1}{4}aa$, qvia ſi æqvalibus æqvalia adjiciantur tota ſunt æqvalia, axioma Euclideum & verum eſt, eritqve $xx - ax + \frac{1}{4}aa = bb + \frac{1}{4}aa$ & $x - \frac{1}{2}a = \sqrt{\frac{1}{4}aa + bb}$ & $x = \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa + bb}$. Atqve ita à priori nullâ difficultate illa Algebraicorum inventa eſt regula, quam illi tantis demonſtrant moliminibus. Et regularum harum aliorumve mathematicorum theorematum inventio argumrnto eſt, quantam præ reliquis diſciplinis mathematicis Algebra habeat prærogativam, & hinc Excellentisſimi quiqve Mathematici illam callere ſatagunt, omnes quippe reliquæ Matheſeos diſciplinæ ſi cum hac conferantur & ſine illa conſiderentur tantillam ſaltem eruditionis mathematicæ conſtituunt partem..

Leve hujus aſſerti ſpecimen ſit totius libri ſecundi Elementorum Euclidis inventio & demonſtratio, cujus difficultas incipientium non ſolùm defatigat ingenia, ſed & plurimos ferè deſperare cogit, hic autem adeò plana & obvia eſt, ut nullum adeò ſtupidum dari poſſit ingenium, qvod illam primo intuitu ſtatim non aſſeqvatur.

PROPOSITIO I.

Si fuerint duæ rectæ lineæ, ſeceturq; ipſarum altera in qvotcunq; ſegmenta; Rectangulum comprehenſum ſub illis duabus rectis lineis æqvale eſt eis, qvæ ſub inſecta & quolibet ſegmentorum comprehenduntur, rectangulis.

Sint lineæ datæ AB $= a$ & BC $= b + c + d$, rectangulum ex AB & BC erit $ab + ac + ad$, id eſt, perinde erit, ac ſi cum quolibet ſegmentorum cum inſecta a fieret rectangulum. Q. E. D.

B b c d C, A a B

II. Si recta linea ſecta ſit utcunq; : rectangula, qvæ ſub tota & qvolibet ſegmentorum comprehenduntur, æqvalia ſunt ei, quod à tota fit, Quadrato.

Sit data AD ſecta in B & C utcunque, ita ut AB $= a$, BC $= b$, CD $= c$, erit ergo AD $= a + b + c$. Cujus quadratum $aa + 2\,ab + 2\,ac + 2\,bc + bb + cc$ eſt compoſitum ex tribus rectangulis factis à tota AD & quolibet ſegmentorum. (1.) enim multiplicata eſt tota per AB $= a$, nempe $aa + ab + ac$. (2.) Per ſegmentum BC $= b$, $ab + bb + bc$. (3.) per ſegmentum CD $= c$ nempe $ac + bc + cc$. Q. E. D.

A B C D

III. Si recta linea ſecta ſit utcunqve: rectangulum ſub tota & uno ſegmentorum comprehenſum æqvale eſt illi, qvod ſub ſegmentis comprehenduntur, rectangulo & illi, qvod à prædicto ſegmento deſcribitur. Qvadrato.

Sit data AB $= a$ utcunqve diviſa in C, CB $= x$. erit AC $= a - x$.

Ut

Ut rectangulo comprehenso à tota AB & segmento AC $= aa - ax$ æqvale fiat quadratum AE $= aa - 2ax + xx$, addi illi debet rectangulum comprehensum segmento AC $= a - x$ & CB $= x$, qvod erit $ax - xx$, additumqve qvadrato erit summa $aa - ax$. Q. E. D.

A______C______B

IV. Si recta linea secta sit utcunqve; Quadratum, quod à tota describitur, æquale est & illis, qvæ à segmentis describuntur, qvadratis, & ei, quod bis sub segmentis comprehenditur, rectangulo.

Sit data AB $= a$ secta utcunqve in C, CB $= x$. Ergo AC $= a - x$. Utriusqve segmenti qvadrata erunt $aa - 2ax + 2xx$, qvæ ut fiant qvadrato totius AB $= aa$ æqvalia, addendum erit, quod bis sub segmentis comprehenditur rectangulum $= 2ax - 2xx$ & erit $aa = aa$. Q. E. D.

A______C______B

V. Si recta linea secetur in æqvalia & non æqvalia: rectangulum sub inæqvalibus segmentis totius comprehensum unà cum qvadrato, quod ab intermedia sectionum, æqvale ei ei, qvod à dimidia describitur, qvadrato.

Sit linea AB secta bifariam in C, ita, ut AC $=$ CB $= a$, secta etiam sit inæqvaliter in D, erit DB $= x$ & CD $= a - x$. Ut qvadratum CD $aa - 2ax + xx$ fiat æqvale qvadrato dimidiæ AB $= aa$, addendum illi erit rectangulum sub inæqvalibus segmentis totius comprehensum $= 2ax - xx$ eritqve $aa = aa$ Q. E. D.

A______C D______B

VI. Si recta quædam linea secetur bisariam & illi recta quædam linea in rectum adjiciatur: rectaugulum comprehensum sub tota cum adjecta & adjecta, unà cum qvadrato â dimidia æqvale est qvadrato â linea, quæ cum ex dimidia tum ex adjecta componitur, tanquam ab una descripto.

Sit linea AB divisa bifariam in C, adjiciatur illi in rectum alia recta BD, sit AC $=$ CB $= a$, BD $= c$. Quadratum CE ex dimidia & adjecta erit $aa + 2ac + cc$, qvod qvadratum constat è Rectanguctangulo comprehenso sub tota AD $= 2a + c$ & adjecta BD = c nempe $2ac + cc$, & præterea qvadrato aa à dimidia AB. Q.E.D.

A C B D

VII. Si recta linea secetur utcunqve: quod à tota, qvodq; ab uno segmentorum, utraqve simul qvadrata, æqvalia sunt & illi, qvod bis sub tota, & dicto segmento comprehenditur, rectangulo, & illi, quod à reliquo segmento fit, qvadrato.

Sit linea data AB $= a$ divisa utcunq; in C, erit CB. $= x$ & AC $= a - x$. Quadrato AC $= aa - 2ax + xx$ si addam bis sub tota AB & segmento CB comprehensum rectangulum $= 2ax$, manifestum est, illud æqvale fore qvadratis totius AB & segmenti CB. Q. E. D.

A C B

VIII. Si recta linea secetur utcunqve: rectangulum qvater comprehensum sub tota & uno segmentorum, cum eo, qvod à reliqvo segmento fit, qvadrato æqvale est ei, qvod à tota & dicto segmento, tanqvam ab una linea describitur, qvadrato.

Sit recta linea AB $= a$, secetur utcunqve in C, sit CB $= x$. Ergo erit AC $= a - x$, qvadratũ, qvod à tota & dicto segmento tanqvam ab una linea discribitur est $aa + 2ax + xx$ qvod æqvale erit qvadrato reliqui segmenti AC $= aa - 2ax + xx$ sic illi addatur rectangulum buater comprehensum sub tota AB & uno segmentorum CB $= 4ax$, tunc enim $aa + 2ax + xx = aa + 2ax + xx$. Q. E. D.

A C B

IX. Si recta linea secetur in æqvalia & non æqvalia: Qvadrata, qvæ ab inæqvalibus totius segmentis fiunt, simul duplicia sunt & ejus, qvod à dimidia & ejus, qvod ab intermedia sectionum fit, qvadrati.

Secetur linea recta AB in æqvalia AC, CB $= a$ & non æqvalia DB $= x$ & AD $= 2a - x$ erit qvadratum AD $4aa - 4ax + xx$, cui si addatur qvadratum DB $= xx$ erit $4aa - 4ax + 2xx$, cujus dimidium $2aa - 2ax + xx$ compositum est é qvadrato CB $aa - 2ax + xx$ & qvadrato dimidiæ AB $= aa$. Q. E. D.

B D C A
D

X. Si

X. Si recta linea secetur bifariam, adjiciatur autem ei in rectum qvæpiam recta linea: qvod à tota cum adjecta & qvod ab adjecta, utraqve simul qvadrata duplicia sunt & ejus, qvod à dimidia, & ejus qvod à composita ex dimidia & adjuncta tanqvam ab una descriptum est qvadrati.

Secetur recta linea AB $= 2a$ bifariam in C: adjiciatur ei in rectum qvæpiam recta linea BD $= b$. Erit qvadratum à tota AD $4aa + 4ab + bb$, cui si addatur qvadratum ab adjuncta BD $= bb$ erit $4aa + 4ab + 2bb$, cujus dimidium $2aa + 2ab + bb$ compositum est è qvadratis $aa + 2ab + bb$ & aa, id est qvadratis CD & AC. Q.E.D.

D B C A

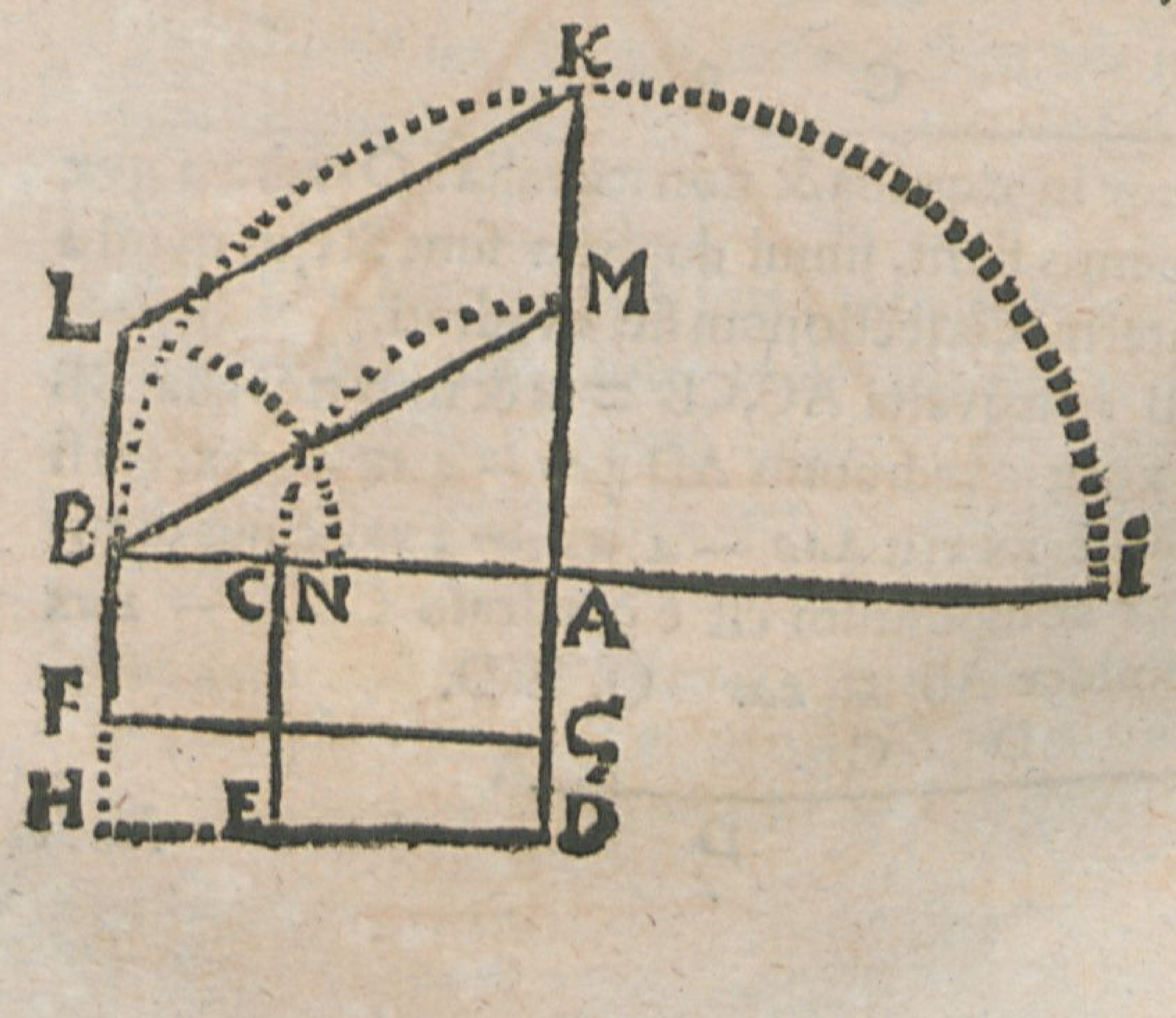
XI. Datam rectam lineam secare, ut comprehensum sub tota & altero segmentorum rectangulum æqvale sit ei, qvod à reliqvo segmento fit, qvadrato.

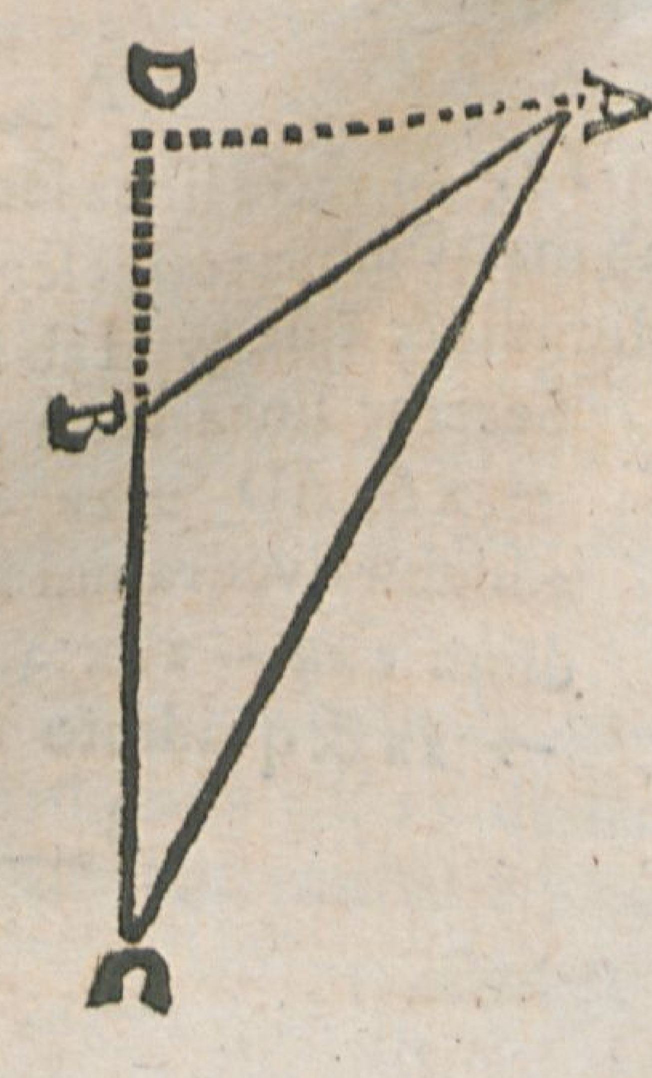
Sit linea AB $= a$, AC $= y$, CB $= a - y$, rectangulum comprehensum sub tota AB & altero segmentorum GB erit $aa - ay = yy$ qvadrato reliqvi segmenti AC $yy = ay + aa$

CONSTRUCTIO:

$$-\tfrac{1}{2}a \quad -\tfrac{1}{2}a$$
$$A\begin{cases} +\tfrac{1}{4}aa \\ +aa \end{cases}$$
$$\tfrac{5}{4}aa$$
$$y = \gamma\tfrac{5}{4}aa - \tfrac{1}{2}a$$

Habeat AB $\frac{4}{5}$ ipsius AI, erit AK media proportionalis $\gamma\frac{4}{5}aa$. Fiat BN $= \frac{1}{2}a =$ BL $=$ KM. erit AM $= \gamma\frac{4}{5}aa - \frac{1}{2}a =$ AC. Erit ergo Qvadratum ACDE $=$ rectangulo AGBF. Obiter notes hoc modo etiam inveniri propositionem 43. lib. 1. Q.E.F.





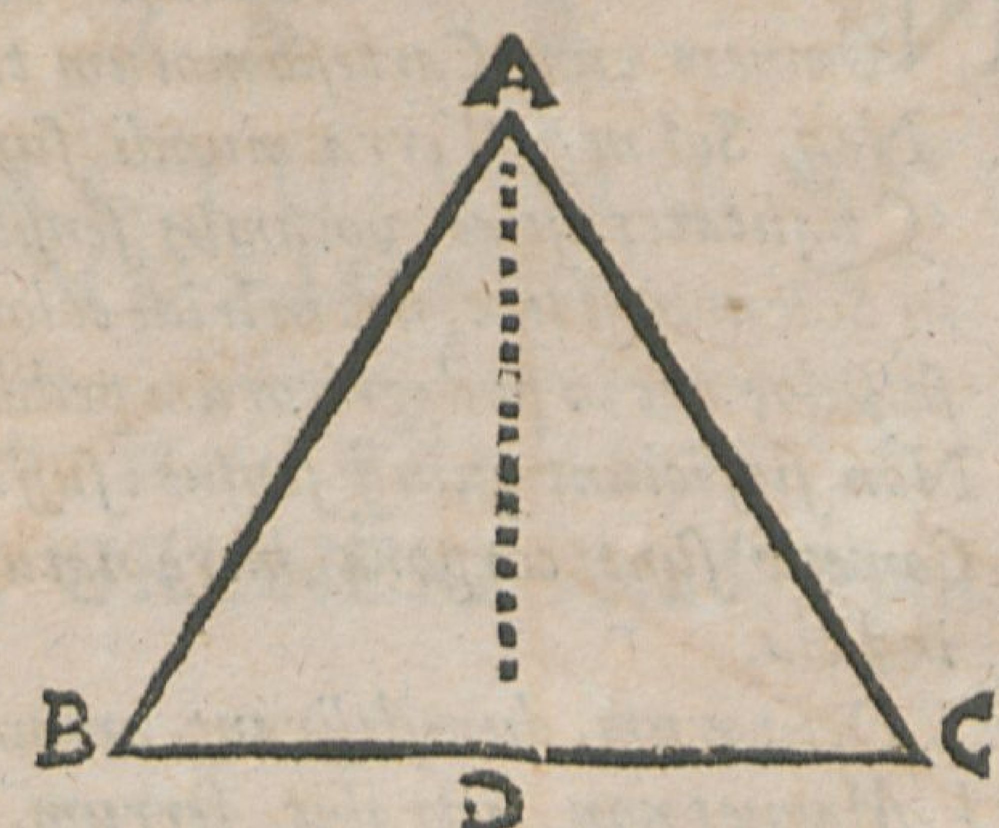
XII. In amblygoniis triangulis qvadratum, qvod fit à latere angulum obtusum subtendente, majus est qvadratis, qvæ fiunt à lateribus obtusum angulum comprehendentibus, rectangulo bis comprehenso & ab uno laterum, qvæ sunt circa obtusum angulum; in qvod, cum protractum fuerit, cadit perpendicularis, & ab assumta exterius linea sub perpendiculari prope angulum obtusum.

Sint in triangulo amblygonico CBA. $AC = a$, $CB = b$ $AB = c$ $BD = x$.

Qvadr. AB. cc	Qvadr. AC. aa
Qvadr. BD xx	Qvadr. CD. $bb + 2bx + xx$
Qvadr. AD. $cc - xx$ ex 47 Lib. I.	$aa - bb - 2bx = cc - xx$
	$aa = cc + bb + 2bx$.

Id est qvadratum AC est æqvale qvadratis AB & CB, unà cum rectangulo bis comprehenso & ad uno laterum EB & ab assumpta BD. Q.E.D. Hinc patet, qvomodo inventa sit illa Geometrarum regula, cujus ope cognitis tribus trianguli amblygonii lateribus segmentum BD inveniendum. Videlicet ex qvadrato $AC = aa$ subtrahunt summam qvadratorum $AB = cc$ & $BC = bb$, & tunc adhuc restat $2bx$ id est x adhuc multiplicatum est per duplum baseos, unde facta per duplum baseos divisione restabit $x = BD$.

XIII. In oxygonis triangulis qvadratum à latere angulum acutum subtendente minus est quadratis, quæ fiunt à lateribus acutum angulum comprehendentibus, rectangulo bis comprehenso & ab uno laterum, quæ sunt circa acutum angulum, in qvod perpendicularis cadit, & ab assumta interius linea sub perpendiculari propè acutum angulum.



Sit $AB = a$, $AC = b$, $BC = d$, $DC = x$ Ergo $BD = d - x$

Qvadr. AB $= aa$	Qvadr. AC $= bb$
Qvadr. BD $= dd - 2dx + xx$	Qvadr. DC $= xx$

Qvadr. AD $aa - dd + 2dx$ Qvadr. AD $= bb - xx$

$$aa - dd + 2dx - xx = bb - xx$$

$$aa = bb + dd - 2dx.$$

Id eſt qvadratum AD $= aa$ eſt æqvale qvadratis AC $= bb$ & BC $= dd$ minus rectangulo bis comprehenſo ab uno laterum BC $= d$, & aſſumta interius linea DC $= x$ ſub perpendiculari prope acutum angulum. Q. E. D.

Hinc patet, qvomodo inventa ſit illa Geometrarum regula, quando datis tribus trianguli oxygonii lateribus invenire volunt ſegmentum baſeos. Addunt ſc. qvadratum AC $= bb$ ad qvadratum BC $= dd$. Cumqve ſic baſeos ſegmentum x adhuc multiplicatum ſit per duplum baſeos BC $= 2d$, igitur ſubtractis ſummis quadratorum reliquum per duplum baſeos dividunt, ut proveniat DC $= x$

XIV. Dato rectilineo æqvale qvadratum conſtituere.

$ab = xx$ Id eſt inter a & b duo rectanguli latera qværatur
$x = \sqrt{ab}$ media proportionalis ex 13 6ti, qvæ dabit latus qvadrati 17. 6ti Q. E. F.

COROLLARIA.

I. *Nulla in rerum natura datur virgo deformis.*

II. *Omnem cum Carteſio motum terræ denegamus.*

III. *Neq; Sol neq; Terra mundi ſunt centra.*

IV. *Qvalitates, quas vocamus ſenſiles, non inſunt ipſis rebus:* v. g. *in Sole non eſt lux, nec in iride color, nec in moſcho odor, nec in ſale ſalſedo, nec in podagricorum pedibus dolor, nec in Organo ſonus.*

V. *Non ſufficiunt quinq; ſenſus: ſufficiunt tamen tria elementa.*

VI *Cometæ ſunt corpora merè naturalia & nullius mali ominis indicia.*

VII. *Delirorum, dum delirant, anima rectè ratiocinatur.*

VIII *Magnes non attrahit ferrum.*

IX. *Materia cœleſtis ipſa nec gravis nec levis dici poteſt, omnis tamen gravitatis & levitatis eſt cauſa.*

X. *Carteſii de vorticibus hypotheſin non fictam & falſam, ſed veriſſimam eſſe contendimus.*

(o) (o)

Ab: 155 159

7

ULB Halle 3
002 673 711

Sb.

VD17

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-365152-p0031-9

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-365152-p0032-4

55.

DISSERTATIO ALGEBRÄICA
DE

RADICUM EXTRACTIONIBUS,

QUAM

PRÆSIDE

DN. BERNHARDO ALBINO,

PHILOSOPH. ET MEDIC. DOCT.
hujusq; PROFESS. ORDINARIO,

PATRONO & PRÆCEPTORE SUO
OMNI OBSERVANTIÆ CULTU
PROSEQUENDO,

Placido eruditorum Examini exhibebit
GUSTAVUS DANIEL Lipstörp /
Stadâ Bremensis,
Calend. DECEMBR. ANNI MDCLXXXIII.

Francof. ad Oderam,
Typis CHRISTOPHORI ZEITLERI.

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-365152-p0033-0