

EX LIBRIS  
ILLVSTRISSIMI VIRI,  
DN. DAN. LVDOLPHI,  
LIB. BAR. de DANCKELMANN,  
S. REG. MAI. BORVSS. CONSILIARII  
STATVS INTIMI, cetera,  
BIBLIOTHECÆ ACAD. FRIDERICIANÆ  
TESTAMENTO RELICTIS.

V2-53.

5.a.109.

M. CHRISTIANI GRUNEBERGII,  
Scholæ Francof. Rectoris

TYROCINIUM  
ARITHMETICÆ

Vulgaris  
Decimalis &  
Sexagenariæ

Cum æneis figuris baculorum Nepperianorum.

---

*Frankofurti cis Viadrum,*  
Literis CHRISTOPHORI ZEITLERI,  
Anno M. DC. LXXIV.

NOBILISSIMO, GENEROSISSIMO MAXI;  
MEQ; STRENUO

DOMINO

JOHANNIA

GEORGIO à Köbeln/

Serenissimo Electori Branden-  
burgico à Directionibus districtus supe-  
rioris Barnimensis, Hæreditario  
Friedlandiæ&c.

Domino atq; Mecænati suo  
ætatem colendo plurimum

has paginas Arithmeticas sacras  
esse voluit



AUTOR



I.

**A**RITHMETICA est scientia numeri, quatenus quantus est.

2. Et scientiam quidem esse, quanquam vel ex eo satis fiat liquidum, quod sit ex ordine Disciplinarum Mathematicarum, quas omnes juxta ac singulas scientias esse, & quidem ἐξόχως, à nemine controversum recordor; apodicticè tamen idem evincunt *Objectum* verè scientificum, Numerus scilicet; *Affectiones* de eodem demonstrabiles, & *Principia universalissima*, è quibus æternæ veritatis conclusiones efformat.

3. Quemadmodum ergo reliquarum scientiarum, sic & Arithmeticæ, duplex *Objectum* est in promptu: *Materiale*, seu Numerus; & *Formale*, seu modus considerandi, per *ly Quatenus* in definitione indicatus. Licet enim numerus non uno tractari modo amet; quemadmodum in Ontologia constat de ipso agi sub notione Entis, seu in esse communissimo; hîc tamen idem spectatur in esse peculiari, proprio & sub notione quanti, seu in quantum quantus est.

4. *NUMERUS est multitudo ex unitatibus collecta.* Def. 2. Libr. VII. Evclid.

5. Dividitur 1. in *Numerantem* s. *formalem*, & *Numeratum* s. *Materialem*; 2. in *Monadicum*, *Decadicum* & *Mixtum*; 3. in *Primum* & *Non-Primum*;

A

NUM;

num; (4.) in *Parcm & Imparem*; (5.) in *Perfe-  
ctum & imperfectū*; (6.) in *Significativum & Con-  
significativum*; præter quos dantur etiam, quos  
Euclides *Planum, Solidum, Quadratum, Cubum, &  
Proportionales* appellat.

6. *Numerans* vocatur ipse ab omni materia &  
re abstractus numerus, cujus adminiculō quan-  
titates rerum exprimuntur. Nota illius est, quòd  
absque Nomine Substantivo aut Verbo Adjecti-  
vè solum aut Adverbialiter effertur. e. g. *Unum,  
Duo, Tres &c. Semel, Bis, Ter &c.*

7. *Numeratus* vocatur res ipsa, cui numerus  
adhæret, in quantum nempe numerabilis est. e.  
g. *Una libra, Dux hora, Tres ulna &c.*

8. Notabis: Numerum Numeratum ad eum modum  
hic salutarè numerum, quò in Methaphysica rem ipsam  
conceptum dici constat; nimirum abusivè & æquivocè.

9. *Monadicus* dicitur, qui denariò minor est.

10. *Decadicus* quem denarius metitur. ex. gr.  
10. 20. 30. Numerus autem numerum metiri  
dicitur, cum illum absque residuo dividit.  
conf. 23. VII. Eucl.

11. *Mixtus*, qui denario quidem major existit,  
verùm ita, ut hic illum non metiatur. e. g. 36.

12. *Primus* vocatur, quem sola unitas metitur  
def. 11. VII. Eucl. e. g. 2. 3. 5. 7. 11. 13.

13. *Non Primus*, item *Compositus*, quem nume-  
rus quispiam metitur. def. 13. VII. Eucl. Sic e. g. 4: qu-  
4. est numerus Compositus: quia illum binarius est di-  
metitur. Et 6. est Compositus: quia illum & binari-  
narius & ternarius metiuntur.

14. No

14. Notabis: Unitatem Arithmeticis non dici numerum, sed ejus saltim principium. Numerus enim est multitudo ex unitatibus collecta def. 2. VII. Eucl. estque adeo quantitas discreta: unitati autem discretio repugnat; quia hæc multitudinem supponit. Quod ergo in Geometria punctum, in tempore momentum, in Logica Individuum & atomus in Physica idem in Arithmetica unitatē cum aliis necessarissime statuo, ringente licet Bernhardo Salignaco, cui unitas adeo videtur numerus, ut neque partes illius hæc appellatione dedignetur, vocans unitatem numerum semper pro numerabilem.

15. Huc pertinent, quos *Primos* item *Compositos inter se* appellant.

16. *Primi inter se* sunt, quos sola unitas, communis mensura, metitur. def. 12. VII. Eucl. hoc est, qui communi Divisore carent. e. g. 8 & 9 metiuntur numeri inter se primi: nullus enim numerus, qui alterutrum eorum dividit, est & alterius divisor. Sic 8. (*octonarium*) metiuntur 2. & 4. breviter verò & 9. (*novenarium*) & versâ vice, 9. (*novenarium*) dividit 3. (*ternarius*) non verò & 8. (*octonarium*) sic quoque 12. & 17. sunt numeri inter se primi. &c.

17. *Compositi inter se* sunt, quos numerus aliquis, communis mensura, metitur. def. 14. VII. Eucl. hoc est, qui communi divisore gaudent, non obstante, si fortè aliquis eorum sit per se Primus. e. g. 6. & 15. sunt numeri Inter se compositi: quia uterque illorum per 3. (*ternarium*) potest dividi, sic 5. 10. 15. sunt quoque Inter se compositi: cum 5. (*quinarius*) illos omnes metiatur.

18. *Par*, Gr. ἀρῆτος, dicitur, qui bifariam dividit.

viditur. *def. 6. VII. Eucl.* e. g. 2. 4. 6. 8. 10. Estque *6. e.*  
vel *Pariter par*, vel *Pariter impar*. *alic*

19. *Pariter par* numerus est, quem par numerus totu  
metitur per parem. *def. 9. VII. Eucl.* e. gr. 8. est rus  
numerus pariter par, quia illum Par, nempe 2. ipse  
metitur per Parem, nempe 4. *A*

20. *Pariter impar*, quem par numerus metitur mod  
per imparem. *def. 9. VII. Eucl.* e. g. 6. est numerus 209  
*Pariter impar*, quia illum par, nempe 2. metitur ipse  
per imparem nempe per 3. *2*

21. *Impar*, Gr. *περὶσσοῦς*, qui bifariam non di- *fibi*  
viditur; vel, qui unitate differt a pari. *def. 7 sum*  
*VII. Eucl.* e. g. 3. 5. 7. Estque vel *Simpliciter im* *ate*  
*par*, vel *Impariter impar*. *dan*

22. *Simpliciter impares* sunt soli & omnes nu- *sed*  
meri Primi, solò exceptò binariò. *2*

23. *Impariter impar* vocatur, quem impar nu- *qua*  
merus metitur per imparem. *def. 10. VII. Euclia*  
Ejusmodi sunt omnes Compositi impares. e. g. *jun*  
15. quem 3. (*ternarius*) metitur per 5. *qua*

24. Circa hanc numeri in Parem atque Imparem divisi- *in f*  
onem notabis: Unitatem hinc intelligendam esse indivisibi- *2*  
lem; alias enim nullus non numerus par esset.

25. *Perfectus* vocatur, qui suis ipsius partibus *mer*  
est æqualis. *def. 22. VII. Eucl.* Qua in definitione *qui*  
partem intelligas oportet aliquotam, alias o- *mer*  
mnes numeri forent Perfecti. Liceat ergo Per- *tur*  
fectum numerum, *Φιλομαθῶς ἐνεκα*, hoc pacto *late*  
describere: *Perfectus numerus est, cujus partes ab* *ut p*  
*quotæ omnes sibi additæ restitunt totum.* *tur e*



6. est numerus Perfectus: quoniam partes illius aliquotæ 1. 2. 3. omnes simul acceptæ restitunt totum. Nam 1. 2. 3. faciunt 6. sic & 28. est numerus Perfectus, cujus partes aliquotæ 1. 2. 4. 7. 14. & 28. ipsum totum 28. restitunt.

Atque hujusmodi numeros ab 1. ad 4000000. septem modo intercipi, nimirum 6. 28. 496. 8128. 130816. 2096128. 33550336. Dn. Harsdorfferus observavit: quod ipsi fuit facillimum per Theor. 34. IX. Eucl. Conf. §. 174.

26. *Imperfectus*, cujus partes aliquotæ omnes sibi additæ totum non restitunt. Et, si partium summa sit totò minor, appellatur numerus ille *ἀτελής* s. *Deficiens*; si major, *ὑπερτελής* s. *Abundans*. Sic e. g. 15. cujus partes 1. 3. 5. est *Deficiens*, sed 12. cujus parts 1. 2. 3. 4. 6. *Abundans*.

27. *Significativus* dicitur, qui solus & per se quantitatem exprimit, e. g. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.

28. *Consignificativus*, qui non nisi aliis ritè junctus quantitatem exprimit, ut sola Ciphra, quæ in principio & medio saltem ritè jungitur, in fine verò nulli usui est.

29. *Planum* Evclides ita definit: *Cum duo numeri mutuo sese multiplicantes aliquem fecerint, qui factus erit, Planus appellabitur; qui vero numeri mutuo sese multiplicarint, latera illius dicentur. Def. 16. VII.* e. g. 6. est numerus planus, cujus latera 2. & 3.

Notabis autem: Duos numeros hic intelligi inæquales, ut patet ex definit. 18. VII. aliàs Plani & Quadrati tolleretur discrimen. Hinc 9. Planus non est,

30. *Solidum* vero ita: *Cum tres numeri, mutua se multiplicantes, aliquem fecerint, qui procreatus erit, Solidus appellabitur; qui autem numeri mutuo se multiplicarint, latera illius dicentur.* def. 17 VII. e. g. 24. cujus latera 2. 3. 4. Nam bis 3. efficiunt 6. & quater 6. efficiunt 24.

31. *Similes planos* nec non *Similes solidos* appellat Euclides, qui proportionalia habent latera. def. 21. VII. e. g. 8. & 18. sunt Similes plani illius enim latera sunt 2. & 4. hujus 3. & 6. Et uti se habent 2 ad 4. ita se quoque habent 3. ad 6. At verò 36. & 288. sunt Similes solidi. Illius enim latera sunt 2. 3. & 6. hujus 4. 6. & 12. Hinc est, uti se habent 2. ad 3. & 3. ad 6. ita se quoque habent 4. ad 6. & 6. ad 12.

32. *Quadratus* est, qui æqualiter æqualis; vel qui sub æqualibus duobus numeris continetur. Def. VII. Eucl. e. g. 9. qui sub duobus ternariis continetur. Nam ter 3. sunt 9.

33. *Cubus* est, qui æqualiter æqualis æqualiter; vel, qui sub tribus æqualibus numeris continetur. def. 19. VII. Eucl. e. g. 27. qui numerus e tribus fit ternariis. Nam ter 3. sunt 9. & ter 9. faciunt 27.

34. *Proportionales numeri* sunt, cum primus secundus & tertius quarti æquè multiplex est; vel eadem pars, vel eadem partes: vel certè, cum primus secundum & tertius quartum æqualiter continet, eandemque insuper illius vel eandem partes. def. 20. VII. Eucl. e. g. 16, 8, 4, 2, sunt numeri

meri

meri Proportionales. Quoties enim Primus 16. secundum 8. toties & tertius 4. quartum 2. continet, nempe bis.

35. Haftenus de Objecto Arithmetices: proximum videtur, ut de *Affectionibus* ejusdem paucos exornem aphorismos. Quarum aliquas Absolutas, alias Respectivas appellare fas sit. Ad illas numerorum Additionem, Subtractionem, Multiplicationem & Divisionem; ad has Rationem, Proportionem & Proportionum regulas primariò; sed Radicum extractiones secundariò referre libet.

36. *Principia* denique voco notiones communissimas, quarum adminiculò affectiones illæ de Subjecto suo s. numero demonstrantur. Ejusmodi Principia sunt:

I. Qui numeri æqualium numerorum vel ejusdem æque multiples sunt, inter se sunt æquales. axiom. 1. VII. Evcl.

II. Unitas omnem numerum per unitates, quæ in ipso sunt, h. e. per ipsummet numerum metitur. ax. 5. VII. Evcl.

Ex quibus hujusmodi eliciuntur Conclusiones:

I. Numerus, metiens totum & ablatum, metitur etiam reliquum. ax. 12. VII. Evcl.

II. Si, duobus numeris inæqualibus propositis, detrahatur semper minor de majori, alternâ quadam detractio, neque reliquus unquam metiatur præcedentem, quoad assumpta sit unitas: qui principiò propositi sunt numeri, Primi inter se erunt. Theor. 1. VII. Evcl.

III. Primi inter se numeri minimi sunt omnium eandem cum ipsis rationem habentium. Th. 21. VII. Evcl.

37. Accidit numeris scribi, cui negotio apud Ebræos, Græcos Latinosque ipsæ Alphabeti lite-

ra, apud nos verò sequentes figuræ inserviunt 0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. quas Barbaras nonnulli criminantur, quia non certum satis, utrum inventio illarum Arabibus accepta ferenda sit; quæ communis videtur esse sententia: aut verò Indis debeat; uti præter Vallam Cardanus quoque conjectat: aut Saracenis & Phænicibus tribuenda veniat; quod nonnullis placet: aut denique Græcarum Literarum fragmenta sint; quod Dasipodius defendit. Quod verò de rectis circulo inscriptis aliqui afferunt, fabulam olet.

38. Explosâ Platonis divisione in *Philosophorum & Vulgi* Arithmetica; explosis item aliorum sive in *Theoreticam & Practicam*, sive in *Docentem & Utentem*, & quotquot similis farinæ extant aliæ, mihi rectissimè omnium Arithmetica in *Generalem & Specialem Partem* videtur dividenda. Ut ergo & hîc generalia specialibus præmittantur, dabo operam. Quod abundè me præstitisse non sperabo solùm, sed confidam, si *Vulgari Logisticam* utramque adjecerò,

ARITH-

# ARITHMETICA VULGARIS.

**Q**uemadmodum verò omnis literatura à le-  
ctione incipit; ad eundem modum necesse  
est, ut Arithmetica legendi rationem prælibes,  
quam *Pronunciationem* vocant.

40. *Pronunciare* enim est nihil aliud, quam  
dati cujuscvis numeri valorem exprimere.

41. Fundamenti locò notabis, quòd quilibet  
numerus in primo ordine se ipsum valeat semel,  
in secundo decies, in tertio centies, in quarto mil-  
lies, in quinto decies millies, atque sic porrò, in  
decupla semper ratione factò incrementò. Pri-  
mus autem ordo vocatur dexterrimus, seu qui  
maximè est ad dextrà. Arithmetici enim, Ebraeos  
imitantes, initium lectionis à dextra verius si-  
nistram instituunt. Sic e. g. primus horum nu-  
merorum 4679. non est 4. sed 9. nec 6. secundus,  
sed 7. Quapropter prima figura 9. seipsam valet  
semel tantum: nimirum novem unitates, seu  
novem; secunda vero 7. seipsam valet decies, h. e.  
septuaginta, non septem; & tertia 6. seipsam  
valet centies, h. e. sexcenta, non sex; & ultima  
4. seipsam valet millies, h. e. quatuor millia, non  
quatuor. Ergo 4979. sunt *quatuor millia sex-  
centa septuaginta & novem.*

42. *Pronunciatio* alia est Latinorum, alia Ita-  
lorum, alia Græcorum.

A 5,

43. LA.

43. LATINORUM VETERUM (est enim alia illorum, alia Recentiorum.) Pronunciatio fit per centena millia. Datis ergo quotcunq; numeris hoc modo pronunciandis (1.) *quarta superiorius, sexta inferiorius, nona rursus & duos intermittentes omnes superiorius notentur punctis.* (2.) *Tertii, quarti & omnium sequentium punctorum numeri efferantur adverbialiter, secundi aut adverbialiter aut nominaliter; primi vero tantum nominaliter, dicendo ad primum punctum millia, ad secundum centena millia, ad tertium & reliqua millies.* Ita hanc numerorum summam

23794085219142.

quo vides modo Veteres Latini in suas quasi periodos distinguebant, atq; sic pronunciabant: Ducenties tricies septies millies centena millia; Nongenties quadragies millies centena millia; Octingenties quinquagies bis (vel, Octingenta quinquaginta duo) centena millia, novendecim millia centum quadraginta & duo.

44. RECENTIORUM LATINORUM Pronunciatio fit per millena millia, hac ratione, (1.) *quarta figura, & duas intermittentes omnes, notentur (seu supra seu infra) punctis.* (2.) *Primi puncti numeri nominaliter & per millia, secundi adverbialiter & per millena millia, tertii & reliquorum omnium adverbialiter & per millies millena millia efferantur, juxta versum:*

Millia post primam dices, millena secundam:  
Inde per es reliquas exprime ritè notas.

Sic



atque sic pronunciarī oportet: *Vicies ter millionum milliones; Septingenties nonagies quater mille octoginta quinque milliones, ducenta & novendecim millia centum quadraginta & duo.*

47. Recentiorum verò nonnulli, in majoribus summis frequentiori vocis *Millionum* repetitione offensi, Pronunciationem paulo aliter instituunt, dicentes ad secundum punctum *milliones*, ad quartum *bimilliones*, ad sextum *trimilliones* atque sic ulterius. Ita hanc numerorum enneadecada 6121236943639008619 punctis ut aliàs notatam sic pronunciarē amant: *Sex trimilliones, centies vicies semel mille ducenti triginta sex bimilliones, nongenties quadragies ter mille sexcenti triginta novem milliones octo millia sexcenta & novendecim.*

48. GRÆCORUM denique Pronunciatio fit per Myriades, quarum una valet dena millia. Hinc (1.) quarta figura, & tres intermittentes omnes, supra, quinta vero, & tres intermittentes omnes, infra notentur punctis. (2.) Inter pronuncian- dum dicatur ad primum punctum millia, ad secundum myriades. Quapropter sequentem numerorum seriem quo vides modo punctis notari suis

23794085219142.

atque sic pronunciarī seu efferri oportet: *Vicies ter myriadum myriadum myriades, Septies millies nongenties quadragies myriadum myriades, Octies*



*Octies mille quingenta viginti & una myriades novem millia centum quadraginta duo.*

49. Non vero sufficit, ut exhibitos in charta vel tabula numeros ritè scias pronunciare, nisi & pronunciatos recte scribere noveris: quæ res omni caret difficultate, si observato saltim notatoque periodorum numero singula spatia characteribus expleantur suis.

## ADDITIO.

50. ADDITIO est inventio summæ plurium numerorum.

51. Numeri, quorum summa desideratur, sunt vel *Homonymi* vel *Heteronymi*. Ut, si numeri addendi forent (1.) omnes Numerantes, e. g. 3649 & 2952. aut (2.) Numerati quidem, sed unius saltim quanti seu rei numeratæ. E. g. si addendi forent 46219. *Imperiales* & 2075. *Imper.* Additio peteretur numerorum Homonymorum; si vero addendi essent. E. g. 392. *Imper. 15. gross.* & 462. *Imp. 13. gross.* foret hæc Additio numerorum Heteronymorum, vel, si mavis, Polyonymorum.

52. *Homonymorum* summa invenitur hac ratione: (1.) Numeri dati ritè, h. e. ita disponantur, ut similes similibus, unitates nimirum unitatibus, denarii denariis, centenarii centenariis subscribantur, atque sic ulterius. *Unitates autem* voco primas ordinum singulorum figuras, denarios secundas, centenarios tertias &c. (2.) Numeris hoc modo dispositis subducatur lineola, infra quam summa quæsitæ scribi & annotari possit.

(3.) Conjiciantur in unam summam omnes unitates: quam, si monadica fuerit, totam oportet ipsis unitatibus modo collectis, sed infra lineolam subscribi, ac, si vel decadica extiterit unitatum summa, vel mixta, tum prima saltim ejus figura annotanda infra lineolam est, reliquis supra eandem sequentibus numerorum ordinibus ritè adjectis aut mente servatis. (4.) Simili modo si & cum denariis, centenariis cæterisque agatur, obtinebitur summa numerorum datorum omnium quæsitæ. Sed (5.) notabis: Summam numerorum ultimi ordinis integram infra lineolam annotandam esse, sive monadica fuerit, sive quæcunq; alia.

53. Sint igitur in unam summam cogendi sequentes numeri 7495. 3891. 992. 891. Itaque (1) numeri dati rite disponantur, sub ductâ eis lineolâ, hoc modô

$$7495$$

$$3891$$

$$992$$

$$891$$

(2) conjiciantur in unam summam omnes unitates, nempe 51218 quibus 9 componuntur. Quæ summa, cum sit monadica, integra collectis modo unitatibus infra lineolam est subscribenda hoc modô

$$7495$$

$$3891$$

$$992$$

$$891$$

$$9$$

3. Simi-

3. Simili modo agatur cum denariis seu quatuor  
 9 quorum summa 36 cum sit numerus Mixtus &  
 pluribus scribatur figuris, itaque non integra, sed  
 prima saltem ejus figura 6 infra lineolam annotan-  
 da venit, altera 3 sequenti centenariorum ordini  
 adjecta hoc modo

$$\begin{array}{r}
 7495 \\
 3891 \\
 992 \\
 891 \\
 3 \\
 \hline
 69
 \end{array}$$

4. eadem ratione agatur & cum centenariis 48983  
 e quibus 32 componuntur. Hujus aggregati s. sum-  
 ma prima saltem figura 2 collectis modo centenariis  
 infra lineolam subscribenda est, altera sequenti  
 millenariorum ordini adjecta hoc modo

$$\begin{array}{r}
 7495 \\
 3891 \\
 3962 \\
 891 \\
 \hline
 269
 \end{array}$$

5. denique eodem modo agatur & cum millenariis  
 733 e quibus 13 componuntur. Quam summam, quia  
 ultima, collectis modo millenariis integram subscri-  
 bi oportet hoc modo

$$\begin{array}{r}
 7495 \\
 3891 \\
 992 \\
 891 \\
 \hline
 13269
 \end{array}$$

Summa quaesita.  
 54. Hec

54. *Heteronymorum* Summa invenitur hac ratione. 1. numeri dati rite h. e. ita disponantur, ut non quanta solum similia, sed figuræ etiam similes similibus subscribantur. 2. singulorum quantorum summæ seorsim quærantur, initiô à dexterrimis & quæ pretium minimis factô. 3. quoties antecedentis summa par aut major est valore unius in ordine sequenti, reductio instituat, ablati a summa illa quot continet quanta speciei sequentis iisdemque huic ipsi ordini adjectis.

55. Examen variis modis instituunt, quorum præcipuos adduxisse sat fuerit.

56. *Primò* Additionem per speciem contrariam s. Subtractionem probant, si eadem ut nota supponatur.

57. *Alii* delectantur examine, quod novenario rum abjectione peragitur hac ratione 1. abjiciunt e numeris additis omnes novenarios, temere saltem collectos, excessu seorsim notatô. 2. abjiciunt & à summa inventa novenarios omnes, excessu quoque seorsim notatô. Quod si enim ambobus excessus æquales fuerint, se probè calculò defunctos, sin minus, errorem surrepsisse, statuunt. Novenarius enim hac peculiari gaudet proprietate, ut, si e numero quocunque, ratione naturalis valoris considerato, abjiciatur quoties fieri potest, perinde sit, ac si numeri ejusdem facta esset per novenarium divisio. Residuum enim post divisionem æquale erit excessui ante invento

vento. Quicumq; autem numeri easdem habent partes aliquotas & aliquantas, eosdem inter se convenire necesse est.

58. Denique sunt, quibus hoc modo placet examen instituere: (1.) summas particulares singulas per quemlibet Monadicum dividunt, residuis seorsim notatis. (2.) per eundem dividunt & residuorum summam, residuo hoc secundo quoq; seorsim notato (3.) summam inventam similiter per eundem Monadicum dividunt, residuo tertio seorsim notato & cum secundo collato. Quod si enim ambo aequalia existant, ratam habent Additionem, aliàs erroris damnandam.

59. Nullum vero examen illorū commendari meretur. Primum quidem ideo causæ, quòd Subtractio Additione sit difficilior: normam verò normatò certiorè minusq; errori obnoxiam esse conveniat. Reliqua verò, quoniam errorem commissum nunquam produnt, quoties idem seu novenarium aqvatur, seu monadicum illū numerum, per quem facta est divisio.

60. Quapropter cum *Bernhardo Salignaco* satis esse arbitror, si quis inter supputandum Additionis sequatur regulas, nec aegrè ferat eundem repetere, si fortè erroris sit suspectus.

61. Sed illustriorem multo Additionis doctrinam reddent sequentia *Evclidea*:

I. Si aequalia aequalibus adjecta sint: tota sunt aequalia.

Axiom. 2. I.

II. Si inaequalibus aequalia adjecta sint: tota sunt inaequalia. Et, si inaequalibus inaequalia adjecta sint, majori majus & mi-

B

& mi

& minori minus: tota sunt inæqualia, illud nimirum majus & hoc minus. Axiom. 4. I.

III. Si pares numeri quotcunque componantur: totus par erit. Theor. 19. VIII.

IV. Si impares numeri quotcunq; componantur, multitudo autem ipsorum sit par: totus par erit. Th. 20. VIII.

V. Si impares numeri quotcunque componantur, multitudo autem ipsorum sit impar: & totus impar erit. Theor. 21. VIII.

## EXEMPLA.

I. Lucius, ædificatâ domo, expensarum consulens calculum, animadvertit, accepisse Ligni fabros 248. imp. 14. gros. 3. den. Cœmentarios 569. imp. 21. gr. 17. den. Fabros ferrarios 198. imp. 11. gr. 9. den. Quantum universis datum? Respond. 1016. imp. 20. gross. 7. den.

II. Pater quidam familias varia coëmit eduliorum & pororum genera, nempe pro 283. flor. 12. gross. 4. den. omnium generum vina; pro 146. fl. 17. gr. 9. den. Servestianam & Brunsvicensem cerevias; pro 29. fl. 7. gr. 6. den. aromata; pro 37. flor. 3. gr. 5. den. farinam. Quanto constant universæ res emptæ? Resp. 496. flor. 20. gross.

III. Cum Sempronius celebraret nuptias, annos natus erat 14. menses 7. dies; interjectis autem 5. annis 2. mens. 1. septim. 4. diebus vitâ defungitur ipsius uxor, ipseque triennio & tribus mensibus post. Quotò ætatis annò denatus est ergo Sempronius? Resp. annò 23. sept. 2. die 2.

IV. Titius hæreditate quadam acquisivit Ferri 72. centen. 15. libras 8. lothones: Cupri 37. cent. 20. lb. 26. loth. Stanni 13. cent. 49. lb. 26. loth. Plumbi 45. cent. 72. lb. 10 loth. Argenti 38. lb. 18. loth. Auri 3. lb. Quanta est summa omnium metallorum? Resp. 168. cent. 99. lb. 24. loth.

V. Miles quidam sub Imper. R. militavit 6. annos 3. mens. 2. sept. 5. d. sub rege Gall. 5. ann. 9. m. 3. s. 4. d. Quantum temporis in militia exegit? Res. 12. ann. 1. m. 2. s. 2. d.

SUB-

SUBTRACTIO INTEGRORUM.

61. Subtractio est inventio differentiae duorum numerorum.

62. Numeri, quorum differentia desideratur, vel Homonymi sunt, vel Heteronymi.

63. *Homonymorum* differentia invenitur hoc modo (1.) Numeri dati ritè h. e. ita disponantur, ut similes subscribantur similibus, subducta lineolà, infra quam Differentia annotari possit. (2) Initiò Subtractionis ab unitatibus factò, unitates inferiores à superioribus subtrahantur, residuò infra lineolam unitatibus modò collatis subscriptò. (3.) accidit autem haut infreqventer, ut numerus inferior superiori major existat, nec Subtractio videatur possibilis: quo in casu à proximo numero superiori significativo unum est petendum mutuum, Siphra interceptas ipsamque, à qua mutuum accipitur, figuram notando punctis, quæ monent, tum, Ciphra punctis notatas valere novem, tum, figuram, cui mutuum datur, denariò plus valere seipsa (4) Simili modo & denarii, centenarii, millenarii &c. inferiores conferantur cum superioribus, ut habeatur differentia quæsita.

64. Sint dati e. g. hi numeri 81602. & 34765. quorum differentia exploretur hoc modo

1. Numeri dati rite disponantur hoc modo

$$\begin{array}{r}
 81602 \\
 34765 \\
 \hline
 Ba
 \end{array}$$

2. Ini-

2. Initium Subtractionis fiat ab unitatibus, collatis inter se 5. & 2. Quoniam vero numerus unitatibus inferiorum 5. superat numerum unitatum superiorum 2. à proxima figura significativa 6. unum petatur mutuuum, Ciphra intercepta ipsaq; hac figura 6. mutuuum dante notatis puncto, quod indicet, 6. unitate minus seipsa, Ciphram vero 9. & figuram 2. cui mutuuum datur seipsa denario plus h. e. 12. valere. Atq; sic preparatis numeris dicatur 5. de 12. relinquunt 7. differentia hac infra lineolam collatis modo unitatibus subscripta hoc modo.

$$\begin{array}{r} 8 \ 1 \ 6 \ 0 \ 2 \\ \underline{3 \ 4 \ 7 \ 6 \ 5} \\ 7 \end{array}$$

3. Eodem modo dinarii inferiores 6. conferantur cum superioribus, nempe Siphra, quam in 9. degenerate superius docui. Dicatur ergo 6. de 9. relinquunt 3. differentia hac infra lineolam collatis modo denariis subscripta hoc modo.

$$\begin{array}{r} 8 \ 1. \ 6 \ 0. \ 2 \\ \underline{3 \ 4 \ 7 \ 6 \ 5} \\ 3 \ 7 \end{array}$$

4. Porrò centenarii 7. inferiores conferantur cum superioribus 6. vel potius 5. dicendo 7. ex 5. auferri nequeunt. Quare à vicina figura significativa 1. unum oportet peti mutuuum, additò,  $\mu\nu\eta\mu\omicron\sigma\upsilon$  vns è vera, puncto, quod indicet, figuram mutuo dantem se ipsa unitate minus h. e. Siphram, alteram vero, quæ mutuuum accipit, seipsa denario plus h. e.

16. va-



15. valere. Dicatur ergo 7. de 15. relinquunt 9. differentia hac particulari infra lineolam collatis modo centenariis subscripta hoc modô.

$$\begin{array}{r} 8 \ 1. \ 6. \ 0. \ 2 \\ \underline{3 \ 4 \ 7 \ 6 \ 5} \\ 9 \ 3 \ 7 \end{array}$$

5. Jam 5 millenarii 4. inferiores conferantur cum superiori 1. seu potius 0. dicendo 4. ex 0. auferri nequeunt. Quapropter à vicina 8. figura significativa 1. petatur mutuum, addito illi puncto, quod moneat, tum Ciphram illam seipsa denario plus, nempe 10. tum figuram mutuum dantem seipsa unitate minus seu 7. valere. Dicatur ergo 4. de 10. relinquunt 6. differentia hac particulari infra lineolam collatis modo millenariis subscripta hoc modô.

$$\begin{array}{r} 8. \ 1. \ 6. \ 0. \ 2 \\ \underline{3 \ 4 \ 7 \ 6 \ 5} \\ 6 \ 9 \ 3 \ 7 \end{array}$$

6. Deniq; myriades 3. inferiores conferantur cum superioribus 8. vel potius 7. dicendo: 3. de 7. relinquunt 4 differentia hac particulari collatis modo myriadibus subscripta, ut habeatur Differentia numerorum datorum vera quæsita 46937. uti inferius cernere datur.

$$\begin{array}{r} 8 \ 1 \ 6 \ 0 \ 2 \\ \underline{3 \ 4 \ 7 \ 6 \ 5} \\ 4 \ 6 \ 9 \ 3 \ 7 \end{array} \text{ Differentia quæsita.}$$

65. Heteronymorum differentia invenitur hac

B 3

rati-

22 DE SUBTRACTIONE INTEGRORUM.

ratione. (1.) Numeri dati ritè disponantur, similia quanta similibus subscribendo (2.) initio Subtractionis à specie minima factò operatio ipsa instituitur ut in Homonymorum Subtractione factum. (3.) Quod si speciei alicujus inferior numerus superiorem excedat, à vicino quanto superiori speciei sequentis unum petatur mutuum, quod usualem suum valorem servet. Tumque ab hujus & prioris aggregato s. summa fieri Subtractionem nil amplius impediet.

66. Examina huc eadem quadrat, quorum in Additione facta est mentio: sed & ἐπιπέτοις eadem quadrat.

67. Subtractioni inserviunt nec parum lucis affundunt sequentia Euclidea:

I. Si ab æqualibus æqualia ablata sunt: quæ relinquantur sunt æqualia Axiom. 3. I.

II. Si ab inæqualibus æqualia ablata sint: reliqua sunt inæqualia. Et, si ab inæqualibus inæqualia ablata sint, à majore minus & à minori majus: reliqua sunt inæqualia, illud nimirum majus & hoc minus. Axiom. 5. I.

III. Si à pari numero detrahatur par: & reliquus par erit. Theor. 22. IX.

IV. Si à pari numero impar detrahatur: & reliquus impar erit. Theor. 23. IX.

V. Si ab impari numero impar detrahatur: reliquus par erit. Theor. 24. IX.

VI. Si ab impari numero par detrahatur: reliquus impar erit. Theor. 25. IX.

EXEMPLA.

I. In bello Trojano 1566000. Græcorum, sed 880000 Trojanorum periisse Historiarum conditores notant. Quanto igitur

no igitur majorem virorum cladem Græci acceperunt? Resp.  
686000.

II. Anno Eræ vulgaris 1380. Bartholdum Schwarz/Nu-  
dipedalem, bombardarum invenisse usum Crantzheimius  
autor est fol. 308. Chronol. Quot anni interjecti sunt ad  
hanc usque ætatem nostram, quâ celebramus annum 1675.  
Resp. 291.

III. Natus fertur Lutherus ὁ ἐν τοῖς ἀγίοις Anno 1483.  
denatus verò annò superioris seculi 46. Qua igitur ætate  
supremo die functus est? Respond Ann. 63.

IV. Lucius Sempronio credit 7945. Imp. 6. gross. di-  
versæq; ab hoc sunt solutiones; nempe tempore quodam  
reddidit in solutum 1406. Imper. 15. gross. 3. den. aliâ vice  
2107. Imper. 14. gross. 7. den. Quantum ergò adhuc de-  
bet? Resp. 2334. Imp. 18. gr. 6. den.

V. Pater roganti filiò, quotum ipse (filius) annum agat,  
cum tu, respondet, in lucem edereris, 26. annos 25 Se-  
ptim. 3. dies 14. horas natus eram, jam verò 42. annos  
exegi. Quot annorum igitur filium fuisse oportet? Resp.  
15. annorum, 26. Septim. 4. d. 16. hor.

## MULTIPLICATIO INTE- GRORUM.

68. Multiplicatio est inventio numeri,  
qui sit ad alterutrum multiplicatorum ut  
reliquus ad unitatem. Vel: Numerus nu-  
merum multiplicare dicitur, cum toties compo-  
situs fuerit is, qui multiplicatur, quot sunt in ipso  
multiplicante unitates, & procreatus fuerit ali-  
quis. *def. 15. VII. Eucl.*

69. Unde simul ratio Axiomatis, *Unitas non  
multiplicat*, fit perspicua.

24 DE MULTIPLICATIONE

70. Numerorū multiplicatorum alter πολλαπλασιαζόμενος s. *Multiplicatus*, alter πολλαπλασιάζων & *Multiplicans*, qui verò ex multiplicatione procreatur novus, γερόμενος s. *Factus* item *Productus* vocatur.

71. Multiplicationi peragenda Tabula Pythagorica inservit, vulgò das Einmahl Ein; quam hic subjicio.

2. *Bis*

2.	sunt	4
3.	- - -	6
4.	- - -	8
5.	- - -	10
6.	- - -	12
7.	- - -	14
8.	- - -	16
9.	- - -	18

3. *Ter*

3	sunt	9
4	- -	12
5	- -	15
6	- -	18
7	- -	21
8	- -	24
9	- -	27

4. *Quater*

4	- -	16
5	- -	20
6	- -	24
8	- -	28

8	- -	32
9	- -	36
<i>5. Quinqvies</i>		
5.	sunt	25
6.	- -	30
7.	- -	35
8.	- -	40
9.	- -	45

6. *Sexies.*

6.	sunt	36
7.	- -	42
8.	- -	48
9.	- -	54

7. *Septies*

7.	sunt	49
8.	- -	56
9.	- -	63

8. *Octies*

8.	sunt	64
9.	- -	72

9. *Novies*

9	sunt	81
---	------	----

72. De

72. Delectantur nonnulli *Regula Pigri*, quam & asinorum appellant, Praxin tamen & usum illius non pudet hic tradere.

73. *Datis ergo duobus numeris, quorum summa denario minor est: Productum eorundem investigetur juxta regulam pigri hoc modo.* (1.) Numerorum datorum utervis alteri subscribatur. (2.) è regione illorum ponatur cujusvis & 10. differentia. (3.) Subductâ lineolâ ducantur in se differentia, productô ipsis infra lineolam subscriptô. (4.) Differentia utriusvis datorum & differentia alterius subtrahatur ab ultima figura producti prioris. Quod reliquum est infra lineolam manifestat productum numerorum datorum quæsitum.

74. *Datis verò duobus numeris, quorum summa denario vel par vel major existit: productum illorum exploretur secundum regulam eandem hoc modo.* (1.) numerorum datorum utervis alteri subscribatur ut ante, differentiâ cujusvis & 10, è regione notata. (2.) Subducta lineola ducantur in se differentia, producto illarum, si unica constet figura, integrô illis subscriptô, sin pluribus, prima saltem ejusdem figura, altera mente servata. (3.) Utriusvis datorum & alterius differentia residuo addatur figura prioris producti mente servata: aggregato hoc, aut, si ante nihil fuit mentis creditum, solo residuo illo, numeris datis infra lineolam subscripto; Inventiqve infra lineolam

B s

nume.

numeri determinabunt Productum numerorum  
datorum quæsitum.

75. Hanc ipsam pigri regulam sunt qui digi-  
torum beneficio expediunt, sed in illis tantum  
numeris, quorum productum 36. non est minus.  
Ipsam verò operationem sic instituere docent.  
(1.) *utriusq; manus auricularis 6. medicus 7. medius*  
*8. index 9. & pollex 10. respondeat.* (2.) *in altera ma-*  
*nu complicentur digiti auricularis & qui sunt de-*  
*inceps reliqui, donec perveniatur ad illum, qui*  
*τῷ πολλὰ πλάσια ζομένῳ* respondeat, *in altera vero*  
*auricularis & qui sunt deinceps reliqui, donec per-*  
*veniatur ad eum, qui τῷ πολλὰ πλάσια ζοῦτι* re-  
spondeat. (3.) *ducatur in se digiti ambarum manu*  
*explicati, quorum productum dat primam quæsitæ*  
*figuram. Quod si verò productum digitorum duabus*  
*veniat scribendum figuris, posterior mente servetur.*  
(4.) *Alteram quæsitæ figuram dat summa digitorum*  
*complicatorum, addito tamen, si quid mente fuit*  
*ante servatum.*

76. Ipsa autem Multiplicatio peragenda est  
hac ratione. (1.) numeri dati ritè disponantur, si-  
miles Multiplicantis figuras similibus Multipli-  
candi subscribendo, subductâ illis lineolâ, infra  
quam Productum annotari possit. (2.) singula  
Multiplicantis figuræ ducantur in omnes ac sin-  
gulas figuras Multiplicandi, productis infra li-  
neolam annotatis & initiô subscriptionis sub fi-  
gura multiplicante factô (3.) Ductâ, si opus, alia  
lineo)

lineolâ, producta particularia conjiciantur in unam summam, quæ determinabit Productum verum quæsitum. Quod si vero numerus multiplicans unica saltim constet figura, tertia hac operatione opus non est.

77. Sint 4093. multiplicanda per 35. Itaq; (1.) numeri dati ritè disponantur hoc modo

$$\begin{array}{r} 4093 \\ \underline{35} \end{array}$$

2. Prima Multiplicantis figura 5. ducatur in omnes ac singulas Multiplicandi figuras, producto 20465. infra lineolam annotatò hoc modo

$$\begin{array}{r} 4093 \\ \underline{35} \\ 20465 \end{array}$$

3. Similiter & altera Multiplicantis figura 3. ducatur in omnes ac singulas Multiplicandi figuras, productò 12279. infra lineolam Producto priori ritè subscripto, initiò subscriptionis factò sub figura multiplicante hac ratione.

$$\begin{array}{r} 4093 \\ \underline{35} \\ 20465 \\ 12279 \end{array}$$

4. Ductâ aliâ quadam lineolâ producta hac particularia (nihil laxato eorum ordine, sed ut principio

B 6

capio

*cipio subscripta sunt) conjiciantur in unam summam, infra lineolam annotandam hoc modo*

$$\begin{array}{r}
 4093 \\
 \phantom{409}35 \\
 \hline
 20465 \\
 12279 \\
 \hline
 143255 \text{ Productũ quæsitum.}
 \end{array}$$

78. Dantur & Multiplicationis compendia, quorum ea in præsentī tradidisse sufficiat, quæ spectata quadam utilitate sese commendant.

79. *Primo* locus est, quoties seu Multiplicato seu Multiplicanti soli, seu utrisque una pluresve ab initio præfixæ sunt Siphrae. Tum enim, dissimulatis inter calculandum his Siphris, cum reliquis operatio saltim instituat, Producto autem tot adjiciantur Siphrae, quot earum initio dissimulatae sunt.

80. *Secundi* usus est, quoties inter Multiplicantis figuras est ratio seu multiplex seu superparticularis. Eandem enim & inter Producta illarum fore rationem constat.

81. *Tertium* adhibere licet, quoties figura multiplicans est 5. Tum enim semissi multiplicandi paris Siphra, imparis 5. præponatur.

82. *Quartum* est rhabdologicum, quod Joh. Neppero, è Scotia oriundo, Baroni Libero & Domino Merchestonii acceptum ferri oportet, & bacillorum peragitur ministeriò. Quæsitum enim



enim in fronte bacillorum figuris multiplicandis, sine negotio ex areis competentibus singulorum multiplicantium & totius multiplicandi producta particularia possunt excerpi, quorum summa manifestat Productum verum quæsitum. Sed hic vivò præstat uti præceptore.

83. *Examen* multiplicationis sunt qui à specie contraria s. divisione petant, si eadem ut nota supponatur. Nam, si Quotiens producti inventi & alterutrius multiplicatorum alteri eorundem æquale fuerit, ritè peractam esse multiplicationem, rectè pronunciant.

84. *Alii* verò sequenti delectantur examine (1.) è figuris multiplicandis quot possunt abjiciunt novenarios, temerè saltim collectos, excessu seorsim notatò (2.) simili ratione abjiciunt & à figuris multiplicantibus novenarios omnes, excessu secundò seorsim notatò. (3.) ab excessuum producto quoque abjiciunt novenarios omnes, excessu tertio seorsim notatò. (4.) denique & à Producto vero quæsito abjiciunt novenarios, excessu quoque seorsim notatò. Quòd si enim tertius & quartus excessus fuerint æquales, de fide calculi haut dubitant. Fallit autem examen, quoties error commissus novenarium æquat.

85. Multiplicationi inserviunt sequentia Euclidis:

I. Qui numeri æqualium numerorum, vel ejusdem, æquè multiplices sunt, inter se sunt æquales. Axiom. I. VII.

II. Quorum idem numerus æquè multiplex est, vel æquè multiplex

30 DE MULTIPLICATIONE INTEGRORUM.

multiplices sunt æquales, inter se æquales sunt Axiom.  
2. VII.

III. Si duo numeri sese mutuo multiplicantes fecerint aliquos: geniti ex ipsis æquales inter se erunt. Theor. 14. VII.

IV. Si numerus, duos numeros multiplicans, fecerit aliquos: geniti ex ipsis eandem rationem habebunt, quam multiplicati. Theor. 15. VII.

V. Si duo numeri, quempiam multiplicantes, fecerint aliquos: geniti ex ipsis eandem rationem habebunt, quam multiplicantes. Theor. 16. VII.

VI. Si duo similes plani numeri, multiplicantes se mutuo, faciant quempiam: productus erit Quadratus. Theor. 1. IX.

VII. Si compositus numerus, aliquem multiplicans, quempiam faciat: factus Solidus erit. Theor. 7. VIII.

VIII. Si impar numerus, parem multiplicans, fecerit aliquem, factus par erit. Theor. 26. IX.

IX. Si impar numerus, imparem multiplicans, fecerit aliquem: factus impar erit. Theor. 27. IX.

X. Si Quadratus numerus, Quadratum numerum multiplicans, faciat aliquem: factus erit Quadratus. Theor. 3. VIII.

XI. Si Cubus numerus, Cubum numerum multiplicans, faciat aliquem, factus Cubus erit. Theor. 4. VIII.

EXEMPLA.

I. A nato Salvatore elapsi putantur anni 1674. Quot horas iidem continent? Resp. 14674284.

II. Quot lotbones continent 7953. Centenarii? Resp. 25449600.

III. Quot denarios continent 6509. Imper. & grossi? Resp. 18747720.

IV. Quot

## DE DIVISIONE INTEGRORUM. 31

IV. Quidam belli Arbidux acie quadrata premium parat instruere: quot opus habet militibus, si singula latera claudenda sint 340. militibus? Resp. 115600.

V. Est hortus, quem inusitata magnitudinis arbor inumbrat, 5762. extensa ramis, quorum unusquisque 367. emittit ramunculos 976. foliis vestitos; singulis autem irrepant 395. vermiculi octo pedibus incedentes. Quæ igitur est summa pedum omnium vermiculorum? Resp. 652193128640.

## DIVISIO INTEGRORUM.

86. Divisio est inventio numeri, qui sit ad unitatem ut divisus ad divisorem.

87. Numerorum divisorum alter vocatur  $\mu\epsilon\tau\epsilon\rho\mu\epsilon\nu$  seu Dividendus, alter  $\mu\epsilon\tau\rho\epsilon\omega\nu$  seu Divisor: qui vero è Divisione novus procreatur, dicitur Quotiens.

88. Divisio ipsa peragitur hæc ratione. (1.) Numeri dati ritè disponantur, ultimam Divisoris figuram ultimæ Dividendi subscribendo atq; sic reliquas reliquis, nisi totus Divisor major sit respondente dividendi parte; quo in casu ultimam Divisoris penultimæ Dividendi oportet subscribi. (2.) Fiat divinatio, quoties ultima Divisoris figura in ultima vel (in posteriori casu) in duabus ultimis Dividendi figuris contineatur, seu aliquotè seu aliquantè. Si quidem hac ratione  
prima

32 DE DIVISIONE INTEGRORUM.

prima Quotientis figura acquiratur, seorsim intra lunulam annotanda. Cavendum tamen, ne Quotus eligatur, cujus & Divisoris productum excedat partem divisam, aut differentiam relinquat Divisori æqualem, nedum majorem. In priori enim casu Quotus assumptus est justò major, in posteriori eodem minor. (3.) Eadem Quotientis figura ducatur in omnes ac singulas Divisoris figuras, productis ipsismet Divisoris figuris ritè subscripto, scil. ut unitates unitatibus, denarii denariis congruant atq; sic ulterius. (4.) Ductâ inferius lineola productum hoc à parte divisâ subtrahatur, residuò infra lineolam annotatò; eritque operatio pro una Quotientis figurâ peracta. (5.) Residuo huic adjiciatur antecedentium Dividendi figurarum proxima. (6.) Huius residuo sic aucto ritè subscribatur Divisor, si fieri potest, atque operatio instituat ut ante. Sed si Divisor residuo illi subscribi nequit, secundò Quotientis loco ponatur Ciphra, residuo autem ad huc una adjiciatur Dividendi figura. (7.) Notabis hoc locò: Quod si post absolutum calculum non nihil fuerit residuum, illud Quotientis invento, sub fractionis forma, annectendum esse, ut cum illo verum Quotientem quæsitum constituat.

89. Addam & exempli elaborationem.

Sint 18896. per 35. dividenda. Quapropter

(1.)

# DE DIVISIONE

(1.) numeri dati ritè disponantur juxta reg. 1. hoc modo

18896(

35

ubi vides, ultimam Divisoris figuram 3. quam ultime dividendi 1. subscribi par erat, ad penultimam ejus nempe 8. rejectam esse: quia totus divisor 35. excessisset respondentem ipsi partem dividendam 18. (2.) fiat divinatio, quoties ultima Divisoris figura 3. in respondente illi parte dividenda 18. contineatur, nimirum sexies. Foret ergo 6. prima Quotientis figura, nisi ejus & divisoris productum 210. superaret partem divisam 188. Assumendus igitur est Quotus proximè minor, nempe 5. seorsim infra lunulam annotandus juxta reg. 2. hoc

18896(5

35

(3.) eadem Quotientis figura 5. juxta reg. 3. ducatur in omnes divisoris figuras 35. Productoque 175. juxta reg. 4. Divisori ritè subscripto & ab 188. subtracto residuum 13. notetur infra lineolam hoc modo

18896(5

35

175

---

13 resid.

(4.) Huic residuo adjiciatur juxta reg. 5. figura dividendi proxima, nimirum 9. ritèq; juxta reg. 6. subscripto Divisore 35. operatio instituatutur ut antea facta

C

facta

facta juxta reg. 2. divinatione, quoties ultima Divisoris figura 3. metiatur quam proximè respondentem hujus residui partem 13. nimirum ter & c. ut 3. constituat alteram Quotientis figuram, ac facies hucusq; elaborati paradigmati sit

$$\begin{array}{r} 18896(53 \\ 35 \\ \hline 175 \\ 139 \\ 35 \end{array}$$

(5.) Altera hæc Quotientis figura 3. ducatur in omnes ac singulas Divisoris figuras, productumq; 105. Divisori ritè subscriptum ab 139. subtrahatur, residuo 34. infra lineolam annotato hoc modo

$$\begin{array}{r} 18896(53 \\ 35 \\ \hline 175 \\ 139 \\ 35 \\ 105 \\ 34 \text{ resid. } 2. \end{array}$$

(6.) Residuo huic secundo adjiciatur proxima Dividendi figura, nempe 6. ritèq; subscripto Divisore fiat divinatio, quoties ultima ejus figura 3. contineatur in 34. nimirum novies. Novenarius ergo determinat tertiam Quotientis figuram prioribus instrumentis adscribendam hoc modo

18896

# DE DIVISIONE

35

$$\begin{array}{r}
 18896 \text{ (539)} \\
 35 \\
 \hline
 175 \\
 139 \\
 35 \\
 \hline
 105 \\
 346 \\
 35
 \end{array}$$

(7.) Tertia hac Quotientis figura 9. ducatur in totum Divisorem, productus 315. eidem rite subscribitur & à 346. subtracto differentia 31. infra lineam annotetur hoc modo

$$\begin{array}{r}
 18896 \text{ (539)} \\
 35 \\
 \hline
 175 \\
 139 \\
 35 \\
 \hline
 105 \\
 346 \\
 35 \\
 315 \\
 31 \text{ resid.}
 \end{array}$$

(8.) Ultimum hoc residuum Quotienti invento 539. sub fractionis forma adjiciatur hoc modo

$$\begin{array}{r}
 18896 \text{ (539)} \frac{31}{35} \text{ Quotiens} \\
 35 \\
 \hline
 175 \\
 \text{Ca}
 \end{array}$$

139

$$\begin{array}{r}
 139 \\
 35 \\
 105 \\
 \hline
 346 \\
 35 \\
 \hline
 315 \\
 31
 \end{array}$$

quò præstitò Divisio tota erit peracta inventusque

$$\begin{array}{r}
 \text{Quotiens } 539 \\
 31 \\
 \hline
 35
 \end{array}$$

90. Sunt quidem & alii divisionum modi, sed quos datâ opera prætereo: cum ille, quem hætenus explicatum dedi, sit omnium facillimus minimeq; erroribus obnoxius, secundum quem & rhabdologicam divisionem oportet institui.

91. Compendia Divisionis duo commendo, alterum rhabdologicum, alterum, cui locus, quoties numeris datis ab initio una pluresve adherent Siphra.

92. Qua ratione baculorum Nepperianorum ministerio Divisio peragatur, verbis explicari satis vix potest: vivus ergo ad eatur præcepto.

93. Quoties verò tam Dividendo quam Divisorum seu unica seu plures ab initio adherent Siphra, abjecto utrinque æquali Ciphrarum numero divisio multo redditur facilior.

94. Δοκιμασία quâ ratione & hic per novena-  
riorum abjectionem possit institui, ex illis prom-  
ptum



ptum est hariolari, quæ de Multiplicationis examine aph. 83. tradidi. Productio scilicet excessuum, post abjectos è Quoto & Divisore novenarios, residuo, si quod è Divisione superfuerit, additio denuo à summa abjiciantur novenarii, ut habeatur excessus secundus; cui si æqualis extiterit excessus, post abjectos è dividendo novenarios, probè peractam esse Divisionem non dubitant. Fallit autem examen, quoties error commissus novenario æqualis est.

95. De Divisione sequentia probe notari merentur. (1.) Binarius omnem numerum metitur, cujus primam figuram metitur. (2.) Ternarius omnem numerum metitur, cujus notas collectas metitur. (3.) Quaternarius omnem numerum metitur, cujus duas primas figuras metitur. 4. Quinarius omnem numerum metitur, cujus prima figura est 5. vel. 0. (5.) Senarius omnem numerum parem metitur, quæ metitur ternarius. (6.) Septenarius metitur omnem numerum, qui colligitur è tribus, sex, novem aut duodecim numeris Proportionis duplæ, quadruplæ aut sedecuplæ. (7.) Octonarius metitur omnem numerum, cujus tres primas figuras metitur. (8.) Novenarius metitur omnem numerum, cujus notas collectas metitur. (9.) Denarius omnem numerum Decadicum metitur.

96. Imminentis fractorum Algorithmi præmittenda etiam videtur ratio inveniendi Com-

C3

munes

munes Divisores maximum & minimum, nec non Communem Dividuum minimum.

97. *Datis duobus numeris non primis inter se, maximam eorum communem mensuram invenire docet Euclides Probl. 1. VII.* Subtrahatur ergò minor ex majore, & residuum rursus ex minore. Nam, sic alternatim procedendo tandem pervenietur, aut ad unitatem, aut ad aliquem numerum, qui præcedentem metiatur. Si illud, numeros datos esse inter se primos constat per Theor. 1. VII. Eucl. sin hoc, ultimo inventus, metiens præcedentem, erit Communis divisor maximus quæsitus.

98. *Minimus autem Divisor communis si desideretur, observabis: Communis Divisoris maximi partem minimam esse Communem Divisorem minimum quæsitum.*

96. *Datis deniq; duobus numeris, reperire, quem illi minimum metiantur, docet Euclides probl. 4. VII.* Quod si enim numeri dati sint (1.) Inter se primi: Productum illorum determinat communem Dividuum minimum quæsitum. Existentibus autem iisdem (2.) Inter se compositis: Quotò alterius datorum, per communem eorum mensuram maximam divisi, ductò in reliquum, Productum manifestat quæsitum.

97. *Quibus accuratè observatis facilè inveniri poterit numerus, qui habeat partes datas; h. e. quot. & quoscunque divisores admittat Probl. 9.*

VII. Eucl. Fac enim desiderari e. g. numerum, quem 3. 5. 7. metiantur. Ducto ergo (1.) 3. in 5. atque (2.) productio per 7. multiplicatio, obtinebitur numerus quaesitus.

98. Divisioni inserviunt sequentia Euclidea :

I. Unitas omnem numerum per unitates, quae in ipso sunt, hoc est, per ipsummet numerum metitur. Axiom. 5. VII.

II. Omnis numerus seipsum metitur per unitatem. Axiom. 6. VII.

III. Si numerus numerum produxerit : metietur multiplicans productum per multiplicatum, multiplicatus autem eundem per multiplicantem. Axiom. 7. VII.

IV. Si numerus numerum metiatur : & ille, per quem metitur, eundem per eas metietur, quae in metiente sunt, unitates ; h. e. per ipsam numerum metientem. Axiom. 8. VII.

V. Numerus quocumque numeros metiens, compositum quoque ex illis metitur. Axiom. 10. VII.

VI. Numerus, quemcumque numerum metiens, metitur quoque omnem numerum, quem ille metitur. Axiom. 11. VII.

VII. Numerus, metiens totum & ablatum, metitur etiam reliquum. Axiom. 12. VII.

VIII. Si, duobus numeris inaequalibus propositis, detrahatur semper major de minore, alterna quadam detractio, neque reliquus unquam metiatur precedentem, quoad assumpta sit unitas : qui principio propositi sunt numeri, primi inter se erunt. Th. 1. VII.

IX. Si duo numeri primi inter se fuerint : qui unum eorum metitur, ad reliquum primus erit Th. 23. VII.

X. Omnem compositum numerum aliquis numerus metitur. Th. 31. VII.

XI. *Omnis numerus aut primus est, aut eum aliquis primus metitur.* Th. 32. VII.

XII. Si duo numeri numerum quempiam metiantur: etiam minimus, quem illi metiuntur, eundem metietur. Th. 33. VII.

XIII. Si numerum numerus quispiam metiatur: ille, quem metitur, partem habebit à dimetiente denominatam. Th. 34. VII.

XIV. Si numerus partem habuerit aliquam: metietur illum numerus à parte denominatus. Th. 34. VII.

XV. Si impar numerus parem metiatur: & illius dimidium metietur. Th. 28. IX.

XVI. *Si quadratus numerus quadratum numerum metiatur: & latus unius metietur latus alterius. Et, si unius quadrati latus metiatur latus alterius: quadratus quadratum metietur.* Th. 12. VIII. *Valeat etiam negativè, per Th. 14. VIII.*

XVII. *Si cubus numerus cubum numerum metiatur: & latus unius metietur latus alterius. Et, si latus unius cubi latus alterius metiatur: & cubus cubum metietur.* Th. 13. VIII. *Valeat etiam negativè, per Th. 15. VIII.*

### EXEMPLA.

I. *Quartum quomodo annum bisextilem esse, sciunt etiam qui nihil sciunt. Quæsitum verò jam sit: Num præsens 1675. annus sit è bissextilium numero? R. Neg.*

II. *Titio sunt 5640. argentei s. grossi, quos per-*  
muta-

*mutare cum imperialibus vult. Quot ergo imperiales recipiet pro illis 5640. grossis? R. 235.*

III. *Lucius die functus supremo reliquit 12. cent. 55. libr. 4. loth. cupri inter sex heredes equaliter distribuendos: quantura ex illis singuli accipient? Fac. 2. Cent. 9. libr. 6. loth.*

IV. *Nonnemo Archidux belli capta urbe inter 842. milites gregario 15702. Imp. liberalis manu equaliter distribuendos donat, sed hac lege, ut tertiam partem occisorum sepultura impendant. Quantum singulis erit reliquum? Resp. 12. Imp. 10. gross. 3  $\frac{33}{421}$  den.*

gross. 3  $\frac{33}{421}$  den.

421

## DE ALGORITHMO FRACTORUM.

99. *Fractiones dicuntur numeri, qui totius cujusdam integralis partes expriment.*

100. *Omnis autem fractio duobus scribitur numeris, lineola discriminatis, quorum alter, trans lineolam, Numeratoris, alter verò, cis eandem, Nominatoris appellationem habet; juxta versum*

*Supremus Numerat, nominat inferior.*

*Hic enim, in quot partes integrum sit divisum, ille verò, quot earum sumi oporteat, ut fractionis*

C 5

habea-

habeatur valor, indicant. Sic e. g. hujus fractionis  $\frac{2}{3}$  (duæ tertiæ) numerus superior 2. vocatur Numerator, German. Der Zehler: inferior autem 3. Nominator, Germ. Der Nenner.

101. Inter Numeratorem porrò & Nominatorem ea perpetuò ac in omni fractione viget ratio, quæ est inter ipsam fractionem & unitatem: quare, Nominator Dividendi, Numerator verò Divisoris instar se habeat, necesse est.

102. Equibus promptum est colligere (1.) Fractionem uni integro æquipollere, cujus Numerator Nominatori æqualis existit. e. g.  $\frac{3}{3}$  Totò enim in tres partes diviso, ipsum totum auferet sane quisquis omnes tres partes acceperit. (2.) Fractionem plus uno integro valere, cujus Numerator Nominatorem excedit e. g.  $\frac{5}{4}$  Cujusmodi fractiones spurias nonnulli appellat. (3.) Fractionem minus integrò unò valere, cujus Numerator Nominatoris minor est. e. g.  $\frac{2}{3}$ .

103. Dividuntur fractiones (1.) in Simplicis & Compositas (2.) in Homonymas & Heteronymas.

104. *Simplices* vocant, cum totum saltim divisum est. e. g.  $\frac{2}{3}$ .

105. *Compositas*, cum & totum & partes dividuntur. e. g.  $\frac{2}{3} \frac{1}{4}$  h. e. duæ tertiæ trium quarum.

106. *Homonymæ* dicuntur, quibus æquales sunt Nominatores e. g.  $\frac{2}{7}$  &  $\frac{5}{7}$ .

107. He

107. *Heteronymæ*, quarum Nominatores sunt inæquales, e. g.  $\frac{2}{7}$  &  $\frac{5}{9}$ .

108. Universa autem Fractionum doctrina sequentibus absolvitur problematibus.

109. *Compositas Fractiones in equipollentes simplices mutare.* (1.) Productum Nominatorum est Nominator fractionis simplicis & (2.) productum Numeratorum Numerator ejusdem. Sic e. g.  $\frac{2}{3} \frac{4}{5}$  mutatur in  $8$  &  $3 \frac{7}{8}$  in  $21$

110. *Heteronymas in equipollentes Homonymas convertere.* (1.) Productum Nominatorum omnium est Nominator fractionum homonymarum communis (2.) Singulis Numeratoribus ductis in communem Nominatorem producta dividantur per Nominatores heteronymos: Quotientes enim dant Numeratores homonymos. Sic e. g.  $\frac{2}{3} \frac{3}{4} \frac{5}{6}$  mutantur in  $\frac{4}{7} \frac{8}{2} \frac{5}{7} \frac{4}{2} \frac{6}{7} \frac{2}{2}$

111. Notabis tamen: Datis duabus saltem fractionibus heteronymis, compendio locum esse. Invento enim, ut ante Nominatore communi, uterque fractionis heteronymæ Numerator ducatur in alterius Nominatorem, & habebitur Numerator homonymus pro illa fractione, cujus Numerator calculum ingressus est. Sic e. g.  $\frac{2}{3}$  &  $\frac{2}{7}$  mutantur in  $\frac{2}{13} \frac{1}{7}$  &  $\frac{1}{7} \frac{2}{5}$

112. *Fractionem majorem in equipollentem minorem convertere.* (1.) Numeratore per communem Divisorem maximum divisio Quotiens determi-

terminat Numeratorem fractionis minoris. (2.)  
diviso & Nominatore per eundem communem  
divisorem maximum acquiritur Nominator fra-  
ctionis simplicis. Quod si autem Numerator &  
Nominator fractionis datæ communi mensurâ  
careant, erunt inter se primi atq; adeo minimi  
omnium eandem cum eis rationem habentium,  
per Theor. 21. VII. Evcl.

113. *Notabis*: Quod si tam Numeratori quam  
Nominatori una vel plures ab initio adhæreant  
ciphrae, conversionem illam sine negotio fieri ab-  
jecto utrinque pari Sipharum numero. Sic  $\frac{430}{500}$   
mutantur in  $\frac{43}{50}$

114. *Integra in fractionis forma exhibere.* Inter-  
jecta lineola integris subscribatur unitas. Sic e.  
g. 3. mutantur in  $\frac{3}{1}$  Item 7. in  $\frac{7}{1}$

115. *Ex integris & fractionibus unam equipollen-  
tem fractionem constituere.* (1.) Nominator in in-  
tegra ducto producto addatur Numerator. Nam  
summa hæc est Numerator fractionis quæsitæ.  
(2.) Huic Numeratori subscribatur Nominator  
pristinus, ut habeatur fractio desiderata. Sic  
 $4\frac{2}{5}$  mutantur in  $2\frac{2}{5}$  Item 7  $\frac{3}{4}$  in  $3\frac{1}{4}$

116. *Ultra fractionum alterâ, quâ valorem, ma-  
jor sit cognoscere.* Cujus Numerator ductus in  
alterius Nominatorem majus procreat produ-  
ctum, eadem & major est. Sic  $\frac{3}{4}$  plus valet, quam  
 $\frac{2}{3}$  &  $\frac{5}{8}$  plus quam  $\frac{9}{12}$

117. *Fra-*



117. *Fractionis valorem explorare.* Fiat; ut fractionis Nominator ad summam partium integralium; ita Numerator ejusdem fractionis ad valorem quæsitum. Seu, quod idem est, ducto, (1.) Numeratore in numerum partium integralium, atq; (2.) producto hoc per Nominatorem divisò, Quotiens valorem desideratum exprimit in similibus partibus totius usualibus. Sic e. g.  $\frac{2}{3}$  Imper. valent 16. gross. Et  $\frac{5}{8}$  libræ valent 15. loth.

118. Ex quo sponte sequitur, *facile fractionem datam in equipollentem aliam mutari.* Nempe si fiat: Ut fractionis datæ Nominator ad ejusdem Numeratorem; sic Nominator fractionis quæsitæ ad Numeratorem quæsitum; seu, quod idem est, Producto Numeratoris dati & Nominatoris novi per Nominatorem datum divisò. Ut si e. g.  $\frac{2}{3}$  ames mutare in nonas h. e. in fractionem, cujus Nominator sit 9. (novenarius) fac.  $\frac{6}{9}$ .

119. *Fractionem quamlibet quacunq; ratione augere vel minuere.* Si augere placet fractionem, producto rationis datæ & Numeratoris subscribatur Nominator pristinus. Sin minuere eandem malis, productum rationis datæ & Nominatoris subscribatur Numeratori pristino. Sic e. g. Si duplum de  $\frac{2}{3}$  desideretur, Numeratoris duplo nimirum 4. subscribatur Nominator pristinus 3. eruntq;  $\frac{4}{3}$  duplum  $\frac{2}{3}$  sin dimidium ejus quæ-

quærat, duplum Nominatoris subscribatur Numeratori pristino, erunt  $\frac{2}{6}$  dimidium  $\frac{2}{3}$ .

120. *Fractionum plurium summam invenire.* Si fractiones datæ sint Homonymæ, summæ Numeratorum subscripto Nominatore communi acquiritur summa fractionum desiderata. Sic e. g.  $\frac{2}{7}$  &  $\frac{3}{7}$  dant  $\frac{5}{7}$  Itē  $\frac{2}{9}$  &  $\frac{4}{9}$  dant  $\frac{6}{9}$ . Existentibus autē iisdem Heteronymis, mutantur prius in Homonymas & operatio porrò instituatutur ut ante.

121. *Fractionum duarum differentiam explorare.* Si fractiones datæ sint Homonymæ, differentiæ Numeratorum subscripto Nominatore communi obtinetur differentia fractionum quæsita. Sic e. g.  $\frac{3}{8}$  subtractis ex  $\frac{7}{8}$  relinqvuntur  $\frac{4}{8}$  seu  $\frac{1}{2}$  Item  $\frac{5}{7}$  subtractis ex  $\frac{1}{7}$  relinqvuntur  $\frac{6}{7}$ . Datis autem fractionibus Heteronymis, mutantur eadem prius in homonymas, & operatio porrò instituatutur ut ante.

122. *Fractionum datarum Productum invenire.* Productum Numeratorum est Numerator producti quæsiti, & Productum Nominatorum ejusdem exhibet Nominatorem. Sic  $\frac{2}{3}$  &  $\frac{4}{7}$  producunt  $\frac{8}{21}$ .

123. *Fractionum datarum Quotientem compendiose invenire.* Divisoris Nominatore in Nominatoris & hoc in illius locum translato operatio instituatutur uti in Multiplicatione seu producti inventionem factum. Sic e. g.  $\frac{4}{5}$  per  $\frac{2}{9}$  divisus Quotientis loco erunt  $\frac{10}{9}$ .

## DE RATIONE.

124. Rationem *Euclides def. 3. V. definit*, quod sit duarum magnitudinum ejusdem generis mutua secundum quantitatem habitudo. *Gr. dicitur λόγος*.

125. Numeri, quorum indagatur Ratio, vocantur Termini; quorum, alter, is nempe, qui cum altero confertur seu comparatur, *ἡγούμενος* & Antecedens; alter verò, quo cum idem comparatur, *ἐπόμενος* & Consequens appellatur.

126. Dividitur Ratio in Æqualitatis & Inæqualitatis rationem.

127. Æqualitatis ratio vocatur, cum neuter terminorum alterum excedit. Talis datur inter 3. & 3. inter 4. & 4. &c.

128. Inæqualitatis vocatur, cum alter terminorum alterum excedit. Cujusmodi datur inter 3. & 4. inter 5. & 8.

129. Estq; (1.) vel inæqualitatis majoris, vel minoris; (2.) vel Simplex, vel composita.

130. Majoris Inæqualitatis ratio dicitur, cum terminus antecedens major est. Qualis datur inter 3. & 2. inter 7. & 5.

131. Minoris dicitur, cum terminus antecedens minor est. Ejusmodi datur inter 2. & 3. inter 5. & 7.

132. Efferuntur autem deversimodè. Illa quidem simpli nomine: hæc vero præfixa Præpositione

tione

tione SUB. Ita inter 6. & 3. est ratio dupla: inter 3. & 6. verò subdupla, de quibus inferius.

133. *Simplex* vocatur, cum terminorum alter alterum metitur, aut, si ejus pars aliquanta sit, eundem semel tantum continet. Talis datur inter 4. & 2. & contra; inter 9. & 5. & contra.

134. *Composita* vocatur, cum terminorum neuter alterum metitur, alter tamen in altero sæpius continetur. Talis datur inter 3. & 7. & contra. Inter 4. & 11. & contra.

135. *SIMPLEX* porro dividitur (1.) in Multiplicem & Submultiplicem; (2.) in Superparticularem & Subsuperparticularem; (3.) in Superpartientem & Subsuperpartientem.

136. *Multiplex* dicitur, cum terminus antecedens major est & consequentem aliquoties continet. Denominationem verò à terminorum Quotiens accipit. Sic inter 6. & 3. est ratio dupla; inter 12. & 4. tripla; inter 20. & 5. quadrupla.

137. *Submultiplex* dicitur, cum antecedens terminus minor est, & consequentem aliquoties metitur. Sic inter 3. & 6. ratio subdupla; inter 4. & 12. subtripla; inter 5. & 20. subquadrupla.

138. *Superparticularis* dicitur, cum terminus antecedens major est & consequentem non nisi semel unamque ejus particulam continet. Atque hæc denominationem acquirit à termino minore

præfixa voce *sesqui*. Sic inter 3. & 2. est ratio sesquialtera; inter 4. & 3. sesquitertia; inter 5. & 4. sesquiquarta.

139. *Subsuperparticularis*, cum terminus consequens major est & antecedentem non nisi semel unamque ejus particulam continet. Sic inter 2. & 3. est ratio subsesquialtera; inter 3. & 4. subsesquitertia; inter 4. & 5. subsesquiquarta.

140. *Superpartiens* dicitur, cum terminus antecedens major est & consequentem non nisi semel & aliquot ejus particulas continet. Denominationem verò à particulis residuis & termino minore accipit. Sic inter 5. & 3. est ratio superpartiens duas tertias, seu, superbipartiens tertias; inter 8. & 5. superpartiens tres quintas, seu, supertripartiens quintas; inter 11. & 6. superpartiens quinque sextas; seu, superquinquartiens sextas.

141. *Subsuperpartiens*, cum terminus consequens major est & antecedentem non nisi semel & aliquot ejus particulas continet. Sic inter 3. & 5. est ratio subsuperpartiens duas tertias, seu, superbipartiens tertias; inter 5. & 8. subsupertripartiens quintas; inter 6. & 11. subsuperquinquartiens sextas.

142. *COMPOSITA* quoque subdividitur (1.) in Superparticularem & Subsuperparticularem; (2.) In Superpartientem & Subsuperpartientem.

143. *Superparticularis* dicitur, cum terminus antecedens major est & consequentem aliquoties unamq; ejus particulam continet. Denominatio fit à terminorum Quotiente & voce *sesqui* cum minori termino constructa. Sic inter 5. & 2. est ratio dupla sesqui altera; inter 7. & 3. dupla sesquitertia; inter 13. & 4. tripla sesquiquarta.

144. *Subsuperparticularis*, cum terminus consequens major est, & antecedentem aliquoties unamq; ejus particulam continet. Sic inter 2. & 5. est ratio subdupla subsesquialtera; inter 3. & 7. subdupla subsesquitertia; inter 4. & 13. subtripla subsesquiquarta.

145. *Superpartiens* dicitur, cum terminus antecedens major est & consequentem aliquoties cum aliquot ejus particulis continet. Denominatio datur à terminorum Quotiente & particulis residuis cum minore termino constructis. Sic inter 8. & 3. est ratio dupla superpartiens duas tertias, seu, superbipartiens tertias; inter 18. & 5. tripla superpartiens tres quintas, seu, supertripartiens tres quartas, seu, supertripartiens quartas.

146. *Subsuperpartiens*, cum terminus consequens major est & antecedentem aliquoties cum aliquot ejus particulis continet. Sic inter 3. & 8. est ratio subdupla subsuperpartiens duas tertias, seu, subsuperbipartiens tertias; inter 5. & 18. subtripla subsuperpartiens tres quintas, seu, subtripla subsuperpartiens tres quintas, seu, subtripla subsuperpartiens tres quintas.

Subsupertripartiens quintas; inter 4. & 23. sub-  
 quadrupla subsuperpartiens tres quartas, seu,  
 subsupertripartiens quartas.

147. *Notabis*: Datos rationis Super- & Subsu-  
 perpartientis terminos, si sint numeri inter se  
 compositi, ad minimos seu primos inter se redi-  
 gendos esse; ne Superparticularis cum Superpar-  
 tiente confundatur. Sic e. g. inter 9. & 6. non  
 est ratio superpartiens tres sextas: sed sesquial-  
 tera. Nec inter 10. & 8. est ratio superpartiens  
 duas octavas, sed sesquiquarta.

148. *Datarum rationum major est illa*, cujus  
 antecedens terminus, ductus in consequentem al-  
 terius, majus procreat productum. Sic ratio 3.  
 ad 4. major est ratione 2. ad 3.

149. *Ratio fractionum innotescit ex earundem*  
*Quotiente*. Sic inter  $\frac{3}{4}$  &  $\frac{2}{3}$  est ratio  $\frac{9}{8}$  seu ses-  
 quioctava.

150. Additio, Subtractio, Multiplicatio &  
 Divisio rationum in numeris concretis seu Nu-  
 meratis sine negotio peraguntur, si rationes datae  
 instar fractionum tractentur, factis ex anteceden-  
 tibus terminis Numeratoribus & è consequenti-  
 bus Nominatoribus: Non neglectâ tamen in  
 Multiplicatione & Divisione terminorum, ut  
 vocant, contractione, si eadem sit possibi-

# DE PROPORTIONE ET PROGRESSIONE.

151. Ex Rationibus oritur *Αναλογία* seu Proportio, quam Evclides hoc modo definitam reliquit: Analogia est rationum similitudo. def. 4. V.

152. Eademque ad minimum in tribus terminis consistit. def. 9. V.

153. Dividitur vulgo in Arithmetica, Geometricam & Harmonicam; quibus nonnulli addunt Contraharmonicam.

154. *Arithmetica* vocatur, cum inter numeros datos differentiarum servatur æqualitas. Ut inter 2. 5. 8. inter 3. 7. 11.

155. *Geometrica*, cum inter numeros datos rationum servatur æqualitas. Ut inter 2. 4. 8. inter 3. 9. 27.

156. Vocatur Geometrica, quod Lineæ, superficies & corpora Mathematica illam referant. g. ut se habent 2. 4. 8. ita se habent Linea, Quadrata superficies & Cubus.

157. *Harmonica* vocatur, cum, tribus numeris datis, sicut se habet maximus ad minimum, ita se habet differentia maximi & medii ad differentiam medii & minimi. De qua Musici solent esse solliciti. Ejusmodi datur inter 2. 3. 6. inter 3. 4. 6. inter 3. 5. 15. inter 4. 7. 28.



158. *Contra-harmonicam* vocant, quando se habet maximus ad minimum, ut differentia medii & minimi ad differentiam medii & maximi. Ut inter 2. 5. 6. inter 3. 5. 6. inter 3. 13. 15.

159. Quod si numerorum Arithmetice vel Geometricè Proportionalium tribus fuerint plures, appellatur eadem *PROGRESSIO*. Quemadmodum igitur Ratio inter duos tantum versatur, & Proportio terminos ad minimum requirit tres: sic Progressionis Termini quatuor pauciores esse nequeunt.

160. Dividitur Progressio in Arithmeticam & Geometricam.

161. *Arithmetica* est habitudo plurium quam trium numerorum, quorum differentia, vel continuè vel alternis vicibus, æquales sunt. Illud quando fit, appellatur Progressio eadem *Naturalis*; uti, cum hæc fit, *Artificialis*. Illius exempla sunt 1. 2. 3. 4. 5. &c. 3. 6. 9. 12. &c. 2. 7. 12. 17. 22. &c. hujus verò 1. 2. 4. 5. 7. &c. 3. 6. 8. 11. 13. 16.

162. *Geometrica* est habitudo plurium, quam trium terminorum, quorum Rationes, vel continuè vel alternis vicibus, sunt æquales. Illud quando fit, dicitur Progressio hæc *Continua*, uti, cum hoc fit, *Discontinua* seu *Disjuncta*. Illius exempla sunt. 1. 2. 4. 8. 16. &c. 3. 6. 12. 24. 48. &c. hujus 1. 2. 6. 12. 36. &c. 2. 4. 16. 32. 128. &c.

163. Disjunctam nonnulli dividunt in *Simpli-*

*cem*, quæ terminis constet omnino quatuor; unde sit Regula *De Tri* vulgo sic dicta: & *Multipli-*  
*cem*, quæ pluribus constet terminis, quàm qua-  
tuor: unde sunt Regulæ *De Ses*, *Societatis* harum  
que similes.

164. *Datis duobus numeris medium Aritbmeti-*  
*cum invenitur Summâ datorum per binarium di-*  
*visâ. Sic inter 3. & 7. invenitur 5.*

165. *Datis duobus numeris duos intermedios Pro-*  
*gressionis naturalis facile est invenire, Si observes*  
*Summam quæditorum summæ datorum æqua-*  
*lem esse. Sic inter 3. & 9. inveniuntur 5. & 7.*

166. *Datis in Progressione Naturali, præter Ex-*  
*tremum initiale, Terminorum & summâ & diffe-*  
*rentiâ, Extremum ultimum invenitur, Si diffe-*  
*rentia in Summam unitate multiplicatam ducatur.*  
Productum autem Extremum initiale addatur.

167. *Datis autem Extremis ambobus & termi-*  
*norum differentiâ: summa terminorum omnium*  
*Progressione naturali innotescit divisa Extre-*  
*rum Differentia per Differentiam datam. Quo-*  
*tus enim unitate auctus æquatur summæ qua-*  
*sitæ.*

168. *Datis quocunq; numeris Progressionis Na-*  
*turalis Summam eorundem manifestat Semipro-*  
*ductum summæ terminorum omnium & Extre-*  
*morum.*

169. *Datis etiam quocunq; numeris Progressi-*  
*onis Artificialis, summa eorundem invenitur eodem*  
*modo.*

*modò, nisi terminorum summa sit impar. Quo in casu, abjectò Extremorum alterutro, cum reliquis numeris agatur ut ante: summæ autem inventæ addatur Extremum initio abjectum.*

170. *Datis duobus numeris medium Geometricum invenitur extracta è producto datorum Radice quadrata. Theor. 18. VIII. & 1. IX. Eucl.*

171. *Datis duobus numeris duos medios Geometricè Proportionales sine negotio invenire licet. Productum enim datorum æquale est producto quæditorum. Th. 17. VII. Euclid. Itaque (1.) è Producto Quadrati datorum primi s. minoris & dati alterius extrahatur Radix Cubica: quæ erit quæditorum minor. (2.) è producto quadrati datorum secundi s. majoris & datorum alterius extrahatur Radix cubica: quæ erit quæditorum alter s. major.*

172. *Datis quotcunq; numeris Progressionis continuæ summa eorundem innotescit ducta terminorum ratione in Extremum finale s. ultimum: differentia autem producti hujus & Extremi initialis per eandem rationem unitate multiplicatam dividitur. Confer. Th. 33. IX. Euclid.*

173. *Datis etiam quotcunq; numeris Progressionis Disjunctæ summa eorundem sine negotio invenitur si disjuncta disjungantur & è terminis alternis duo fiant exempla. Ut si summa horum numerorum desideretur 2. 4. 12. 24. 72. 144. 432. Quæratür primū summa terminorum 4. 24. 144.*

D 4

dein-

deinde & 2. 12. 72. 432. quarum Aggregatum erit summa terminorum omnium quaesita.

174. *In Progressione continua si plures petantur termini, quam ut omnium ac singulorum ordo citra difficultatem possit explicari & ad ultimum usque terminum continuari, Extremum finale compendiose inveniri poterit hac ratione* (1.) Quousque libet numerorum Progressio formetur. (2.) tam terminis inventis, quam reliquorum locis à latere adscribantur alii numeri, quos *Exponentes* appellare fas sit, initiò à Ciphra factò. Qua ratione ultima Exponentium signa unitate minor sit summa terminorum oportet. (3.) Si duorum quorumcunque Exponentium summa æqualis fuerit Exponenti ultimo: terminus Exponentis minoris dividatur per illum, quem exponit Ciphra. Quotiente enim ductò in terminum Exponentis majoris, fiet ex illis terminus ultimus desideratus. (4.) Quod si verò Progressio eousque continuata non fuerit, ut duorum Exponentium summa æqualis sit Exponenti ultimo: quaerantur intermedii, donec ad ultimum perveniatur.

175. Ad magis declarandam Rationis, Proportionis & Progressionis naturam atque doctrinam non parum faciunt sequentia Euclidis oracula.

I. Si inter duos numeros unus medius proportionalis cadat numerus: Similes plani erunt illi numeri, Th. 18. VIII.

II. Si inter duos numeros duo medii proportionales ca-

les cadant numeri: Similes solidi sunt illi numeri. Th. 19. VIII.

III. Si tres numeri proportionales fuerint: qui sub extremis continetur, aequalis est ei, qui à medio efficitur; & si, qui sub extremis continetur, aequalis fuerit ei, qui à medio describitur: ipsi tres numeri proportionales erunt. Th. 18. VII.

IV. Si tres numeri, deinceps proportionales, fuerint minimi omnium eandem cum eis rationem habentium: duo quilibet numeri ad reliquum primi erunt. Th. 15. IX.

V. Si quatuor numeri proportionales fuerint: qui ex primo & quarto fit numerus, aequalis erit ei, qui ex secundo & tertio fit numero. Et si, qui ex primo & quarto fit numerus, aequalis fuerit ei, qui ex secundo & tertio fit numero: ipsi quatuor numeri proportionales erunt. Th. 17. VII.

VI. Si quatuor numeri proportionales sint: & vicissim proportionales erunt. Th. 11. VII, hoc est: Erit non solum, ut primus ad secundum; sic tertius ad quartum; verum quoque, ut primus ad tertium: sic secundus ad quartum.

VII. Si sint quotcunque numeri deinceps proportionales, primus autem secundum non metiatur: neque alius quisquam ullum metietur. Th. 4. VIII.

VIII. Si sint quotcunque numeri deinceps proportionales, primus autem extremum metiatur: is etiam metietur secundum. Th. 5. VIII.

IX. Si sint quotlibet numeri deinceps proportionales, & multiplicans quisque seipsum faciat aliquos: qui ab illis producti fuerint, proportionales erunt; Et, si numeri primum positi, multiplicantes jam factos, fecerint aliquos: ipsi quoque proportionales erunt, & semper circa extremos hoc eveniet. Th. 11. VIII.

D 5

X. Si

X. Si ab unitate quotcunque numeri deinceps proportionales fuerint: tertius quidem ab unitate Quadratus est, & unum intermittentes omnes; Quartus autem est Cubus & duos intermittentes omnes; Septimus vero Cubus simul & Quadratus, & quinque intermittentes omnes. Th. 8. IX. Confer. aph. 30.

XI. Si ab unitate quotcunque numeri deinceps proportionales fuerint, qui verò post unitatem sit Quadratus: & reliqui omnes Quadrati erunt. Ac si, qui post unitatem, sit Cubus: & reliqui omnes Cubi erunt. Th. 9. IX. Confer. aph. 31.

XII. Si ab unitate quotcunque numeri deinceps proportionales fuerint, qui verò post unitatem non sit Quadratus: neque alius ullus quadratus erit, præter tertium ab unitate, & unum intermittentes omnes. Ac, si post unitatem non sit Cubus: neque alius ullus Cubus erit, præter quartum ab unitate & duos intermittentes omnes. Theor. 10. IX.

XIII. Si fuerint quotcunque numeri deinceps proportionales, extremi autem illorum primi inter se sint: non erit, ut primus ad secundum, sic ultimus ad alium quempiam. Th. 17. IX.

XIV. Si sint quotcunque numeri deinceps proportionales, detrahantur autem a secundo & ultimo æquales ipsi primo: erit, ut secundi excessus ad primum, sic ultimi excessus ad summam totantium ipsum antecedentium. Theor. 33. IX.

XV. Si ab unitate quotcunque numeri deinceps exponantur in dupla proportione, quoad totus compositus fiat primus, & totus hic in ultimum multiplicatus faciat aliquem: factus erit Perfectus. Theor. 34. IX.

PRO.

PROPORTIONUM REGULÆ.

176. Proportionum regulas quinque vulgò recensent : De Tri, De Ses, Societatis, Alligati-  
onis, & Falsi.

REGULA DE TRI.

377. Regula De Tri est ratio inveniendi  
ad tres numeros datos quartum propor-  
tionalem.

178. Et, si inter quartum quæsitum atque da-  
torum secundum fuerit, respectu tertii atq; pri-  
mi datorum, ratio alterna, de qua Euclides def.  
11. V. vocatur Regula hæc *Directa*, in qua est

*Ut primus*

*ad tertium:*

*Ita secundus*

*ad quartum.*

at, si inter eundem quartum atq; secundum, re-  
spectu tertii & primi, fuerit ratio inversa, de qua  
Euclid. def. 13. V. vocatur & Regula hæc *Inversa*,  
in qua est

*Ut primus*

*ad tertium:*

*sic quartus*

*ad secundum.*

Quare in illa Productò secundi & tertii per pri-  
mum,

mum, in *hac* verò Productò primi & secundi per tertium divisò, innotescit Quartus.

179. In numeris Numeratis opera danda est (1.) ut numerus, cui quæstio adhæret, tertium, quique illi homonymus, primum, reliquus verò secundum occupent locum. (2.) ut, si primus & tertius cum diversis construuntur quantis, eadem ad unum commune quantum redigantur, nempe ad eorum minimum, quibus cum constructi sunt; id quod Multiplicationis fit beneficiò. (3.) Ut, si & secundus cum diversis construatur quantis, redigantur eadem ad unam communem denominationem, majora resolvendo in minima. (4.) Ut, si primus & tertius, aut primus & secundus, aut utriusque fuerint inter se compositi, redigantur ad minimos in eadem ratione, hoc est ad Primos inter se; cum hac ratione calculus multò reddatur facilior. (5.) Ut, si vel unica tantum præsto sit fractio, omnes integri numeri mutantur in fractiones. (6.) Ut, si per fractiones instituendus sit calculus, Numerator & Nominator Divisoris, hoc est primi in Reg. Directa & tertii numeri in Inversa, alter in alterius locum transferantur. Tum enim Productum Numeratorum omnium est Numerator, & Productum Nominatorum omnium Nominator Quarti quæsitæ. (7.) Ut Rationis doctrina repetatur, ubi opus est.

180. Δοκιμασίαν si libet instituere & experiri,  
num



num ritè calculò defunctus sis, 19. VII. Euclid.  
 Lydii lapidis vice erit. Quod si enim Produ-  
 ctum quarti inventi & datorum primi ( *in regula*  
*directa* ) aut quarti inventi & datorum tertii ( *in*  
*Regula Inversa.* ) æquale fuerit producto secundi  
 & tertii ( *in regula Directa* ) aut secundi & primi  
 ( *in regula Inversa* ) probè te operatum fuisse, sin-  
 minus, errorem surrepsisse, dubium non est.

## EXEMPLA.

I. Emit nonnemo 6. libras cupri 22. gross. quanto  
 constabunt 9. librae? Resp. 33. gross. seu 1. Imper 9.  
 gross.

II. Nundinator quidam 2. Imperialibus 6. gross.  
 vendit 5. libras 2. loth. piperis : quantum piperis  
 emi poterit 4. Imper? Resp. 288. loth. seu 9. li-  
 brae.

III. Si 92. ulnae panni vendantur 48. fl. quanto  
 constabunt 35. ulnae? Resp. 18. flor. 5. den. ferè.

IV. Si 8. Cent. 39. libr. stanni emantur 427 flo-  
 renis 6. gross. 5. den. quanti vendentur 2. Cent.?  
 Resp. 101. fl. 20. gr. 4. den.

V. Si pro 239. Imper. emantur 2. Cent. Croci :  
 quantum croci dabitur pro 38. Imp. 17. gross. Resp.  
 32. libr. 12. loth. 2. qv.

VI. Si  $4\frac{2}{3}$  ulnae holoserici auro picti constant 176.  
 fl. quanto constabunt 24. ulnae? Resp. 905. flor. 6.  
 gross.

VII. Si Lychnopajo pro  $5\frac{2}{7}$  libr. candelarum fun-  
 den-

dendis solvantur  $12\frac{2}{7}$  gross. quantum dabitur pro  
4. Cent.  $9\frac{4}{7}$  libr. ? Resp. 39. Imp. 1. gr. ferè.

VIII. Si 6. decades coriorum bubulorum vendan-  
tur 288. Imper. 16. gross. quanto constabunt 3. de-  
cades & 6. coria seu tergora ? Resp. 137. Imp. 4. gr.  
 $9\frac{3}{5}$  den.

IX. Si illo tempore, quo farinae modius constat 2.  
Imperialibus 6. gross. pondus panis, qui  $1\frac{1}{2}$  gross. e-  
mitur, est  $7\frac{3}{4}$  libr. quodnam erit pondus panis  $1\frac{1}{2}$  gr.  
illo tempore, quo farinae modius constat 12. gross.  
Resp. 34. lib. 26. lotb.  $2\frac{2}{3}$  qu.

X. Coëmit nonnemo. 347. tauros 2205. Imper. 19.  
gross. 4. d. aluitq; eosdē tres septimanas, factis in cu-  
stodiam & alimenta ipsorum expensis 76. Imp. 14.  
gross. Interea autem temporis tres ex illis morbo  
confecti exspirarunt, pro quibus exportandis solvit  
1. Imp. reliquis venditis lucratur 579. Imper. quantum  
ergo singulos vendidit ? Resp 8. Imp. 7. gross. 11. den.  
ferè.

XI. Lucius Sempronio 357. Imp. triennium sine  
usuris utendos concessit. Interjecto autem tempo-  
re hic ab illo 243. Imper. utendos accipit: quamdiu  
ipsi licebit his sine usuris uti, donec par pari refera-  
tur ? Resp. 4. ann. 21. sept. 1. d.

XII. Si 3. lb. cinnamomi misceantur 4. lb. Sac-  
chari: quanto vendetur 1. lb. mixti, si scil. 1. lb. cin-  
namomi 30. & 1. lb. Sacchari 10 gross. constitierit ?  
Resp. 18. gross.  $6\frac{6}{7}$  den.

XIII. Si 4. modii tritici misceantur cum 30. mo-  
diis

diis siliginis & 23. modis avenæ, consteterit vero 1. modius tridici 3. Imp. siliginis 2. imp. avenæ 1. imp. Quanto vendetur 1. modius mixti? Resp. 2. imp. 6. gr. 11. den. & c.

XIV. Sint quatuor architecti, quorum primus extruendo alicui edificio esset uno anno, secundus biennio, tertius triennio, quartus quodriennio. Quod si autem collatis viribus opus aggredierentur, quot annorum intervallo exstructuri forent 75. ejusmodi aedificia? Resp. 36.

XV. Duorum architectorum alter solus opus perfecturus esset 20. Sed adhibito altero socio 14. diebus. Quot ergo diebus socius iste solus idem opus exacturus esset? Resp. Alterum illum solum 6. ejusmodi opera 280. seu, quod idem est, opus  $46\frac{2}{3}$  diebus perficere posse.

XVI. Aromatum 329. lb. 27. lotb. emit nonnemo in Lusitania 436. Imp. 8. gr. pro quibus 48. imp. 5. gr. vectigalis loco solvit, nautum verò pro asportandis illis navi Stetinum 25. imp. 18 gr. Et in ministris denig. facta est impensa 38. imp. Venditur ergo aromata illa Stetini lucrari amat 122. imp. 9. gr. Quanto oportet vendari 1. libram? Resp. 2. imp. 9. den.

XVII. Aurifex habet massam 350. librarum è duplici argento conflata hac ratione, ut toties 2. lb. melioris acceperit, quoties de viliori 5. libras sumpsit. Quot ergo libris tam melioris quam vilioris argenti massa eadem constitit? Resp. 160. lb. melioris & 250. vilioris.

XVIII.

XVIII. Vendidit nonnemo 12. imper. 8. gr. quod 10. imp. 7. gr. emptum fuerat. Ex quanam igitur sorte sperandum fuisset lucrum 20. Imperialium? Resp. ex 120. imp. 19. gr.  $7\frac{5}{4}$  den.

XIX. Putearius quidam ad puteum 34. Cubitorum effodiendum conductus 60. imperialibus vitæ fungitur non nisi 20. cubitorum opere perfecto; cuius heredibus, mercedem poscentibus, quantum erit persolvendum? Resp. 21. Imp.  $4\frac{4}{7}$  gross.

XX. Nonnemo duo habet pannorum genera inæqualis latitudinis, alterum quidem 2, alterum verò  $1\frac{1}{2}$  ulnas latum. Interrogatus Sartor, quot ulnis opus habeat prioris, si vestem inde deberet consuere, respondet quatuor. Dic ergò quot ulna alterius panni sumenda forent, si ex illo eadem vestis deberet sarciri? Resp.  $5\frac{2}{3}$ .

XXI. Lucius 360. ulnas holoserici emens pacisci, tur cum venditore  $3\frac{1}{4}$  ulnas  $7\frac{3}{4}$  imp. Quantum illi pro universis 360. ulnis erit solvenda? Resp. 797. imp. 3. gr.  $5\frac{1}{7}$  den.

XXII. Quot imperiales æquipollent 600. aureis, si unus imperialis 24. Et aureus unus 30. grossis taxentur? Resp. 1400.

XXIII. Aurifex quidam jubetur 2. libras argenti pretiosioris miscere 5. libris vilioris; habet autem massam 100. librarum argenti melioris. Quot illis ad miscenda erunt libræ de viliori? Resp. 250. libræ.

XXIV.

DE REGULA DE SES.

65

XXIX. Fistula saliens in subjectum lacum 250. urnarum capacem infundit singulis horis 24. urnas, effluentibus rursus per aliam fistulam singulis horis 16. urnis. Quanto igitur Tempore opus erit, ut totus locus impleatur? Resp.  $31\frac{1}{4}$  hor.

REGULA DE SES, aliàs AUREA  
COMPOSITA item QVINQVE.

181. Regula de Ses est ratio inveniendi è tribus numeris datis ad duos alios datos tertium quartumve proportionalem, in eadem analogia, quæ foret inter tres priores quartumque ipsis proportionalem, si & hic inveniretur.

182. Quemadmodum igitur duos hic quæri constat numeros: sic & duplici opus est calculò seu operatione, quarum alterà tertius, alterà verò quartus quæsitus innotescant.

183. In prima operatione fiat.

*Ut primus vel secundus datorum trium  
ad eorundem tertium:*

*Sic primus vel secundus datorum duorum  
ad eorundem tertium.*

184. In secunda autem fiat.

*Ut primus vel secundus datorum trium  
ad inventũ tertium datorum duorum:*

E

Sic

*Sic primus vel secundus datorum duorum  
ad quartum eorundem questum.*

185. Notabis: (1.) E tribus principio datis illum tertio constituendum esse loco, cui neuter datorum duorum est homonymus (2.) è reliquis datorum trium utrumlibet primò secundòve locò posse constitui, dum modo idem ordo servetur inter datos duos. (3.) Si in prima operatione usus fueris datorum primis, in secunda usurpandos esse secundos, & contra (4.) Inter calculandum discrimen Directæ & Inversæ Regulæ non esse negligendum.

186. Δοκιμασία huc eadem quadrat, quam in Regula De Tri tradidi.

### EXEMPLA.

I. Si pro 8. Cent. mercium Lubecam, quæ hinc distet 36. milliaribus, deportandis solvantur 6. floreni: quid dabitur pro 12. Cent. deportandis Hafniam, quæ hinc absit 69. milliaribus? Resp. 17. flor. 5. gr. 3. den.

II. Si 4. Lignifissores 9. dierum spatio 42. lignorum vehes findere possint, quot dies 6. Lignifissoribus concedendi erunt pro 28. vehibus findendis? Resp. 4. d.

III. Si pro 100. flor. quotannis dentur 5. flor. u-  
sura,

DE ALLEGATIONIS REGULA. 67

*sura, quot annorum spatio 800. flor. usuras? Resp.*  
 $3\frac{1}{2}$ .

IV. *Si centum modii farinae sufficiant 4. militum chiliadibus alendis 24. dies, quamdiu ali poterunt 12. militum chiliades 150. modis? Resp. 12. dies.*

ALLIGATIONIS REGULA.

187. Alligationis Regula est ratio miscendi quotcunqve res, numero pares & diversorum pretiorum, ut certa mixti massa vendi possit pretio inter priora mediante.

188. Datis ergo vel miscibilibus imparibus, vel numero alligante inter pretia miscibilium non mediante, frustra suscipitur alligatio, tanquam naturæ ipsi adversa & prorsus impossibilis.

189. Ipsa auem operatio secundum hanc regulam instituenda venit hoc pacto (1.) Pretia data ritè sibi subscribantur, à minimo illorum incipiendo & cum maximo desinendo, interceptis autem quocunqve ordine positis. (2.) versus sinistram seorsim notetur pretium, ad quod fieri debet alligatio. (3.) versus dextram verò seorsim notentur differentia ejusdem & reliquorum pretiorum, sed inversò ordine, ut nempe differentia pretii mediantis & minimi ex reliquis ponatur

68 DE ALLEGATIONIS REGULA.

tur è regione ex his maximi atque sic ulterius (3.)  
deinde fiat.

*Ut differentiarum summa.*

*ad mixti quantatem;*

*Sic differentia quælibet*

*ad partem ex eo miscibili adhibendam,  
cui differentia illa respondet.*

190. Manentibus ergò primo secundoque nu-  
meris tot opus est operationibus, quot præsto  
sunt differentiæ seu miscibilia.

191. Inverso autem ordine differentias anno-  
tari convenit: quia ipsa ratio persuadet, è pre-  
tiosiori quocunque miscibili minus, & è viliori  
quocunque plus adhibendum esse mixturæ, ne  
venditor damnum patiatur.

EXEMPLA.

I. Oenopola duo vini genera habet venalia, A.  
unam mensuram 20. gross. B. 12. gross. Ex his nonne-  
mo petit sibi unam mensuram pro 15. gross. misceri.  
Quantum ex utroq; miscendum? Resp. ex A.  $\frac{7}{8}$  &  
ex B.  $\frac{5}{8}$

Nota: Hoc exemplum affert P. Schottus Cursus Mathem.  
Libr. 8. fol. 36. potuitque, uti & factum, elaborari & mi-  
stio seu alligatio illa, sine emptoris aut venditoris damno,  
fieri: quia & miscibilia numero sunt paria, nempe duo, &  
numerus alligans 15. inter alligandos 12. & 20. mediat. Po-  
tuissetq; alligatio & ad 13. 14. 16. 17. 18. 19. fieri, salvis pro-  
portionum legibus: cum numerii illi inter alligandos 12. &  
20. mediant h. e. intercipientur.

II. Non



II. Nonnemo ab aurifabro sibi scyphum fieri ro-  
gat 27. lothorum ex argenti varii pretii A. 1. loth.  
6. gross. B. 8 gross. C. 11. gross. D. 12. gross. Quan-  
tum è singulis miscendum ut 1. loth. constet 9. gros-  
sis? Resp. ex A. 9. B. 6. C. 3. D. 9. loth.

## REGULA SOCIETATIS.

192. Societatis Regula est ratio inveni-  
endi plures numeros ad totum aliquod di-  
tribuendum proportionales, in eadem ra-  
tione, quæ est inter alios numeros quot-  
cunq; & illorum summam. Vel: Est ratio  
distribuendi totum quocunq; inter plu-  
res, secundum rationes datas.

193. Dividitur in *Simplicem* atque *Compositam*.  
*Illæ* vocatur, quando numeri dati nulla circum-  
stantia limitantur; *hec*, quando numeris datis  
aliqua adhæret circumstantia.

194. In simplici fiat

Ut numerorum datorum summa  
ad totum distribuendum:

Sic numerorum datorum quilibet  
ad partem ejus proportionalem quæsitam.

195. In composita autem fiat

Ut numerorum datorum, in circumstantias suas  
ductorum, summa  
ad totum distribuendum:

E 3

Sic

*Sic numerorum datorum quilibet, in circumstantiam suam ductus, ad partem ejus proportionalem.*

196. Partes proportionales inventæ indicant, quantum singulis, inter quos fieri debet distributio, ex toto debeatur.

197. Δοκιμασίας locò vulgo sufficere putant, si partes proportionales inventæ restituant totum distributum: sed nihil hac est incertius.

198. Ut itaque constet, num ritè recteque calculò defunctus sis, hoc utere Examine (1.) Summam numerorum datorum divide per singulos datos, Quotientibus seorsim notatis. (2.) Summam partium proportionalium inventarum divide per singulas has partes, Quotientibus quoque seorsim notatis. Quod si tum utrinque æquales fuerint Quotientes, de fide calculi dubitandum non est: sin minus, errorem surrepsisse, certum est.

## EXEMPLA.

I. Mercatores quatuor contulerunt in commune A. 190. B. 200. C. 248. D. 300. Imper. lucratiq; sunt 124. Imperiales: quantum ergo ex lucro accedet singulis? Respond. A.  $18\frac{3}{8}\frac{1}{7}\frac{6}{8}$  B.  $28\frac{2}{8}\frac{1}{7}\frac{6}{8}$  C.  $35\frac{2}{8}\frac{2}{7}\frac{4}{8}$  D.  $42\frac{2}{8}\frac{2}{7}\frac{4}{8}$

II. Tres mercatores communi spe atq; periculò negotiationes exercent, in quarum usum conferunt

A. 20

A. 20. Imp. 8. menses. B. 40. Imp. 6. mens. C. 50. Imp. 4. m.  
 lucranturq; 100. Imp. Quantum ex lucro hoc sin-  
 gulis debetur? Resp. A. 26. Imp. 26. groß. B. 40. Im-  
 per. C. 35. Imper. 8. groß.

III. Cajus confert sortis lolô 300 Imp. Titius 330.  
 Imp. Sempronius 440. Brutum vero procuratorem  
 conducunt, hac lege, ut quintam lucri partem mer-  
 sedis loco retineat. Lucrantur autem 1500. Imp.  
 Quantum ergo ex hoc lucro singuli accipient Resp.  
 Brutus 300. Cajus 336.  $\frac{4}{5}$  Titius 370.  $\frac{1}{5}$  Sem-  
 pronius 493.  $\frac{4}{5}$

IV. Præda 1000. Imper. distribuenda venerit in-  
 ter 10. tribunos militum, 30. veteranos & 40. novi-  
 tios, hac lege, ut, quoties tribuni accipiunt octenos  
 Imperiales, toties veteranis quini & novitus terni  
 imperiales dentur. Quantum ergo ex hac præda  
 reportabunt hi, illi atq; isti? Resp. Tribuni  $228\frac{4}{7}$   
 Imp. Veterani  $428\frac{4}{7}$  Imp. Novitii  $342\frac{6}{7}$  Imp.

V. Tres mercatores pecuniam in commune contu-  
 lerunt, mercandi gratia. A. 20. Imper. 8. mens B. 40.  
 Imper. C. 50. Imper. Acceperunt autem ex lucro  
 100. Imperialium A.  $26\frac{2}{3}$  Impr. B. 40. Imp. C.  $33\frac{1}{3}$   
 Imp. Quamdiu igitur pecunie sue usum concesserunt  
 B. & C. Resp. B. mens. 6. & C. mens. 4.

## REGULA FALSI, aliàs POSI- TIONUM.

199. Positionum seu Falsi Regula est ratio  
 è quolibet numero ficto, secundum quæ-  
 stionis

C 4

stionis

stionis propositæ circumstantias tractato  
eruenendi verum numerum quæsitum.

200. Dividitur in Simplicem s. unius positi-  
onis & Compositam s. duarum positionum. *Il-*  
*lam*, vocant, quando unica sufficit hypothesis;  
*hanc*, cum duabus opus est.

201. In Simplici fiat hoc modo

*Uti numerus ex hypothetico, secundum quæsti-*  
*onis circumstantias tractato productus*

*ad hypotheticum ipsum;*

*Sic datus, qui produci debuit,*  
*ad verum quæsitum.*

202. In Composita autem hoc modo fiat

*Ut errorum similium differentia, aut dissimi-*  
*lium summa*

*ad differentiam hypotheseum;*

*Sic error primus*

*ad partem proportionalem; primo hypo-*  
*thetico addendam, si eodem in defectu erratum fu-*  
*erit, aut ex eodem subtrahendam, si contrarium ob-*  
*tinuerit.*

### EXEMPLA.

I. *Ingreditur quis conclave, in quo virgines ali-*  
*quot, & salvet, inquit, vos triginta septem virgi-*  
*nes. Una autem ex iisdem respondet: Nostrum 37.*  
*non sunt, essent autem, si duplo nostrum addere-*  
*tur dimidium & una tertia pars & una quarta.*  
*Quot ergo virginum fuerunt? Resp. 12.*

II. Ce-

II. Celebratur Græcorum carminibus quaestio de Palladis statua

Pallas ego sum malleata, sed aurum

Juvenum est donum poetarum.

Dimidium quidem auri Charisius, octava autem

Thespis, & decimam partem posuit Solon:

Sed vigesimam Themison. Reliqua verò talenta

Novem & ars donum Aristodici.

Quantum ergo oportet fuerit tum totius statuae pondus, tum singulorum donum. Resp. Pondus statuae fuisse 39. talentorum; donum Charisii  $24\frac{1}{2}$

III. Priori simile est illud

Augeam interrogavit magna virtus Alcida,

Multitudinem armentorum quarens. Ipse verò respondit:

Circa quidē Alphei fluente, amice, dimidiū horū,

Pars vero octava collē Saturni circū pascuntur.

Duodecima autē secesit Taraxippi ad montem,

Circa verò Elidena divinam vigesima pascuntur.

Verum in Arcadia trigesimam reliqui.

Reliquos autem vides greges hic quinquaginta.

Quot igitur Augeas in universum aluit greges?

IV. A quo numero auferre licet  $\frac{1}{3}$  &  $\frac{1}{4}$  ut relinquantur 10? Resp. 24.

V. A quo numero auferre licet  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{8}$   $\frac{1}{12}$   $\frac{1}{20}$  ut relinquantur 9? Resp. 40.

VI. A quo numero auferre licet  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{8}$   $\frac{1}{12}$   $\frac{1}{20}$   $\frac{1}{30}$  ut relinquantur 50? Resp. 240.

E 5

VII.

VII. Interrogatus quidam de divitiis suis, respondit, se easdem certò non scire; intellexisse autem è Tutore  $\frac{1}{3}$   $\frac{1}{4}$  &  $\frac{1}{5}$  pecunie suæ constituere 4700. Ducatos. Quantam ergo pecunie summam habuit? Resp. 6000.

VIII. Circumfertur Græcum aliquod Evclidis Epigramma de mula & asinâ, quod Philippus Melancthon ita Latinè reddidit:

Mulæ asinæq; duos imponit servulus utres,  
Impletos vinò, segnemque ut vidit asellam  
Pondere defessam vestigia figere tarda,  
Mula rogat; quid cara parens, cunctare gemisq;  
Unam ex utre tuo mensuram si mihi reddas,  
Duplum oneris tunc ipsa ferâ, sed si tibi tradâ.  
Unam mensuram, fient æqualia utriq;  
Pondera; mensuras dic, docte Geometer, istas.  
Fac. mula mensuras 7. asinæ 5.

IX. Paterfamilias habet aliquot gallinas, cui furtò auferuntur octo, quarum loco emit tres alias. Nocturnas reliquas interficit, relictâ tantum unâ tertiâ parte. Altero die una earum, quæ inter alias remanserat, & ova foverat, producit 17. pullos, quibus additis ad residuas, tot recipit paterfamilias gallinas, quot ab initio habuit & duas amplius. Queritur, quot fuerint? Resp. 20.

X. Virgo quædam poma collegit sub arbore, à qua recedens offendit aliam arborem, cujus fructus prioribus erant meliores; abjicit igitur  $\frac{1}{3}$  pomorum collectorum, & recipit de melioribus fructibus residui

residui quadruplum, & octo amplius. Porro in itinere sociæ cuidam  $\frac{1}{2}$  pomorura dat, domi autem inter sex juvenes alteram semissem ex æquo dividit, quorum singuli 20. poma virgini reddunt quidem, & dimidium tamen doni retinent. Quæritur quot poma virgo primum collegerit? Resp. 177.

XI. Tres aleatores variâ fortunâ inter se luserunt. Primus dimidiam partem pecuniæ alterius lucratus est. Secundus tertiam partem pecuniæ tertii. Tertius autem lucratus est quartam partem pecuniæ primi. Finito lusu quilibet retinet 700. Imperiales. Quæritur, quot Imperiales unusquisq; ab initio habuerit & quis aleatorum perdidit quisquam? Facit A. sortem 400. lucrum 300. B. sortem 800. damnum 100. C. sortem 900. damnum 200.

XII. Detur numerus, cui si addantur 11. & ab eodem subtrahantur 7, prior sit duplus posterioris. Resp. 25.

XIII. Ex cujus numeri  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{6}$  subtracta 80. relinquantur 100? Resp. ex 180.

XIV. Titius habet duo pocula & unum operculum, 90. aureis æstimatum. Operculum hoc pretio minoris poculi additum facit duplum pretii majoris poculi: additum vero pretio majoris poculi procreat triplum pretii minoris poculi. Quanto igitur minus, quanto majus poculum æstimatum fuit? Resp. minus 54 majus 72 aureis.

XV. Existentiq; tribus numeris continue proportiona-

tiona-

zionalibus, quorum summa 91. medius 21. die, Arithmetice, quanam ejus sint extrema? Resp. Initiale est 7. & finale 63. Ipsi autem tres numeri dati 7. 21. 63.

XVI. Quidam herus famulum conducit hac lege, ut eidem pro singulis diebus, quibus labori operam foret daturus, mercedem solvat 12. argenteorum; sed pro illis, quos otio attriturus esset, multet 8. argenteis. Anno elapso neuter alteri debet. Quot ergo dies famulus ille otiose exegit, & quot labori incubuit? Resp. 146. dies laboravit, 219. dies otio perditis.

XVII. Nonnemo 1090. milliarium iter conficiens primo die 1. secundo  $1\frac{1}{2}$  tertio  $1\frac{2}{3}$  milliariis emetitur & sic ulterius, eadem servata terminorum differentia. Quanto igitur tempore opus habuit ad exantlandum totum illud iter? Resp. 100. diebus.

XVIII. Oenopola quidam habet 30. urnas vini 210. aureis emptas; quarum alie albo, alie rubro vino repletæ fuerunt. Sed una urna vini albi 5, rubri 8. imperialibus emptæ fuit. Quot igitur urnas habuit albi, quot rubri vini? Resp. 10. albi & 20. rubri.

XIX. Due civitates distant 228. milliariis. Ex his duo tabelliones exeuntes obviam sibi fiunt & occurrunt 12. die. Alter autem quotidie unum milliare amplius conficit, quam alter. Quot igitur milliaria quilibet eorum confecit? Resp. Quot diebus alter 10. confecit, tantidem alter 9. saltim emensus est.

XV. Non-



## DE EXTRACTIONE RADICIS QVADRATÆ. 77

XX. Non nemo emptis 100. ulnis, panni rogatus, quanti unam ulnam emerit, respondet: quanto minoris emi 40. ulnas quam 80. aureis, tanto minoris emissam 50. ulnas quam 95. aureis. Quanti ergo unam ulnam emit? Resp.  $1\frac{1}{2}$  aur.

XXI. Sempronius testamento legat 2625. aureos uxori, filio filiaq; distribuendos hoc lege, ut filius accipiat duplum matris, hac autem duplum filia. Quanta erit singulorum pars? Resp. Filia 375. matris 750. filii 1500.

XXII. Lucius diem fungens uxori pregnantis testamento legat 6000. aureos, hac tamen lege, ut, si filium enixa esset, ei darentur  $\frac{2}{3}$  matris, si filiam pareret, eadem acciperet  $\frac{1}{3}$ . Parit autem gemellos, filium alterum, alteram filiam. Qua ratione igitur inter eos pecunia erit distribuenda? Resp. Filia  $666\frac{2}{3}$  matri  $333\frac{1}{3}$  filio 4000. aurci solvendi erunt.

## EXTRACTIO RADICIS QVADRATÆ.

203. Extractio radice quadratæ est inventio numeri, qui in se ductus faciat numerum illum, è quo radix extrahenda datur.

204. Huic ut & Cubicæ radice extractioni sequens ancillatur tabula.

R		1		2		3		4		5		6		7		8		9
O		1		4		9		16		25		36		49		64		81
Cb		1		8		27		64		125		216		343		512		729

205. Ex.

## 78 DE EXTRACTIO RADICIS QUADRATÆ

205. Extractio autem ipsa in numeris integris peragenda est hac ratione. (1.) Prima dati numeri figura & unam intermittentes omnes notentur punctis. Numero enim punctorum æqualis futurus est numerus figurarum radice investigandæ. (2.) ducantur inferius duæ parallelæ rectæ, quæ sint receptaculum radice. (3.) numerorum ad ultimum punctum pertinentium, aut proximè minorum, Radix excerpatur è tabula priori: ipsa radice intra, Quadrato autem invento infra parallelas annotatis & initio subscriptionis factò sub puncto ultimo (4.) Quadratus inventus subtrahatur à numeris ad punctum ultimum pertinentibus, residuò ritè annotatò: eritque operatio pro una radice figura absoluta. (5.) Duplum ejus, quod est intra parallelas, annotetur infra easdem, initio subscriptionis factò sub figura ultimum punctum antecedente. (6.) Per hoc duplum dividantur numeri ad penultimum punctum pertinentes, Quotiente intra parallelas, sub ipso puncto penultimo, annotato. (7.) Quotiens idem ducatur tum in semet, tum in duplum ante inventum, Productò infra parallelas annotato & initio subscriptionis factò sub Quotiente seu puncto penultimo. (8.) Productò eodem à numeris puncti penultimi subtracto atque residuo ritè annotatò erit & pro penultima radice figura operatio peracta. (9.) Ad eundem modum, quo hanc investigari docui, reliquæ inveniri possunt omnes.

## DE EXTRACTIONE RADICIS CUBICÆ. 79

205. Notabis. Si, peracta Extractione radicis, non nihil fuerit residuum, numerum datum non esse exactè Quadratum, sed Surdum, nec habere Radicem, ut vocant, rationalem, sed inventam esse Radicem numeri Quadrati maximi, qui in dato continetur.

206. Fractionum vero Radix quadrata ut habeatur, notetur: Radicem Numeratoris Nominatorem Radicis quæsita.

### EXEMPLA.

- I. *Queratur Radix numeri 625. Fac. 25.*
- II. *Quæ est Radix numeri 104976. Resp. 324.*
- III. *Quæ est Radix numeri 180605. Resp. 425.*
- IV. *Quæ est Radix 39112516. Resp. 6254.*

## EXTRACTIO RADICIS CUBICÆ.

207. Extractio Radicis Cubicæ est inventio numeri, qui, in suum Quadratum ductus, faciat numerum illum, è quo radix extrahenda datur.

208. Adhibita tabula priori extractio ipsa in numeris integris peragitur hac ratione. (1.) Prima numeri Cubici dati figura & duas intermitentes omnes notentur punctis. (2.) Subductis duabus parallelis, quæ sint radicis receptaculum,

EXCER-

excerpatur è tabula numerorum ad punctum ultimum pertinentium aut proximè minorum Radix cubica, intra parallelas sub puncto ultimo annotanda, Cubo ipso infra easdem annotato & initio subscriptionis facto sub eodem puncto. (3.) Cubus inventus subtrahatur à numeris datis puncti ultimi, eritque operatio pro una radice figura absoluta. (4.) Triplum ejus, quicquid est intra parallelas, notetur infra parallelas, initio subscriptionis facto sub figura punctum penultimum proxime sequente. (5.) In triplum hoc ducatur Radix ante inventa, producto infra parallelas uno loco versus sinistram remotius annotato. (6.) Per idem Productum dividantur omnes numeri ad punctum antepenultimum pertinentes, Quotiente intra parallelas sub puncto antepenultimo annotato. (8.) distinctionis gratia ducatur alia adhuc lineola. (9.) intra eandem, sub ipso puncto penultimo incipiendo, annotetur radice secundò inventæ Cubus, unoque loco versus sinistram remotius Productum Quadrati ejusdem radice & Tripli, & adhuc uno loco versus sinistram remotius Productum radice & Divisoris. (10.) Productorum horum particularium summâ à numeris ad punctum ultimum pertinentibus subtractâ, residuoque ritè annotato, operatio pro altera Radice figura erit absoluta. (11.) Ad eundem modum investigandæ sunt & reliquæ radice figuræ omnes.

## ARITHMETICA LOGISTICA DECIMALIS. 81

(209.) Fractionum verò Radix Cubica eodem invenitur modo, quo Quadratam aph. 206. eruedam docui.

(210.) Potest & tam Quadratæ quam Cubicæ Radicis Extractio fieri rhabdologicè seu bacillorum Nepperianorum adminiculò: quoniam autem nisi prolixissimè hæc doctrina explicari nequit, ideo & hic vivi præceptoris industria commendanda venit.

### EXEMPLA.

- I. *Queratur radix Cub. numerorum 15625. Fac. 25.*
- II. *Quæ est radix Cub. numerorū horū 50653. Resp. 37.*
- III. *Quæ est radix Cub. 34012224. Resp. 324.*

## ARITHMETICA LOGISTICA DECIMALIS.

(211.) Duæ sunt Arithmeticæ Logisticæ species, *Decimalis*, quæ Geometricæ, & *Sexagenaria*, quæ Astronomi præcipuè delectantur: unde & illa Geometrica, hæc Astronomica, vocari solet.

(212.) Ultramq; ut fractionum fallerent tædium, excogitârunt artifices, singulari & uniformi omnium totorum divisione utentes.

(213.) Nam in Decimali Arithmetica omne totum s. integrum in decem æquales partes dividitur, quas minuta s. scrupula secunda appellant. Horum quodlibet rursus in decem minores partes

32 ARITHMETICA LOGISTICA DECIMALIS.

tes diribitur, quas minuta s. scrupula secunda vocant; atque sic ulterius in infinitum.

214. Character integrorum est Siphra: minuto-  
rum primorum una, secundorum duæ virgulæ,  
& sic porro.

215. Ubi simul notabis, inter calculandum  
nullum characterem prætermittendum esse, etsi  
fortè fulcro destituatur. Tali enim in casu Si-  
phra fulcri partes explet.

216. Geometrarum tota vocantur Germani-  
cè Ruthen / minuta prima Schue / secunda  
Zoll.

217. Operationes ipsæ, quâ instituendæ  
sint ratione, ordine aggrediar dicere.

218. Et Additio atque Subtractio quidem à  
vulgari ne hilum quidem differunt. Similia  
enim similibus, integra scilicet integris, mi-  
nuta prima primis, secunda secundis, sub-  
scribuntur, atque sic ulterius. Collectio &  
Subtractio ipsa verò peraguntur ut in nume-  
ris vulgaribus Homonymis, de quibus supe-  
rius aphor. 52. 63.

219. Multiplicatio atque Divisio autem hoc  
peculiare habent, quod similia etiam per dissi-  
milia tum multiplicari, tum dividi possint.

220. Quare in Multiplicatione minimâ mul-  
tiplicantis specie minimæ speciei Multipli-  
cati subscriptâ operatio ipsa fiat ut in Vul-  
gari.

221. Uo

221. Ut autem Productum competentibus notetur characteribus, nota: Summam characteris minimi Multiplicantis & minimi Multiplicati determinare minimum Producti.

222. In Divisione, quæ quâ operationem ipsam cum vulgari prorsus convenit. Differentia minimi characteris Divisi & minimi Divisoris determinat minimum Quotientis.

223. In calculis, quæ majorem poscunt ἀνεξήσεται licet Dividendo aliquot adjicere Siphras, characteribus notandas suas. Continuata enim tum Divisione Quotiens prodit accuratior.

224. Extractio Radicum à Vulgari vix differre videtur. Nam operatio ipsa utrobique prorsus eadem. Hoc saltim notabis (1.) in extractione Rad. Quadratæ minimum characterem oportere parem esse, & nisi sit, adjectione unius Siphrae effici parem. (2.) si calculis majori opus sit quandoque ἀνεξήσεται, adjectis numero dato duabus ciphris extractionem continuari, ut obtineatur Radix accuratior. (3.) in extractione Rad. Cubicæ characterem minimum requiri talem, quem metiatur ternarius, & nisi sit, adjectione unius vel duarum ciphRARUM facile effici. (4.) Si majori opus sit ἀνεξήσεται, adjectis numero dato tribus Ciphris

84 ARITHMETICA LOGISTICA SEXAGENARIA.  
operationem posse continuari, ut prodeat ra-  
dix quam accuratissima.

225. Character Radicis minimus in extracti-  
one Radicis quadratæ dimidio characteri mini-  
mo, & in Extractione Radicis Cubicæ tertiæ  
parti minimi characteris numeri dati æqua-  
lis est.

## ARITHMETICA LOGISTI- CA SEXAGENARIA.

226. Logistica Sexagenaria, definitore  
L. Schönero, est, quæ è numeris termi-  
nos sexagecuplæ Progressionis numeran-  
tibus numerationem propriam instituit.

227. Uti enim omne totum hic in 60. par-  
tes æquales dividitur, quas minuta s. scrupula  
prima appellant, quorum quodlibet in 60. mi-  
nuta secunda distrahitur, atque sic ulterius:  
ad eundem modum è 60. integris colligitur  
una Sexagena prima, & è 60. Sexagenis primis  
una secunda, atque sic ulterius.

228. Hinc ex integrorum per 60. Divisione  
Sexagenæ, è Multiplicatione verò Minuta in-  
notescunt.

229. Character integrorum est Siphra, Sexa-  
genarum Gravis, & Minutorum Acutus Græ-  
corum accentus, habitâ tamen ratione distan-  
tia,



tia, tam Sexagenarum quàm Minutorum, ab integris. Nam Sexagenæ primæ uno, secundæ duobus, tertiæ tribus signantur Gravibus; uti & minuta prima uno, secunda duobus, tertia tribus signantur Acutis, atque sic ulterius.

230. ADDITIO & SUBTRACTIO à Vulgari numerorum Heteronymorum nihil omninò differt. Multiplicationi & Divisioni autem Canon Sexagenarum in servit.

231. MULTIPLICATIO è Canone illa instituenda venit hoc pacto (1.) Numeri dati rite h. e. ita disponantur, ut minima Multiplicantis species minimæ Multiplicati subscribatur, atq; sic reliquæ ordine reliquis, nullo characterum neglecto. Conf. aph. 215. qvi & hic valet. (2.) Singulæ Multiplicantis species ducantur in omnes & singulas multiplicati species, quæstis alterâ illarum in fronte, alterâ in latere canonis, Producto verò ex area communi excerpto. (3.) Particularium Productorum aggregatum est Productum verum quæsitum. (5.) Ut autem Productum debitos accipiat characteres, notabis versum.

*Unius adde notas generis, sed deme duorum.*

*Ultima producti provenit inde nota.*

Nam, si ultimi Multiplicantis & multiplicati cha-

F 3

racte-

raçteres fuerint homogenei h. e. ambo Sexagenæ aut scrupula, Summa, aliàs verò Differentia eorundem determinat minimum Producti characterem, à specie excedente denominandum.

233. DIVISIONEM faciunt duplicem, Faciliorem & Difficiliorem. Illa est, cùm unicâ; hæc, cum pluribus speciebus Divisio peragenda datur.

234. Facilior à Vulgari vix ac ne vix differt. Quæsito enim Divisore in fronte & respondente Divisi parte in areis subjectis, respondet in latere Quotiens desideratus, à parte Divisâ subtrahendus.

235. De Difficiliori notabis: Numeros datos cancellis in scribi: quod exemplis præstat, quam regulis proposuisse.

236. Pro ultimo Quotientis Characterẽ contrario agatur modo, ut ante in Multiplicatione factum est.

APPEN.

# APPENDIX,

De

Divinationibus nonnullis arithmeticis.

**U**Su fere venit, ut Arithmeticis libellis auctores eorundem divinationes nonnullas adjiciant: quod si & egò fecero, ex aliis huc quædam transcribens operâ hanc aliis si non gratâ, utilem tamen atq; jucundam fore, nullus dubito.

I.

*Trium rerum quam quilibet ex tribus hominibus tetigerit, aut acceperit, divinare.*

Sint tres quæcunque res, v. g. liber, chirotheca, pileus; sint item tres homines, Petrus, Andreas, Johannes. Constitue tam inter tres personas, quam

A E I	E A I	A I E	E I A	I A E	I E A
1. 2. 3.	1. 2. 3.	1. 2. 3.	1. 2. 3.	1. 2. 3.	1. 2. 3.
1	2	3	5	6	7

inter tres res abscondendas ordinem, ut scias, quæ sit persona prima, quæ secunda, quæ tertia; item quæ res sit prima, quæ secunda, quæ tertia. Sit explicationis gratia, res prima A, secunda E, tertia I: Sit item persona prima 1, secunda 2, tertia 3. Expone coram tribus personis 24. calculos, aut nummos, aut quascunque alias res: & ex illis da primæ personæ unum calculum, secundæ duos, tertiæ tres calculos.

F 4

Deinde

Deinde recede paulisper, aut averte te, & jube unumquemque ex tribus accipere clam, & te non vidente, rem unam, quam placuerit; sic tamen, ut, qui primam rem A accepit, sumat tot calculos ex residuis, quot ei dedisti antea qui vero secundam rem E accepit, sumat duplum eorum quos dedisti; qui denique tertiam rem I accepit, sumat quadruplum eorum quos antea dedisti. His factis, accede & vide, quot calculi residui sint. Qui quidem non possunt esse plures quam 1, aut 2, aut 3, aut 5, aut 7. Si igitur remansit unus, accepit primus rem A, secundus rem E, tertius rem I. Si duo super sunt, accepit primus E, secundus A, tertius I. Si tres super sunt, accepit primus A, secundus I, tertius E. Si quinque residui sunt, accepit primus E, secundus I, tertius A. Si sex sunt residui, accepit primus I, secundus A, tertius E. Si denique septem remanent calculi, accepit primus I, secundus E, tertius A. Inspice præcedentem tabulam; in qua quæ diximus exprimuntur.

Sed ut memoriter & sine tabulæ inspectione scire queas promptissime, quam quilibet rem acceperit, considera sequentium versuum alterutrum.

1	2	3	5	6	7
Salve	Certa	Animæ	Semila,	Vitæ,	Quies
Pallētis	Evādri	Sanguine	Feritas	Immane	Vigebat.

Horum versuum primum vocabulum servit pro uno calculo remanente, secundum pro duo-

duobus, tertium pro tribus &c. Ut numeri appo-  
positi indicant. Cujuslibet vocabuli syllaba  
prima accomodetur personæ primæ, secunda se-  
cundæ, tertia (sive adsit, sive non) tertiæ. Vo-  
calis A significat primam rem, E secundam, I ter-  
tiam. Itaque si remansit unus calculus; pri-  
mum vocabulum, *Salve*, aut *Pallentis*, indicat,  
primam personam accepisse rem A, i. e. primam;  
secundam personam rem E, i. e. secundam; &  
consequenter tertiam personam accepisse rem I,  
i. e. tertiam. Iterum si residui sunt quinque  
calculi, quartum vocabulum, *Semita* vel *Feritas*,  
indicat, primum hominem accepisse rem secun-  
dam E, secundum rem tertiam I, tertium rem  
rem primam A.

## II.

*Quæ plurimum personarum, quoto in digito, &  
quoto in articulo digiti, annulum gestet,  
divinare.*

Sint quotcunq; personæ. Constitue inter illas  
ordinem, ut sciatur, quæ sit prima, quæ secunda,  
quæ tertia &c. Constitue item ordinem inter di-  
gitos & articulos, sitq; V. G. pollex sinistræ manus  
digitus primus, ut pollex dextræ manus sit ulti-  
mus, Item articulus proximus ungui sit primus,  
proximus volæ manus sit tertius. His constitu-  
tis, porrige personis annulum, & jube unam ex  
illis eum clam inferere cui placet digito &  
articulo (quod tamen sciat unus ex omni-  
bus) ex paulisper recede. Tum reversus,

F 5

jube

jube conscium, in secreto, te non audiente à primà persona versus ultimam numerare, usque ad illam, quæ annulum habet numerum inventum jube duplicari; duplicato addi 5; summam totam multiplicari per 5; producto addi numerum digitorum; conflatum multiplicari per 10; multiplicato addi numerum articuli in quo annulus est; tandemque totam summam tibi indicari: ex qua summa si abjicias 250, residui primus à dextris numerus indicabit articulum digiti, secundus digitum, tertius (quicumque sit sive articulus seu simplex, sive digitus seu compositus) personam qui annulum habet.

Exemplum. Sint triginta personæ occultetque vigesima in ordine annulum in digito quinto (hoc est in annulari sinistrae manus in articulo secundo. 20 duplicata sunt 40 & addita 5 sunt 45; hæc multiplicata per 5 faciunt 225; quibus additus numerus digitorum, nempe 4, facit 229: hæc rursus multiplicata per 10, producunt 2290; quibus additus numerus articulorum, nempe 2, dat 2292. Ab hac summa si abstrahas 250 remanent 2042 cujus primus numerus, 2, significat articulum secundum; secundus, 4, digitum, tertius 20, personam quæ annulum habet.

#### MONITIO,

Quando producti ultimi figura secunda est cyphra, signum est, annulum esse in decimo digito, & hinc ex antecedenti numero auferri debet unitas & cyphæ addi; residuum vero significat personam. Sed rem exemplo declaremus.

Exem-

Exemplum. Habeat annulum persona 23 in digito decimo, in articulo primo. Numerus 23 duplicatus dat 46; & 5 addita 51, hæc multiplicata per 5, producunt 255: additis 10 quæ est numerus digitorum, fiunt 265: hæc summa multiplicata per 10 dat 2650; quibus addita unitas, quæ est nota primi articuli facit 2651. Ab his ablata 250 relinqvunt 2401; cujus summæ prima figura significat primum articulum; secunda cum unitate mutuata à 24, significat digitum; residuum 23 significat personam.

### ANNOTATIO.

Ut indagatio varietur, potest ad duplicatum numerum personæ habentis annulum addi 1 vel 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. &c. Sed tunc si addatur 1 ex ultimo producto auferantur 50; addantur 2 auferantur 100, si 3 auferantur 150; si 4 auferantur 200, si 5 auferantur 250, ut in exemplis fecimus, si 6 auferantur 300. & sic consequentes; semper toties 50 amplius auferantur quod amplius unitates fuerint additæ.

Ex hoc constat, numerum qui subdicitur ex ultimo numero producto, continere toties 50 quoties unitas continetur in numero addito ad numerum duplicatum personæ habentis annulum.

### III.

*Divinare, quot nummos aliquis manu teneat.*

Sic operare. (1.) jube tibi indicet residuum post abjectos e nummorum numero ternarios, quotcunq; potest. (2.) Tot tu scribe 70 quot unitates

F 6

sunt

sunt in residuo illo. (3.) Jube tibi indicet residuum post abjectos quinaros omnes, qui numerorum numerus continet. (4) Scribe tu tot 21, quot unitatibus residuum hoc secundum constat. (5.) Jube tibi indicet residuum post abjectos Septenarios omnes, quos numerorum numerus continet. (6.) Tu vero tot scribe 15, quot sunt in tertio hoc residuo unitates. (7.) E summa omnium numerorum ab te annotatorum abjectis 105 quoties licet, residuum erit æquale numero numerorum quaesito.

IV.

*Omnes numeros monadicos quadrate sic disponere, ut tuam singulorum laterum, quam diagonalem numerorum summa efficiat 15.*

Unica tantum ratione id potest fieri; nimirum, si unius diagonalis ordinis numeri constituentur 4. 5. 6. uti ex Schemate patebit.

6.	7.	2.
1.	5.	9.
8.	3.	4.

V.

*Ex 9. 15. 21. 27. 33. & quocumque chartis lusoris Progressionis hujus, tribus cumulis distinctis, indicare, quam chartam nonnemo ex universis clamante conceperit.*

Sic operare. (1.) Fac tres chartarum cumulos æquales & jube, ut quis ex universis chartis aliquam



quam mente clam concipiat, tibi tamen cumulum illum indicet, quo illa contineatur. (2.) Cumulo huic cæterarum alterum (sed non turbato chartarum ordine,) subjice, alterum impone, ut ipse cumulus indicatus fiat medius. (3.) Tum, ab infimo vel summo incipiendo, Chartas eas in novos tres cumulos sic distribue, ut (si à summo ordiaris cumulo) suprema charta fiat prima cumuli primi; quæ sequitur, prima cumuli secundi; quæ porro sequitur, prima cumuli tertii; quarta autem secunda cumuli primi; quinta secunda cumuli secundi; sexta secunda cumuli tertii; septima rursus tertia cumuli primi & sic ulterius ad finem. (4.) Jube tibi monstrari cumulum illum, qui tunc continet ignotam chartam. (5.) Eidem cumulo, plane ut antea, cæterorum alterum subjice, alterum vero impone ut ipse fiat medius. (6.) Tum, (si a summo ordiaris cumulo) chartas omnes in tres novos ordines ita distribue, ut suprema fiat prima cumuli primi; Seqvens vero prima cumuli secundi; Tertia vero prima cumuli tertii; Quarta rursus secunda cumuli primi & sic ulterius, ut operatione priori factum fuit. (7.) Jube tibi indicari cumulum illum, qui chartas ignotam continet. (8.) Eidem cumulo cæterorum alterum subjice, alterum impone, ut ipse fiat medius. Tumque media omnium chartarum erit ipsa ignota quæ sita.

Tri-

VI.

*Triginta diversa speciei res ita collocare, ut, nona,  
vel decima qualibet abjecta, quoad licet, ab-  
jectæ omnes tandem sint ejusdem  
speciei.*

Si nonam quamque malis abjici, operare juxta  
versiculum hunc

*Populeam virgam mater regina tenebat.*

Si vero decimam quamq; , tum hoc utere versu  
*Rex Angli cum gente bona dat signa serena  
vel*

*Rex alius sequens oras mariaq; petebat.*

Ipsa autem operatio sic instituenda est, ut alter-  
nis vicibus ponantur semper res aliquæ unius &  
alterius speciei, & quidem tot de univq; sem-  
per, quota in ordine vocalium est vocalis syllabæ  
illius, quæ in speciem quamlibet cadit: id  
quod fusius explicare chartæ angu-  
stia prohibeor.



Pe 100

189

ta

su

z

er-

&

m-

bæ

l

ULB Halle 3  
007 398 263

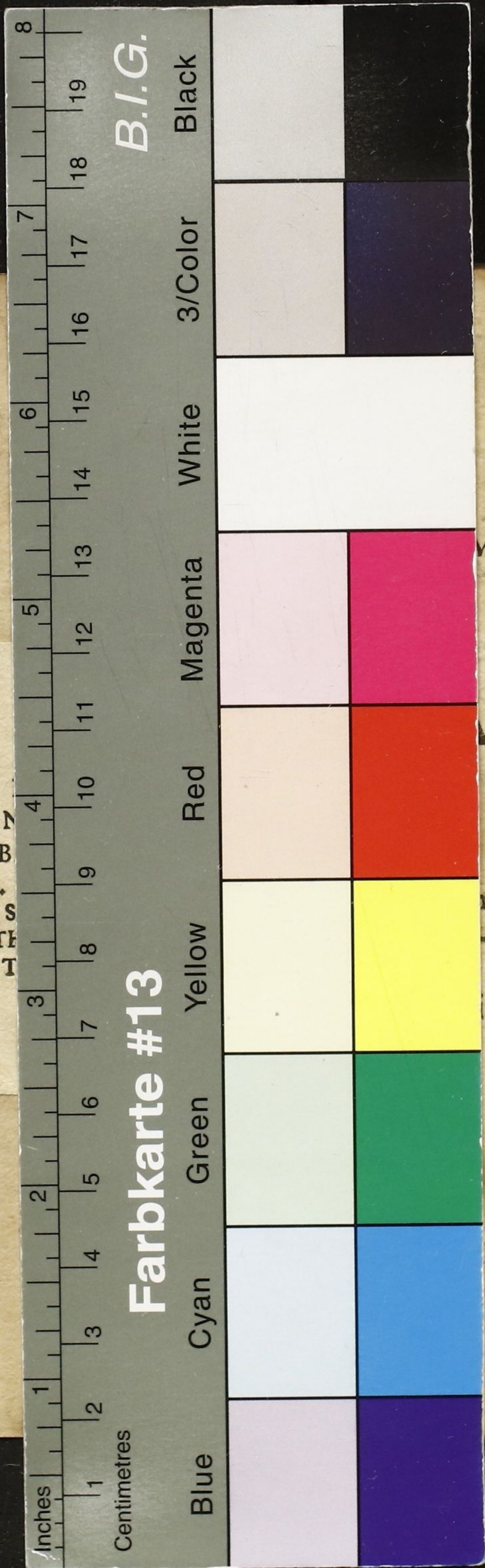


1017

10







M. CHRISTIANI GRUNEBERGII,  
Scholæ Francof. Rectoris

TYROCINIUM  
ARITHMETICÆ

Vulgaris  
Decimalis &  
Sexagenariæ

in æneis figuris baculorum Nepperianorum.

Francofurti cis Viadrum,  
apud CHRISTOPHORI ZEITLERI,  
Anno M. DC. LXXIV.