

Capitel. Eine Gk vom dritten Grad. $y^3 - ay^2 + by - c = 0$

Die zwei gleichen Wurzeln aufhält, kann man dann imaginäre
und rationalen Wurzeln aufhalten.

Beweis, da a , die Summe, b das Produkt, c das Produkt der zwei imaginären
und c das Produkt aller drei Wurzeln ist, so setzt man

$2x + y = a$, $x^2 + 2xy = b$, und $x^2y = c$. In einer Gk.

wo alle Wurzeln reell sind, mag man aus der
gegebenen, partiellen, Gleichungen, ~~man~~ welche unbekanten
Größen man will suchen, so wird man immer nur folgende

+ gelöst werden
können

Gk finden, die unter der Form $y^3 - ay^2 + by - c = 0$ auffällt
ist. Diese Gk wird dann drei Wurzeln haben, und also so viele

gleichbedeutend von y als der übrigen Größen dienen. Diefes
man hier aus den partiellen Gleichungen x zu eliminieren,

so erhält man obige Gk unter der gewöhnlichen
Form. Da sie aber auf den Wert von x angewandt wird

so wird die Wurzeln, wenn sie auf einen Weg gefunden werden
kann, im Divisor für die Gk $y^3 - ay^2 + by - c = 0$ abgeben.

Nun kann man die Werte von x , und diese eine Gk vom
ersten Grade gefunden werden. Solche ist x , ~~oder~~ oder

(wenn gleich viele ist) die zwei gleichen Werte von y werden
imaginäre und rational. Nun aber hat eine Gk

von 3^{ter} Grade entweder 2 imaginäre oder gar keine
imaginäre Wurzeln. Da eine 2 ~~wird~~ ~~imaginäre~~ real

sind, so muß es auch die 3 sein. Aber sie kann auch
keine rational sein, weil sonst die Coefficienten 3
ganze Zahlen sein könnten.

Es wird aber x oder die beiden Gk gleichen Werten von y
polynome gefast gefunden.

Da $x^2y = c$, $x^2 + 2xy = b$ $2x + y = a$, so ist

$$y = \frac{c}{x^2} = \frac{b - x^2}{2x} = a - 2x \quad \text{daraus}$$

$$2cx = bx^2 - x^4 \quad \text{oder} \quad x^3 - bx + 2c = 0 \quad \text{daraus}$$

$$c = ax^2 - 2x^3 \quad \text{oder} \quad x^3 - \frac{a}{2}x^2 + \frac{c}{2} = 0 \quad \text{folgt}$$

$$\frac{a}{2}x^2 - bx + \frac{3c}{2} = 0 \quad \text{und}$$

$$x^2 - \frac{2bx}{a} + \frac{3c}{a} = 0$$

ARC 4^o 792/15.21

2
~~folgt~~ $x^2 - \frac{2b}{a}x + \frac{3c}{a} = 0$. Ist aber auf $b - x^2 = 2ax - 4x^2$
 $x^2 - \frac{2a}{3}x + \frac{b}{3} = 0$ und $3x^2 - 2ax + b = 0$

$$\left(\frac{2a}{3} - \frac{2b}{a}\right)x + \frac{3c}{a} - \frac{b}{3} = 0 \text{ oder}$$

$$(2a^2 - 6b)x = ab - 9c, \text{ folglich}$$

$$x = \frac{ab - 9c}{2a^2 - 6b} \text{ ein rationales grösse.}$$

Zusatz + Beispiele Ist bei $y^3 - 7y^2 + 16y - 12$ ein G.C.
 ein gewisses Wurzelsatz. So ist

$$a = 7, b = 16, c = 12. \text{ also}$$

$$ab = 7 \times 16 = 112$$

$$9c = 9 \times 12 = 108$$

$$ab - 9c = 4$$

$$2a^2 = 98$$

$$6b = 96$$

$$2a^2 - 6b = 2. \text{ folglich}$$

$$x = \frac{4}{2} = 2. \text{ welche nicht der gesuchte Wert ist.}$$

Zusatz 1. Da $x = \frac{ab - 9c}{2a^2 - 6b}$ und $x^2 - \frac{2a}{3}x + \frac{b}{3} = 0$

$$x = \frac{a \pm \sqrt{a^2 - 3b}}{3}, \text{ so wird}$$

$$\frac{ab - 9c}{2a^2 - 6b} = \frac{a \pm \sqrt{a^2 - 3b}}{3} \text{ folglich}$$

$$c = \frac{9ab - 2a^3 \mp (2a^2 - 6b)\sqrt{a^2 - 3b}}{27}$$

welche Formel
 also im Merkwürdig abgibt ob ein Gleichung 2 Gleichung
 Wurzelsatz.

Zusatz 2. Da $3x^2 - 2ax + b = 0$ ist aber oben einleiten des Differenz.
 ist die Gleichung im Falle des Maximum ist, so einfach
 man, ob auf dieses ein Merkmal abgibt, ob ein
 Gleichung zwei Gleichung Wurzelsatz. man differenziert $\sqrt{}$ in
 untere und falls ob dieses diff. durch dx geteilt und
 $= 0$ gesetzt ein rationales Wert für x gibt,

Aufg. 2 ~~Die~~ Gleichung ist eine 4^{te} grade

$$y^4 - ay^3 + by^2 - cy + d = 0$$

3 Wurzeln gleich, also $2x + y = a$

$$3x^2 + 3xy = b$$

$$x^3 + 3x^2y = c \quad \text{Vs 47}$$

$$x^3y = d$$

wenn man die Auflösung nach oben gemacht hat

$$\text{ansfollt } x = \frac{(18a^2 - 64b)d + abc}{9a^2c - 24bc}$$