

F. # 7 EX BIBLIOTH.
NATIONIS HUNGAR.

IV A 290. VITEBERG.

SIGNAT. CLVCCCCXIII.

2K



7
P A R S I V.

PHILOSOPHIAE ARISTOTELICAE

Continens

ECLOGAS MATHE-
maticas ex Aristotelis
operibus,

Studio & operâ

L. PHILIPPI MULLERI Profes-
soris mathematicum publ. in Acade-
miâ LIPSIENSI

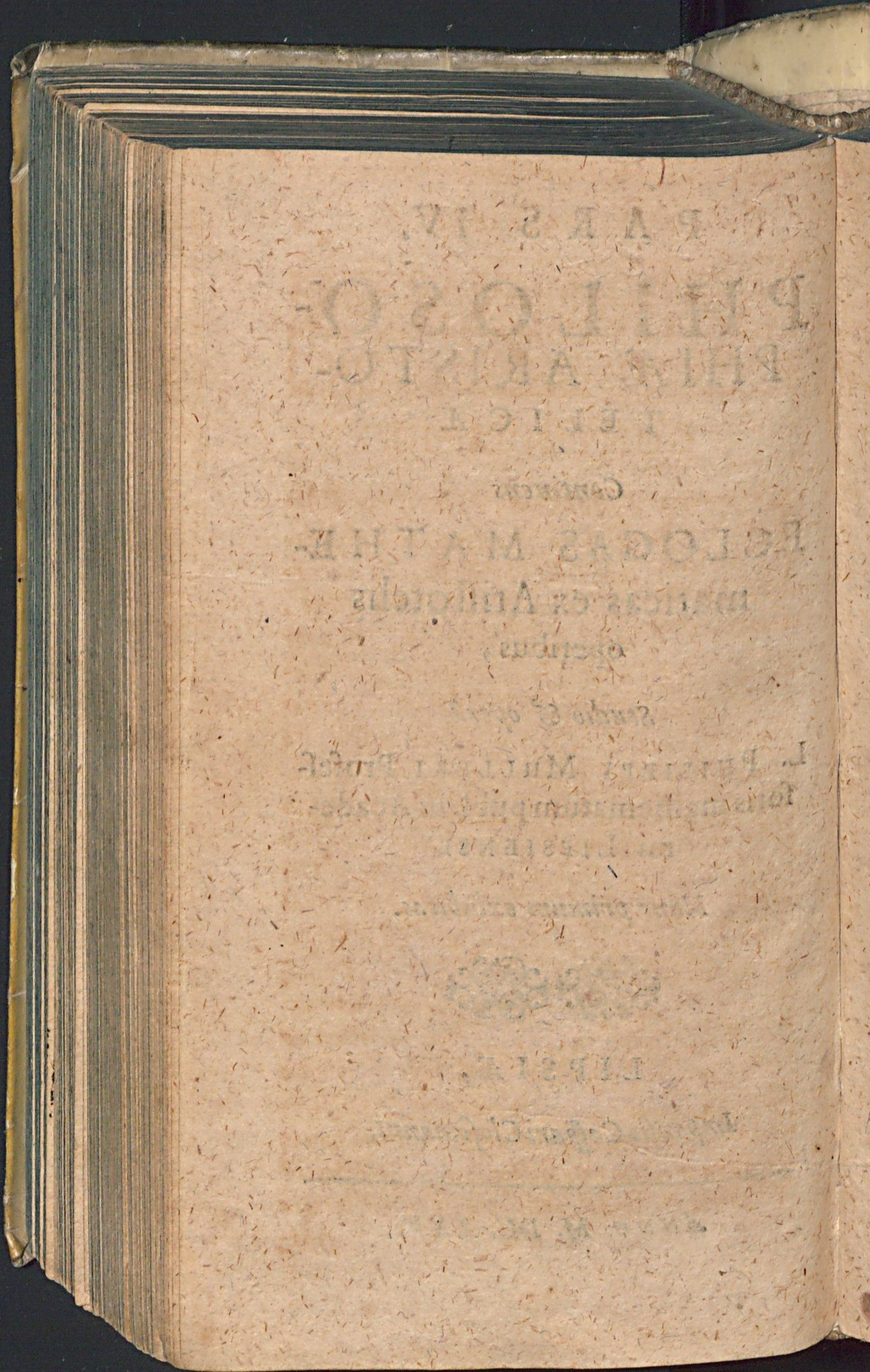
Nunc primum exhibitas.



LIPSIÆ,

Impensis Caspari Closemanni.

ANNO M. DC. XXV.



LIBRARY
OF THE
UNIVERSITY OF
SACSEN-ANHALT
MAGDEBURG





CONTINUATIO.



Ristotelem, Principem Philosophorū, ut ceterarum disciplinarum orbis Philosophici, sic mathematicarum scientissimum fuisse, extra est controversiam. Testantur

hoc illius ad nos transmissa monumenta aurea: loquitur temporum suorum mos & consuetudo, quā ut nunc à grammaticis ac ceteris dicendi artibus, ita tunc à mathematis, Arithmetice praesertim, & Geometria, discendi faciebant initia. Quo respiciens longè optimus optimi discipuli magister Plato, Vir admirabilior atq; Arithmeticeν καὶ γεωμετρικῶν ἐπιστῶν appellavit cūm alibi, tūm vel maxime in Timeo item l. 7. de republ. & in epinoma. idemq; Lycei postibus inscribi iussit; ἐδὲ ἄριστος ἐστὶν & εἰς οὐρανόν. Cumq; hoc magistro suo, cui totos viginti annos operam aurium dedisse fertur, multis parasangis perfectior & superior evaserit discipulus Aristoteles in reliquis disciplinis, quoad methodum, ordinem & perspicuitatem, alicubi etiam quoad doctrinae genus, quis in mathematicis eidem parem ad minus fuisse dubitet? Ac ceterarum quidem philosophiae partium integræ

Systemata vel *συστάματα* habemus ab illo, quibus hodieq; gratis pectoribus fruimur. Solarum mathematicarum nullas accepimus; cuius culpā, etsi incertum sit; Opticorum tamen & astronomicorum & musicorum commentariorum, ab ipso confectorum Diogenes Laërtius meminuit, quos temporum injuriā intercidiſſe oportet, haec absq; literaria rei singulari damno, cum non extent amplius inter opera illius. Tot interim monitis, exemplis, sententiis, vocabulis & terminis mathematicis perspersa sunt, quae nunc extant, omnia, quasi sale quodam, parum ut absit, quin ex his solis, etiam de hoc argumenti genere, ad praesentis Isagoges Aristotelicae perfectionem, compilari queat mediocris epitome, & si non basilica, saltem pergula mathematica strui. Periculum certe fecimus, postquam pro Vogelianiſ venditata scheda, nobisq; ad censendum oblata, nullā planē ex parte quod videri volebant, se esse probarunt. Ita sine iudicio consarcinatae erant non ex Aristotele selectae, sed ex trivio arreptae: ita nihil, ut me veritas amet, nihil inquam, erat in illis ad unam omnibus pagellus, quod rectum acre & solidum iudicium ingenii Vogeliani, praese ferret, adeo, ut quemvis potius abecedarium mathematicum, quam illum in ceteris ymnis suis viventem spirantemq; Vogelium didaximōtator, autorem credam, & ni fallor, probaturus sim omnibus, qui quid lupinis era distent, quoniam periti sunt, iudicare sciunt: quem in finem chartas illas mecum diligenter asservo. Ne non igitur haberet Vogeliana-

geliana ἐγκυκλοπαιδεία seu disciplinarum orbis omnes annulos suos, nevé hiatum pateretur, succedere nos oportuit opera a Vogelio derelicta & de nostro; nostro autem? Imò ex myrothecis Stagiréis afferentes, quantum potuimus, supplere, quæ deerant, & sarcire lacunam. Nullâ hic ambitiōne ducimur, quæ procul est nobis; tantum Vogelii, quem juventutis studiosa notissimum esse cupimus, & ut sit, omnem lapidem jure merito movemus, amore, & boni publici studio trahimur: ac agre est nobis, quod propter nimiam festinationem, in quam nos conjecit angustia temporis, non licuerit omnes arculas Aristotelicas excutere, & diligentiam adhibere nostro proposito dignam. Quò magis benevolus lector suarum partium esse noverit, boni consulere voluntatem nostram, & ignoscere diminutæ tractationi, cum quod præcipitata fuerit, non elaborata, tum quod ex Ethicis Aristotelicis sciat, diversa inter esse *ὑποτυπῶσαι καὶ ἀναγεῖν*, id est, delineare & excolere, eclogas scribere & *συναποποιῆσαι*. Nos eclogas, aut, si mavis, syllogen locorum Mathematicorum ex Aristotele nostro promittimus, non disjectorum tamen & sparsorum, sed continuæ orationis cemento & legitimi ordinis fibulis connexorum. Plenioris doctrinæ cupidos, & qui non particulam artis, sed totam artem, prout sanè par erat, addiscere cupiunt, ad ipsos artifices volumus remissos, quales sunt in Arithmetiis & Geometricis Ramus & Euclides cum Clavii scholis, ejusdem Clavii ut & Merii

Geometria practica, Stereometria & Logistica decimalis Hartmanni Beieri, Arithmetica Bernhardi Salignaci: in astronomicis Epitome Astronomica Jo. Kepleri, mysterium Cosmographicum ejusdem, una cum Harmonicorum libris, & imprimis Astronomiâ Danicâ: in Opticis præter Euclidem, autor perspectivæ communis, Alhazenus, Vitellio; Paralipomena Kleperi & Dioptrice. In Geographicis P. Bertius, Ortelius, Cluverius: in Musicis idem Keplerus l. tertio Harmonicorum, Ptolomæus item, Calvisius, Lippius: in Mechanicis Guidus Ubaldus & alii. Ab his classicis autoribus nucleum & viscera partis cujusq; peti velim. Mihi satis erit, primoribus labris imbuerediscentes, & ad Classicos autores legendos invitare. Qui sanè scopus esse debet omnium Compendiorum, nimirum principes autores discendum manibus inserere, non excutere; ac si esset sæpenumero major ad hæc voluntas in iis, in quibus requirebatur summa, non sic solide doctorum penuriâ, per omnes penè Philosophiæ partes, laboraremus.

DIS-

ARISTOTELICA

5

DISPUTATIO

PRIMA

De

MATHEMATI-

TICIS disciplinis in
genere.

THESIS I.

MAthematices vocabulum à Græco verbo *μαθηματικὸν* descendere, nemo nescit; non item, quæ nominis sit ratio. Qui sequuntur Pythagoricos apud quos *μαθηματικὸν* nihil aliud erat; quàm *ἀναμνηστικόν*, id est, recordari, ideò Mathematicen & Matheſin dictam putant, eam, quæ de quantitibus est, doctrinam, quoniam recordatio omnium clarissimè, circa numerorum magnitudinumque perceptionem animadvertitur, id quod Cicero ex Menone Platonis declarat Tuscul. quæst. 1. pusione producto, qui de quadrati dimensione, re Mathematicâ, commodè interrogatus, etsi ab initio responderet, ut puer, tamen complicatam animi notionem, recordando, magis magisque evolvens, gradatim eò pervenit, quasi qui Geometrica didicisset optimè. Ut jam non mirer amplius philosophum nostrum 6. Eth. 8. affirmare ausum, etiam *παιδίων*, adolescentulum, imò puerum præstare aliquid posse in mathematis, dummodò attentus sit, & commodus præceptor accedat.

II.

Enimverò siue habitus ille mathematicus docendo discendoque demum inseritur animo, siue dudum & ab ortu insitus resuscitatur solummodò & quasi reficitur, quod in medio relinquimus, certum est, confessumque ad nullius rei perceptionem, præter vivam doctoris vocem, (cujus solertiâ succidantur vepraeta & exurantur, & superciliosa complanentur aspreta, ut Coelius Rhodog ait. l. 7. c. 10.) tantam ingenii vim & coptam, tantum acumen, tantum studium, conatum, agitationem mentis, cum memoriæ præstantiâ requiri, quantum ad subtiliores quæstiones de magnitudinibus & numeris. Cumque rursus Pythagoræ *ἰσχυρὸς μαθηματικός* idem sit, quod commentator, inquisitor, *ζητητικός*, ut ex Gellio constat l. 1. c. 9. credibile est, scientiæ quantitatum, mathematicæ nomen *μαθηματικὴ* tributum esse.

III.

Inventores mathematicum Aristoteles. 1. metaph. I. constituit *ἰσχυροὶ μαθηματικοὶ*, id est, monachorum gentem in Ægypto, qui talibus adinventionibus otium & solitudinem suam seu fefellerint seu solati fuerint: Strabo necessitatem addit, ut nimirum ars esset, quæ regeret agrorum fines & Nili confusionibus annuis obrutos, cotannis restitueret. Ego Patriarchas malim, penes quos ut aliarum, ita & harum artium prima possessio, & postea cum Ægyptiis communicatio fuit, cum se istuc recepissent.

IV.

Sitné Aristoteli mathematicæ pars philosophiæ, noli quærere. Dicit hoc ipse conceptis verbis, ubi mathematicos Philosophis annumerat l. 4. metaph. sum. 1. c. 1. & l. 11. c. 3. sum. 2. mathematicam sapientiæ partem facit: l. 12. t. 44. astro-nomi.

nomiam οικειοτάτη φιλοσοφία τῶν μαθηματικῶν ἐπισημῶν, id est, præcipuam & propriissimam philosophiam inter mathenaticas scientias appellat. Vide etiam l. 6. metaph. sum. 1.

(Nota, nos in citandis metaphys. Bessarionis distinctionem, in aliis operibus Pacianam sequi)

V.

Quin potius de *subjecto* mathematices videamus. Sternit ad hoc viam Choriagus noster l. 5. metaph. c. 1. his verbis: ἐστὶν ἐπιστήμη τις, ἢ θεωρεῖ τὸ ὄν, ἢ τὸ ἐν, καὶ τὰ τέτα ὑπάρχοντα καὶ αὐτῶν. Ἀλλὰ μετὰ αὐτῆς τι δὲ ποτερον αὐτῆς θεωρεῖ τὸ ὄν τὸ συμβεβηκός, οἷον αἱ μαθηματικὴ τῶν ἐπισημῶν, id est, datur scientia quædam, quæ ens sub ratione entis considerat & quæ huic perse insunt, quam metaphysicam seu primam Philosophiam dicimus. At Entis sive partem sive speciem ex genere præscindentes aliæ scientiæ quicquid accidit ei, contemplantur, ut mathematicæ.

VI.

Ecquod verò sit μετὰ illud Entis, cujus theoriam sibi disciplinæ mathematicæ vendicant, distinctius exponitur initio l. 6. metaphys & l. 2. εὐσ. ἀρε. c. 2. τὸ ποσόν nempè καὶ πηλίκον, quotum & quantum, id est, numerus & magnitudo; uno verbo, Quantitas, eaq; ad abstractionem indifferens. Ut enim scientia naturalis corpus mobile considerat cum suis proprietatibus, quas inter etiam est quantitas l. 1. εὐσ. ἀρε. 2. l. 1. cœli. 1. Sic scientiæ mathematicæ quantitatem considerant, modo extra corpus, modo in corpore; modo ἀσχετικῶς ἀβστράκτα, modo σωματικῶς ἐν ὄντι, concretam cum materia: abstractam, ut Arithmetica & Geometria; concretam, ut astrologia, Optica & similes. Quantitas igitur latissime accepta est μετὰ illud τὸ ὄν, ἢ α. 5 ἢ α.

illa entis particula, & *ιδιὰ φύσις*, propria natura, quam sibi tractandam mathematicus sumit. 6. metaph. sum. 1.

VII.

Nec obstat, Philosophum non nisi *τὸ ἐξ ἀφαιρέσεως ὄν* Mathematicæ subjicere l. 3. cæl. c. 7. l. 1. de anim. t. 17. l. 6. Ethic. c. 8. quod alibi, nempe 6. metaph. sum. 1. *νοητὸν καὶ ἀκίνητον*, intellectibile & immobile, alibi, ut l. 1. post. anal. tex. 101. *εἶδος*, id est, speciem & formam abstractam, libello de lin. commensurab. Ideam vocat, & 7. metaph. c. 10. sum. 2. describit, quod sit *τὸ ἐν αἰσθητοῖς ὑποκείμενον, ἀλλ' ἔχει ἢ αἰσθητὸν*, id est, existens in rebus sensibilibus quantitas, verum non, ut est sensibilis: Cui consentit. c. 2. l. 2. *Φυσ. ἀκροάσ.* vide etiam præf. *μεγαλ. στωϊκῶν*. Ptolom.

VIII.

Hic enim sciendum est, Aristotelem his & similibus locis non ad totam Mathematicen, sed ad certam ejus partem respicere, Arithmetica nempe & Geometriam, prout se disertè explicat l. 13. metaph. c. 3. sum. 1. Hæ enim *καὶ ἐξ ὀχλῶν* mathematica dicuntur. Sicuti contra per abusum vocabuli jus civile mathematicos vocat homines maleficos, ariolos, incantatores, magos, tum Genethliacos supersticiosos, qui quæ nec facta nec futura sunt, sciunt tamen, genus hominum potentibus infidum, sperantibus fallax, quod semper in civitate simul & veritum, & retentum esse, minetur magis Tacitus l. 1. hist. suæ, an stomachetur, haut facile dixerim. Hi omnes, Jureconsulto sunt mathematici, sed adulterini, sed e mentiti, quiq; honorato mathematicorum titulo, vanitates, crimina, fraudes suas palliabant, eodem fere modo, quo augustum Politicorum nomen hodie in contemptum venit.

IX.

Esto igitur Mathematicæ generatiō, sumpta sive *sci-*
entia

ARISTOTELICA.

9

entia (nec enim de genere multum contendemus) *sive doctrina quantitatum, ut quantitatum, cum vel sine* *subjecto suo consideratarum.* Nam teste Philosopho l. 2. *Φυσ. ἀξ. t. 18.* sine ullâ falsitatis aut erroris suspicione vel periculo, quantitatem aliquam, v.g. Circulum aut lineam, considerare licet, non consideratâ materiâ, cui inest, qualem considerationem vulgò Mathematicam, *ἀφαιρέσιν* appellant. *ἴδεν,* inquit Philosoph. l. cit. *Ἀλλ' οὐδέ τι εἰς τὴν ἀφαιρέσιν* *ἔστι τι* *ἄλλο* *ἢ τὸ* *ἴδιον*, id est, nihil interest, utro modo consideres quantitatem, nec qui hanc mente abstrahit à materiâ, materiamvè insequentibus qualitatibus, motu, sono, luce &c. mentitur. Scalig. ex. 342.

X.

Et ratio est; quia, ut ibidem addit, res mathematicæ, non ut idææ sive formæ ac essentiæ rerum naturalium, *τῆ νοήσῃ τῆς κινήσεως* sunt *ἀχώριστοι*, id est, inseparabiles à motu per intelligentiam 1. de anima t. 17. & 18. sed ut acie mentis separentur, aptæ naturæ sunt: nec magis apprehensionis in his veritati officit abstractio, quàm demonstrationi per se iustæ ac legitimæ derogat falsa descriptio. l. 13. metaphys. sum. 1. c. 3.

XI.

Credo enim, notum esse, ut plerunque demonstrationes mathematicæ declarari soleant per diagrammata, *διδασκαλίας χάριν, ὡς μάλλον γνωρίζονται, τὸ ἀλγέγραμμα γινώσκον θεασαμένων*, id est, doctrinæ gratiâ, perinde ac si citius rem agnoscant, qui viderint diagramma. l. 1. cæli text. 104. Multorum, inquit Philosophus 9. metaphys. t. 20. rationes manifestæ forent, si de rectâ designatione, quæ devidendo fit, certasque lineas ducendo constaret, ut exemplo probatur ibidem & l. 3. metaphys. c. 6.

Quia

XII.

Quia tamen demonstratio minimè concludit ex
 iis, quæ delineata ac divisa fuerunt, sed ex his,
 quorum istæ crassæ notæ sunt ac rudia symbola;
 idcirco vera nihilominus demonstratio manet, et
 iam si sphaera in sit diagrammati, dum rectam vel
 pedalem lineam esse dicit eam, quæ nihil minùs,
 quàm talis est. Non enim demonstrationes ad fi-
 guras & schemata externa, sed ad intellectum &
Algebra referri debent. l. i. prior. analyt. c. 39. l. i.
 prior. tex. 80. l. 13. metaph. sum. i. c. 3. Et de hoc
 casu verum est, quod dicitur: non requiri verita-
 tem in exemplis. Etsi adhuc verius sit; præstare
 ad docendum, ut quàm rectissimè se habeat dia-
 gramma.

XIII.

Quare tantum abest, ut abstrahens abstrahendo
 erret fallaturvé, ut non nisi abstractionis ope ve-
 ras rerum & formarum mathematicarum essentias,
 ob ruditatem & imperfectionem materiæ sensibi-
 lis, mirum in modum depravatas, adipiscatur. Dic-
 enim, ubi locorum exquisita rectitudo aut perfe-
 cta rotunditas in materiatis inventienda sit? aut ubi
 est sphaera in rerum naturâ, quæ subjectum pla-
 num rectum puncto attingat, prout rationes ma-
 thematicæ evincunt, & non, ut Protagoras obji-
 ciebat, mathematicos redarguens, parte aliquâ
 superficiei suæ? l. i. de anim. t. 13. l. 3 metaph. t. 8.
 lib. de lin. commens. & incom. Hic, quæ nec sunt
 necesse possunt in sensibilibus rebus, cernis ta-
 men in essentiis abstractis, at oculo alio, quem
 vocamus *ἴσῃ*, id est, perspicientiam mentis. ut ita
 philosophus tales formas non injuriâ *νοητάς* men-
 tales & intelligibiles dixerit: *ἀνοητάς* verò, quia
 semper

semper eodem modo se habent nec mutari solent.
l. 6. metaph. sum. 1. c. 1. 2. metaph. t. 16.

XIV.

Cum autem nulla sit disciplina, quæ non utatur abstractionibus, tenenda est distinctio inter mathematicam & aliarum disciplinarum abstractionem. Ceteræ disciplinæ abstrahunt à materiâ singulari & corruptibili, v. g. cœlum concipiunt ac intuentur animo, non hoc cœlum. 3. metaph. text. 9. & l. 1. cæli t. 92. Aliàs ad interitum rei, ejus in animo scientia interiret. ibid. & c. de relat. in prædic. At mathematicus interdum abstrahit ab omni materiâ, tam sensibili, quàm intelligibili, singulari & universali, & ut diximus, quantitatem concipit & intelligit, non attentâ materiâ; uno verbo, sumit eam, ut *εἶδος*, id est, essentiam ac formam, quæ per se substat proprietatibus suis, nec sit in subjecto. l. 1. post. t. 101.

XV.

Ἀναδίπλωσις in definitione mathematicæ adhibita; *Quantitatum*, ut *quantitatum*; modum considerandi proponit, & hoc innuit, etsi inter disciplinas mathematicas aliqua non removeant cogitatione subjectum, in quo inest quantitas, ut optice vel harmonice; tamen nec illam τὴν ὄψιν, id est, Visum, neque hanc τὴν φωνήν, id est, vocem, aut sonum considerare, ἢ ὄψιν, ἢ ἢ φωνήν, ἀλλ' ἢ γεωμετρίας καὶ ἀριθμῶν, id est, non ut est visus aut vox, sed ut ambo lineæ sunt & numeri, eorumque rationes subeunt l. 13. metaph. c. 3. sum. 1.

XVI.

Disciplinæ quantitatem purè, simpliciter & abstractivè considerantes, *purè mathematicæ* inde dicuntur, & duæ sunt. *Arithmetica* & *Geometria*; illa de

de quoto; hæc de quanto in specie dicto; illa de numero; hæc de magnitudine: utraq; separatim ponens, quod non est seperatum. l. 13. metaph. I. c. 3. idq; propterea, ut sit accuratior & perfectior intelligentia illorum, secundum ea, quæ prius θ. 13. dicta sunt.

XVII.

Cæteræ disciplinæ omnes σκοπῶσι μὲν μαθηματικὴν γραμμὴν (ἐπιπέδου, στερεῶν) ἀλλ' ἔτι ἢ μαθηματικὴν, ἀλλ' ἢ φυσικὴν i. e. considerant quidem lineam mathematicam, (tūm quæ sunt hujus generis alia, punctum figuram, planum, solidum.) veruntamen non ut mathematicam, sed ut physicam. Quâ limitatione tamen non modus considerandi, sed consideratæ rei necessaria conditio significatur, quasi dicat: *Talium* disciplinarum *subjectum* adæquatum esse τὸ ποσὸν μέρει μέρους μετὰ τῆς ὕλης, quantitatem materiæ confusam, & sensibili qualitate aliquâ præditam ac ceu vestitam. 2. φυσ. ἀκρ. c. 2. l. 1. cæli t. 92. quæq; ad quantitatem nudam & exutam hocce sensibilibis qualitatis amiculo ita se habeat, quemadmodum curvitas ad limitatem. dicto loc. & initio l. 6. & 10. metaph.

XVIII.

Atq; propter hanc qualitatis materiæ ad quantitatem adjunctionem hæc disciplinæ σιωποῦσι ἐναντιοῦν τῇ φυσικῇ, id est, finitimæ scientiæ naturali, habentes κοινὰ προβλήματα τῶν μαθηματικῶν θεωρημάτων καὶ φυσικῶν. τὸ μὲν γὰρ ὡς ἀπὸ τῶν μαθηματικῶν δῆλον ἐστὶ τὸ ἔτι ὡς ἀπὸ τῶν φυσικῶν, id est, problemata scientiis Mathematicis & Physicis communia. Nam quâ ratione hoc ita & cur sit, per mathematica liquet: res verò ipsa sive subjectum & quod sit ex physicis clarum est, in princip. quæst. mechanic. l. 1. post. t. 69. & 100.

Recht

XIX.

Rectè igitur hæ disciplinæ *φυσικώτερον* dictæ sunt philosopho 2. *φυσ. ἀεροάσ.* 2. Vulgo *mixta* & *impure*. Item *ὑπάλληλοι*, hoc est, subordinatæ vel *subalternatæ* puris. Primò enim subjecto cum iisdem conveniunt, tam materialis, quam formalis ratione, nisi quod materiali parti superadjiciunt sensibilem qualitatem, quâ solutum est materiale purarum & subalternantium. Deinde quæ in subalternantibus & puris demonstrata sunt à priorè & conclusionis habuerunt rationem, in inferioribus & impuris sine probatione sumuntur instar principii seu elementi. Quo respectu Euclidem suam Geometriam & Arithmetica *τῶν στοιχείων*, id est, elementorum nomine inscripsisse credibile est, etsi & aliam inscriptionis rationem habuerit. In his autem duobus naturam subalternationis consistere, discimus ex philosopho cit. locis, & tex. 75. & 86. l. 1. prior.

XX.

Considerans hoc Philosophus l. 4. metaph. c. 1. sum. 1. Arithmetica & Geometria *primas scientias* appellat; cæteras secundas. Sicut enim prima philosophia principia condit disciplinarum inferiorum, unde *κρυφαὶ ἡ ἀρχαιότερον* dicitur: sic Geometria & Arithmetica in principiis sibi subalternantium mathematicum elaborare diximus 2. sicuti prima philosophia subjectum sub se continet subjecta reliquarum philosophia partium, ut audivimus; sic in subjecto Arithmetica & Geometria reliquorum mathematicum subjecta includuntur, quodammodò, nō secus ac pars in toto inclusa est. Est n. quantitas cum motu, aut sono, aut luce q: pars aut species quantitatis generatim sumta l. 1. post 2. 60 3. Sicuti prima philosophia innititur principiis *ἐπιπέδων* communissimis, ut impossibile est idè simul esse

esse & non esse: ita in Arithmetica & Geometria multo communiora principia dantur, quam in reliquis matheſeos partibus, ea nimirum quas *κοινὰς ἐνοίας*, communes & tantum non inſitas in noſtris mentibus notiones, item *ἀξιώματα κοινὰ*, dignitates & axiomata communia nuncupant. l. i. post. t. 74.

XXI.

Talia sunt e. g. *εὰ ἐνὶ καὶ τριτῷ ἴσα, καὶ ἀπὸ αὐτῶν ἀξιοῦν ἴσα*; id est, Uni eidemq; æqualia, & sibi invicem æqualia pronunciamus. Item, *ἀπὸ τῶν ἴσων ἴσα ἀφαιρέσθων ἴσα λείπεται*, id est, si ab æqualibus auferantur æqualia, restabunt æqualia. l. i. prior. c. 24. l. i. post. t. 74. Item *διπλασίον, τὸ ἐν ἴσῳ ὑπερέχει* ἔχον: ἡμισυ τὸ ἐν ἴσῳ ὑπερέχει, id est, duplum est, quod æquali, seu altero tanto superat; dimidium quod altero tanto superatur l. 6. top. cap. 9. Item *ἡ ὀρθὴ γωνία ἴση*, id est, angulus rectus est angulus æqualitatis vel ut Euclides; Anguli recti inter se sunt æquales. in fine quest. mechan. Hæc, inquam, & similia principia, quorum magnam farraginem Euclides præmittit elementis suis, & naturam suam ita sunt omnibus sanam mentem præditis, & tam numeris, quam magnitudinibus conveniant, unicuique κατ' ἀνάλογίαν, secundum proportionem. l. i. post. t. 74. & 69.

XXII.

Proinde sicuti philosophiæ partes reliquæ splendorem accipiunt à primâ philosophiâ, nec quicquam unquam, sine aliquâ illius cognitione, perfectus Philosophus extitit: sic mathematica inferiora, ut Astronomia, Optica, clarissima evadunt, mathematicam artem, h. e. arithmetice & Geometriam non ignorantibus Copernic. l. i. revolut. Arist. l. i. post. t. 102. lateremq; lavat, qui harum

αἰαλόφρονος in cæteris operæ precium facturum se sperat, quicquid etiam suaviter ebrius somniet. Hæ sunt alæ, quibus volandum est per cælestes campos: hi baculi, quibus terra peragrandæ.

XXIII.

Habet igitur utrumq; matheseos genus, purum & mixtum sua tam cognitionis quam rei principia, vel ut Philosophus loquitur 1. post. t. 103. ἔξ ὧν καὶ αἰεὶ ὁ. id est, ex quibus & circa quod. Cognitionis; ut 1. axiomata modo dicta & ad propositum five ad subjectam materiam scite accommodata & contracta; (id enim est καὶ αἰαλόφρονος sumere:) 2. propositiones antea demonstratas ex axiomatis; 3. axiomatis affinia αἰτήματα καὶ λήματα, id est, postulata & lemmata. v. g. bina quævis puncta jungere per rectam: dato puncto datoq; intervallo circulum describere: lineam rectam producere ad lubitum. Rei; ut subjecti & specierum ejus variarum definitiones. Ita arithmeticus primò omnium definit numerum, & per suas species ac classes distribuit: Geometer lineam rectam, circulum, angulum rectum definit. ibid. & 2. post. t. 72. 6. Metaph. text. 1.

XXIV.

Horum principiorum ope optimas & firmissimas, perfectissimasq; demonstrationes mathematicus concinnat, præsertim propriè sic dictus, adeò ut hac in re mathesis cæteris disciplinis omnibus palmam præripiat, soleatq; Philosophus mathematicum docendi genus pro accuratiss. & exquisitiss. usurpare. Ptolom. l. 1. μεγαλ. συντάξ. in præfat.

XXV.

Quod autem objiciat aliquis ex c. 7. l. 2. moral.

ad Eudem. in mathematicis nulla dari principia, nisi κατ' ὁμοιότητα, id est, per similitudinem. Resp. Aristotelem principia mathematicorum ibi loqui vocare similitudinaria, non simpliciter, sed in comparatione ad principia moralia humanarum actionum, cum quibus in eo conveniunt, quod utraque suorum effectuum causæ sint, ita ut mutatis sublatisve ipsis mutantur tollanturve effectus: rursus autem differunt, quoniam mathematicorum principia necessaria sunt effectibus & immutabilia, utpote ad unum ordinata: at homo, qui suarum actionum fons est ac dominus, cum sit in horas mutabilis, etiam variat ac suspendit actiones, & non raro contraria molitur & instituit. Esto igitur, quod principia mathematica non se habeant, ut Ethica. An propterea non erunt vera principia? μή γίνονται.

XXVI.

Quot sint numero discipline subalterne in encyclopædiâ vel systemate orbis mathematici, etsi difficiles explicatus habeat: quinque tamen probabiliter numerari videntur: Una, quæ in sonis quantitatem considerat, discretam præsertim, quam *Musicam* dicimus: altera, quæ expendit eandem in luce & umbris, ut *Optica*: rursus alia, quæ de hac in motibus cælestibus dispicit, ut *Astronomia*: adhuc alia, quæ numerum & magnitudinem partium superficiei terrænæ perscrutatur, ut *Geographia*: Una denique circa modulos potentiarum ac virtutum moventium operosa, *Mechanica* dicta.

XXVII.

Non negamus interim plures recenseri, putâ *Logisticâ*, *Gaodesiâ*, *Cosmographiâ*, *Chronologiâ* illiusq; partem ecclesiæ computum, *περὶ τῶν πικρῶν δι' ἑσπέρου λογίας*, quod hodie

hodiè *astrologia* dicitur; item *architectonicen* &c. Verùm superflue, ni fallor. Aut enim numero idem sunt cum quinq; prædictis, ut *Cosmographia* cum *astronomiâ* & *geographiâ*, partes simul sumtæ cum toto: aut ad easdem reducuntur, tanquam *appendices* aut *fructus* & *exercitia*, quo pacto *Logistica* ad *arithmeticen*, *gæodesia* ad *geometriam*, *Chronologia* & *astrologia* ad *astronomiam* referenda videtur: aut denique non sunt magis *matheseos*, quàm *aliarum disciplinarum*, *physicæ*, *medicinæ* &c. *propriæ censendæ*, quod cum omnibus pariter *communicent*, *illarumq; prævi-*
am noticiam requirant, veluti *architectonice*, de quâ *Vitruvius* testatur his verbis. l. i. c. i. *Qui se architectum* *profitetur*, *literatus sit*, *peritus graphidos*, *eruditus geometriâ*, *optices non ignarus*, *instructus arithmeticâ*, *historias noverit complures*, *Philosophos diligenter audiverit*, *musicam sciverit*, *medicinæ non ignarus sit*, *responsa Iureconsultorum calleat*, *astrologiam cæliq; rationes cognitâs habeat.*

XXVIII.

Atq; ex hoc uno liquere potest, quales & quantas *commoditates* soli *architecturæ*, & per eam *humanæ vitæ* afferat *mathesis*. Quid verò in *cæteris vitæ partibus*, *disciplinis* & *Facultatibus*? Nempe *Theologis* i. ad hoc *conducit*, ut *scripturæ loca* plurima *solidius intelligant*, & *divinorum miraculorum magnitudinem animo plenius consequantur*. *Stteit*, inquit in *aureâ suâ Genesi* *Lutherus*, *Sol ad Josue preces*. *Id quantum miraculum sit*, *ex astronomis quære*. *Item: descriptio temporis non est otiosè addita*, cum dicitur; *Caluistum solem*, hoc est, *ad meridianum ascendisse*. *Hæc est explicatio ex arte astronomica.*

2. Prodest theologis, ut quod in ipsorum studio summè necessarium est, res gestas suis temporibus, gentes suis locis ac sedibus aptè digerant, & ut Deum in operibus ejus agnoscant, summè potentem, sapientem, bonum. Extremæ potentix est, omnia posse condere: sapientix, ita condere, ut nec ad speciem pulchriora nec ad usum meliora opera fieri potuerint, utpotè mathematicè, hoc est, in numero, pondere, mensurâ conveniente condita. lib. sap. c. 11. Cic. 2. de nat. Deor. Scalig. ex. 249. s. 1. & 3. Bonitatis denique, voluisse ita condere, non tam propter se, quàm propter nos & nostros usus. Scalig. ex. 250. Cic. 2. de nat. Deorum in fine.

XXX.

Non erat itaque, quòd Aristippus cum suis affectis 3. metaph. 1. 3. omnem boni ac pulchri considerationem mathematico eriperet & hoc nomine aspernaretur scientiam illius. Sit ita: non demonstret mathematicus per finalem causam: nihil de bono aut pulchro tradat conceptis verbis: At tradit opere & re ipsâ, ostendendo nimirum & ex professo explicando, quid *τάξις*, quid *συμμετρία*, quid *ὡρομύρον*. In his autem tribus, videlicet decenti ordine situque partium, commensuratione legitimâ, debitâ magnitudine, (id enim hoc loco significat τὸ ὡρομύρον) vim, rationem ac formam pulchritudinis, tanquam in suis causis aut speciebus, consistere, ac omnia quæ participant his tribus, ornata, pulchra, bona esse, ex Vogeliana *επιλογίᾳ* pluribus addiscet lector. Cumque *τάξις* καὶ *ὡρομύρον* plurimis rebus causæ fiant in genere causæ finalis, etiam hoc modo efficitur, ut mathematicæ scientiæ finis, adeoque *ἡ γὰρ*, pulchri & boni

boni rationem quadantenus habeant. *Quadante-*
nus, inquam. Nam simpliciter loquendo οἱ μαθη-
 ματικοὶ λόγοι τὸ εἰς ἐνὸς ὄντος ἔχουσι, id est, mathematici
 discurtus & sermones, id cujus gratiâ, sive finem,
 non continent. Scalig. ex. 342. ex l. 3. rhetor. Arist.
 sed hæc obiter. Prosequamur mathematicæ utili-
 tates.

XXXI.

Plato itaq; agnitionem Dei ex magnificentiâ &
 pulcritudine suorum operū vocat ascensum mentis
 ad id, quod est, eamq; vim & laudem mathematicæ
 tribuit, cūm 7. l. de rep. & in Epin. quod sit ἀπερχαστικὴ
 φιλοσόφου ἀγνοίας πρὸς τὸ ἄνω χεῖν, εἰς ἐκείνους τόπους, ἐν ᾧ
 ἴσται ὁδοὺς ἀγνοίας τὸ ὄντι, id est, quod mentem
 philosophi attollat eum in locum, ubi degit ens be-
 atissimum, quod sit μετὰ σπειρωτικὴ τὴν ἐπὶ τὴν ὄντι
 ἴσται, id est, convertat intellectum ad inspectio-
 nem entis, quod nos faciat καλεῖν ῥᾶον τὴν ἀγαθῆς
 ἰδέας id est, facilius perspicere essentiam & formam
 ipsius boni, & quæ sunt id generis emblemata &
 flosculi complures, quibus hunc matheseos fru-
 ctum non minus venuste, quam graviter comple-
 ctitur.

XXXII.

Jureconsultos instruit & juvat studium mathe-
 seos in regundis finibus, in alluvione judicandâ,
 in heriscundâ familiâ, hæreditate partiendâ, da-
 mno & lucro dividendo, secundum mentem testa-
 toris, contrahentium consensum, boni & æqui
 normam. Alias non rescripsisset uterque impera-
 tor, Diocletianus & Maximinus: *Artem geometriæ*
 (subintellige arithmeticen quoque) *discere atq; ex-*
ercere publice interest. Nimirum videbant illi & usu
 ipso deprehendebant, non tantum jus dicentibus
 & legumlatoribus, verum etiam Reip. propu-
 gnantibus.

gnatoribus quos Imperatores, principes & duces vocamus, adjumenti & emolumentum plurimum ex his & similibus artibus accrescere in gerendo bello, ordinandâ acie, castris metandis, expugnandis & tutandis urbibus &c. Plato loc. cit.

XXXIII.

Quorsum medicis geometria conducat, filio Thessalo integro epistolio præcipit Hippocrates parens, nimirum ad ossium luxatorum repositionem, attritorum resectionem, terebrationem &c. tum & ipsorum ossium situm atq; ordinem & totam structuræ motusq; rationem pervidendam, quod & Aristotelis libellus de mot. anim. egregiè confirmat. Idem Hippocrates eodem in epist. arithmetica[m] artem ad dijudicandas febrium intensiones & remissiones, ad circuitus & crises morborum &c. Conferre non minus verè, quàm expresse asseruit. Astrologiæ quoq; honorificam mentionem non semel fecit & in primis lib. de aere, aquis & loc.

XXXIV.

Philosophum in philosophiâ, præsertim Aristotelicâ & Platonicâ cæcutire sine hoc matheseos lumine, in proæmio innuimus & supra in thesibus, nec Aristoteles ipse diffitetur, cum nos. e.g. in doctrinâ cæli & meteororum identidem ad astronomorum, Babyloniorum & Chaldæorum, qui tum temporis florebant in orbe, theoremata & *περὶ τῆς ἰσίδος* remittit 1. meteor. 3. & 6. 2. cæli 1. 60. 2. 103. & 112. quando item Iridis explicationem, meris geometricis & opticis fundamentis aggredietur 1. 3. meteor. c. 6. idq; jure factum 1. 1. post. 1. 100. defendit: *Scire, inquit, quod sit Iris, proprium est physici: Optici autem simpliciter aut secundum scientiam mathematicam, καὶ τὸ πρὸς τὴν μαθηματικὴν.* Tales usus innumeros commentatio hæc nostra suppeditat.

Omni-

XXXV.

Omnibus deniq; in Musarum castris versantibus ad sapientiam & prudentiam lumen profert. Ad sapientiam, acuendo ingenium, iudicium subigendo memoriam exercendo & firmando, adeò ut non vereatur Plato asserere arithmetica & id generis artibus imbutos *eis τὰ αἰτὰ τὰ μαθηματικά ὅξ' εἰς φάινειν* i. e. ad ceteras disciplinas omnes promtos & acres apparere, & hinc arithmetica & geometria *κατὰ τὰ αἰτὰ δ' αὐτὴν ὁδόν* i. e. Viam ad eruditionem appellat, cui Hipp. loco antea laudato totidem verbis astipulatur. Ad prudentiam in vitâ & morib.; dum animos nostros à perturbationib. affectuum ad moderationem & tranquillitatem, à fastu ad modestiam, ab iracundiâ ad mansuetudinem, à dejectione & anxietate ad magnanimitatem à turpitudine & ataxiâ ad decus & elegantiam inflectit, traducit, revocat eisdemq; imperus convenientes & laudabiles inserit ac instillat: Quib. in rebus efficiendis astronomiam in primis & musicam excellere præter Ptolom. l. 1. *μὲν* *συντάξ.* graphice ostendit Arist. l. 8. polit. c. 5. Cic l. 4. de finib.

XXXVII.

Semper autem ingenuis mathematicum cultoribus ob oculos versetur pronunciatum philosophi l. 10. Eth. c. 5. *γὰρ μετρίως γίνονται καὶ ἄριστοι τὰ μαθηματικά καὶ ἄριστοι ἐν αἰσθητικῶν, i. e. geometriae sunt, & singula rectius assequuntur, quib. amor & studium geometriae adest. Hoc soletur fastidium primum, hoc perumpat aditus, ac certò sibi apud animam suam persuadeat, mathematicen esse difficilem, non verâ, sed opinione illorum, primo in limine qui resiliunt, & prius quam elementa gustarint, totum studium injustè damnant ac abjiciunt ignaviter: ad memoriae verò subsidium nullam artem habere tanto ordine dispositu & concatenatione admirabili devincta membra, atq; mathematica Arist. l. 3. de anim.*

ARITHMETICA
ARITHMETICA
ARISTOTELICA.

*Partim ex variis locis operis
Aristotelici collecta, partim ex
Euclide suppleta.*

THESIS I.

Arithmetica nomen habet à numeris, cir-
ca quos versatur, tanquam circa suum
objectum adæquatum & genuinum, à
quo etiam definitur, quod sit ἀριθμῶν, ἢ
ἀριθμῶν ἐπιστήμη, id est, numeri, quâ numerus sci-
entia.

II.

Respicimus hac limitatione ad distinctionem
numeri l. 4. φυσ. t. 102. traditam, quâ numerus
ὅλος id est, totaliter sumtus, distinguitur in eum,
qui cum magnitudine & materiâ conjunctus est,
& à Platone 6. de republ. μετὰ χεῖρῶν καὶ ποδῶν vocatur,
quasi sub manibus positum dicas: & in eum, qui
separatus est & abstractus à quanto & quali, quem
Philosophus ἀριθμητικόν, μαθηματικόν, μοναδικόν, εἰδι-
κόν, id est, arithmeticum, mathematicum, solita-
rium, formalem, Plato διανοητικόν, id est, menta-
lem appellat 13. metaph. sum. 3. c. 1. & 2. 5. Ethic.
3. Plat. in Philebo & l. 6. de republ. Hoc enim nu-
mero numeramus alterum, materiæ immersum.
Unde quantum numerans numerus à magnitudi-
ne, tantum quoque à numero numerato differt.

II.

Sunt autem, magnitudinis & numeri hæc infi-
gnio-

gniora discrimina. 1. Magnitudo est συνεχής, continua, id est, res talis, cujus partes communi termino cohærent: numerorum nullus est communis terminus, sed partes numeri sunt διακριτάαι, id est, inter se discretæ. 2. Magnitudo est cum ἴσος & figurâ: numerus cum τάξις, id est, ordine solummodo & sine positione ac figurâ ullâ. 3. In numeris minimum datur, non maximum: In magnitudine maximum, non minimum. 4. In illis propriè loquendo paucum invenitur & multum; in hac magnum & parvum. 5. Magnitudini addi potest & detrahi citra mutationem speciei ac formæ: In numeris addito ablatovè quopiam eorum, ex quibus est numerus, non est amplius idem numerus, sed diversus, tamen si minimum sit ablatum additumvè. Ideo numeri essentijs comparantur. c. de quant. in post. 3. phys. t. 68. l. 5. metaph. t. 32. l. 8. t. 10.

III.

Quandoquidem ergò arithmetica non minus, quàm geometria tantum curat, quæ sunt διὰ ἀφαίρεσις per abstractionem, eam posterius numerorum genus, videl. numerantium, sibi propositum habere, adeoq; numerum, quæ numerum contemplari, & sic ἡ ἐλαττόνων τῆς ἐν προόδῳ εἶναι, ex paucioribus & simplicioribus constare, quàm mathematicen ex adjunctione situs ac figuræ ad quantitatem, h. est, geometriam, ex his conspicuum arbitror. Nimirum simplicius est, quod est ἀπὸ ἴσως, quàm quod cum ἴσος. i. post. t. 178. in proem. metaph. c. 2.

IV.

Rursum hic numerus numerans modo generatim sumitur, ita ut etiam unitatem complectatur & includat; modo specialiter & ἰδίως, propriè, ut cum definitur a philosopho l. 3 metaph. t. 16. & l. 10. b 5 t. 90. &

t. 90. & 91. *πλήθος μονάδων* multitudo & cumulus unitatum. Quo in significatu unitas non tam comprehenditur sub numeris, quam iisdem opponitur, oppositione relativâ & quæ est ad aliquid, 10. metaph. t. 91. hoc est, clariùs dicendo; Unitas non tam est numerus hoc sensu, quam principium, pars & mensura numeri; nec, ut aliquis multitudinis numerus, resolubilis est in partes, quia nullas habet, loc. cit. & 10. metaph. t. 2. 1. post. t. 14.

V.

Si quæ verò dividitur unitas, dividitur ratione magnitudinis, cui inest & prout numerati rationem habet: Eaque divisio numeris fractis præbet originem, quippe, qui nihil sunt aliud, nisi pars aut partes unius integri, v. g. horæ, ulnæ &c. suis partibus divisi & numerati. E. g. qui tres quadrantes nominat, dicit tres partes alicujus totius, quod in quatuor æquales partes fractum intelligitur, & quibus tamen tres solummodò accipiendæ sint.

VI.

Nequaquam autem casu putandum est fieri, quod numerantes decimo quoque ab unitate gradu revertamur ad unitatem, complicantes illam cum denario aut denariis, dicentesq; undecim, duodecim &c. Viginti unum, viginti duo &c. Verùm hujus rei certam aliquam causam esse id ostendit, quod omnes pænè homines per decadas numerent nulli per triadas aut tetradas &c. exceptis Thracibus, qui periodos quaternarias, ob stuporem & imperitiam, adhibebant. s. 15. probl. 5.

VII.

Quidam hoc à perfectione & prærogativâ denarii esse existimant, quæ consistit in 4. præcipuè. 1. Denarii omnis generis numeros, pares impares, quadratos cubos, longos planos, primos compositos ambitu suo comprehendit. 2. Componitur
ex

ex quatuor prioribus digitis, ut vocant, 1. 2. 3. 4. additis in unam summam, 3. in decem numeris, geometricè progredientibus nec plures sunt nec pauciores quatuor cubicis. Quantum autem tribuerint Pythagonici quaternario, Tetrachis eorum ostendit, quâ, de Keplerus ex Joach. Camer. 1. 3. Harmon. in principio. 4. Mundus denario continetur, novem sphaeris & globo elementari, tanquam nucleo. Arist. loc. cit.

VIII.

Sed hæ rationes parvæ sunt efficacis. Verior causa videtur, quod homo, Protagorâ dicente, sit omnium rerum mensura. Cum igitur nascatur is decem digitis in ambabus manibus & pedibus, quare veluti $\psi\upsilon\phi\sigma\varsigma\ \epsilon\zeta\omega\iota\ \&\ \delta\iota\kappa\epsilon\iota\varsigma\ \alpha\rho\iota\theta\mu\acute{\omicron}\varsigma$, $\tau\acute{\epsilon}\tau\alpha\ \tau\acute{\omega}\ \pi\acute{\omega}\lambda\acute{\iota}\sigma\tau\acute{\omicron}\varsigma\ \&\ \tau\acute{\alpha}\ \mu\acute{\alpha}\kappa\epsilon\tau\acute{\omicron}\varsigma\ \alpha\rho\iota\theta\mu\acute{\omicron}\varsigma$, i. e. proprii & nativi numeri calculos penes se habens, eo numero reliqua circa se posita dinumerat. Imò videtur ab his partibus corporis nostri, aliis numeris digitorum, aliis articulorum, aliis compositorum nomen inditum Arist. ibid.

IX.

Digitus est omnis numerus denario minor ac inferior, cujus, ut sic loquar, novem sunt species: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. Articulus est numerus unius aut plurium denariorum sive decadum, ut, decem, viginti, triginta, centum, mille &c. Dicitur etiam $\alpha\ \pi\epsilon\ \rho\acute{\omicron}\nu\delta\omicron\varsigma$ seu rotundus numerus. Compositus deniq; numerus est qui ex articulo & digito conflatus major est denario, ut undecim, tredecim, viginti unum, centum quinque &c.

X.

Jam quod cæteris mentis conceptibus & vocibus in sermone; idem numeris accidit, ut quamvis ex se nullâ figurâ sint præditi, possint tamen scribi & pingi certis notis, signis, ac characteribus, & his mediantibus in oculos incurrere. Hinc

XI.

Hinc ut literarum, sic numerorum, apud alias gentes, aliæ sunt notæ arithmeticæ. Antiquissimæ & simplicissimæ notæ puncta videntur & virgulæ fuisse, sed majoribus numeris consignandis minus aptæ. Successerunt his apud Romanos & Græcos literæ alphabeti, & his rursus proximis seculis, sive de corruptis literis Græcis natæ, sive à Saracenis & Indis ad nos transmissæ, notæ peculiæ, quas hodieq; passim usurpamus & Cyfras dicimus, omnium facilimæ usu, & ad exprimendos quantumlibet vastos & immanes numeros accomodatissimæ, v.g. arenularum, ad tantam molem efficiendam necessariarum, quanta est hæc mundi machina.

XII.

Quemadmodum enim soni vocum innumerabiles paucis literarum notis terminati sunt omnes: sic scribendis numeris quibuscunque & quantiscunque, adhuc pauciores notæ sive elementa, nempe novem significantia, quæ totidem digitis respondent, & unum per se *μονον*, non significans, circulus nimirum, in quem desinunt articuli, sufficiunt, loco tantum illorum & ordine decenter variato, perinde, ut literis usu venit. Idem enim elementum vel nota loco dextimo ac primo posita seipsam semel significat; secundo, & ad sinistram proximè sequente loco seipsam significat decies; tertio cæties; quarto millies; quinto decies millies; &c. Circulus quoque etsi per se nihil valeat, augeatamen hujus ordinis respectu valorem exterarum. e.g. Unitati semel præscriptus facit, ut non amplius unum, sed decem significet.

XIII.

Affectiones & proprietates numerorum quod attinet, harum insigniores recensentur à philosopho 4. metaph. t. 5. l. post. t. 31. 5. metaph. t. 20. *αριθμητικῶν*

πρῶτον, σύνθετον, ὁμοίότης ἀετιότης, συμμετρία, ἰσότης, ἰσότης, ἕξις, id est, primum, compositum, paritas imparitas, commensuratio, æqualitas, excessus, defectus. His & similibus proprietatibus cum numeri discernuntur, fit, ut sæpè differentiarum aut specierum nomine veniant 4. top. 2. & 6. top. 4. Figurationem verò numerorum, secundumquam numeri sunt plani, solidi, æquilateri, oblongi, quadrati, cubi (1. post. 8. 31. & 75.) remittimus ad geometram.

XIV.

Primorum & Compositorum numerorum explicatio petenda est à generatione eorundem. Generantur numeri & existunt addendo vel multiplicando. Addendo; quando numerus numero jungitur, & cum eo coalescit in alium numerum, qui summa dicitur vel totus. Multiplicando; cum propositis duobus numeris iisdem vel diversis, alter sibi ipsi toties conjungitur & aggregatur, quoties unitas continetur in altero, & fit novus numerus, cui nomen factum est vel productum. l. 13. metaph. c. 2. & 3. Euclid. l. 7. def. 14.

XV.

Quã in re uti vis & natura additionis & multiplicationis sita est: sic apparet inde, additionem & multiplicationem partim convenire inter se, partim differre. Conveniunt; quod in utràque fiat compositio, unio seu aggregatio numeri ad numerum. Differunt; quia in additione simplex est & nuda binorum aggregatio; in multiplicatione verò iterata, & ut dicam, multiplex. Quod sic intelligendum. Quando addis, tunc semel & simpliciter numerum adjungis numero. At cum multiplicas, alterum multiplicantium multipliciter & toties adjungis sibi ipsi & velut exaggeras, quoties unitas metitur alterum.

Hinc

XV.

Hinc iidem numeri alium constituunt additi, alium multiplicari. E. g. 2. & 3. per additionem composita & unita sunt 5. per multiplicationem verò 6: Quia 3. per 2. multiplicans 3. Sibiipsis bis aggregas & componis, scilicet secundum multitudinem unitatum in binario; quod non fit in additione.

XVI.

Cum igitur numeri duobus modis oriantur, additione & subtractione: prior genesis communis & ceu essentialis est numeris omnibus, cum omnes sint multitudines ex unitatibus collectæ; posterior non item. Nam 2. 3. 5. 7. 11. 13. &c. tantum extiterunt per simplicem additionem: at 4. 6. 8. 9. &c. non additione solummodo, sed etiam multiplicatione existunt.

XVII.

Prima itaque numerorum proprietas hæc est, quod alius sit primus, alius compositus. Primus, qui non nisi addendo constitutus est. Compositus, qui etiam multiplicando.

XVIII.

Sitnè aliquis primus an compositus numerus, resolutio patefacit compositioni opposita, & vel subtrahendo vel dividendo facta. Quare de his primò dicamus.

XIX.

Subtrahere est minorem numerum simpliciter & semel auferre ex maiore, ut sciatur residuum, quod ablato additum composuit totum. Dividere est numerum ex numero non simpliciter, sed toties auferre vel subtrahere, quoties subtrahi potest. Unde postea intelligitur, nunquid talis ablati seu dividens numerus, multiplicando fecerit dividendum. Nam si à divisione nihil relinquitur, fecit: si aliquid remanet, haut fecit. Quod cum ita sit, subtractionem additioni, & multiplicationem divisioni ex adverso correspondere certum est. Divi-

XX.

Divisio exacta, in qua nihil relinquitur, mensuratio dicitur: & numerus exactè dividens, nihil ut deficiat aut redundet, dicitur mensura 10. metaph. 1.3. eaq; ipsa est, quæ multiplicata per quotientem suum, produxit dividendum. Ubi quotientem voco numerum, secundum quem & per quem metiens metitur metiendum. Quotiens autem dicitur, quod ostendat, quoties mensura seu divisor subtrahi possit ex dividendo, & quoties in eo contineatur. Jam ad rem ipsam. XXI.

Quando numerus propositus ita comparatus est, ut nullo numero, præterquam sola & unica unitate sit mensurabilis, primum esse sciendum est, & factoribus carere. Quando verò præter unitatem alios insuper numeros pro mensura suo admittit, compositus judicandus est; & factores habere. Faciens n. metitur & metiens facit. Quare majorem *inagoras*, quam *axerβeias* rationem habens Euclides, numerum primū & compositum ab hoc signo describere maluit 1.7. defin. 11. & 13. Primus est *μεγάλη μόνη μετρίσιμος*. Compositus verò, *ὁ διδμεσὶ πρὸ μετρίσιμος*. XII.

Numerorum porro compositio gradus suscipit, estq; unus compositior altero. Unde quia faciens idem est cum metiente, sequitur, ut quot creatores sunt alicujus numeri, totidem sint mensuræ & contra. E. g. 6. tantum sunt à 2. & 3. Ergo tantum mensurantur à 2. & 3. Contra 12. non tantum ab his sunt & mensurantur, verum etiam à 2. & 6. à 3. & 4. Sic numerus 5040. quem Plato 1.5. de leg. distribuendis ordinib. civiū se legit, unde sexaginta factores atq; mensuras continet. XIII.

Sicut a. binorum facientium numerorum unus facit faciendum per alium, ita & metitur factum, per eundem; aut ut vulgò loquimur, unus divisor

forem

forem agit, alter quotum; unus pars est, alter nomen partis, & viceversa. E. g. quemadmodum 6. sunt à 2. per 3. sive à 3. per 4. ita etiam mensurantur à 2. per 3. vel à 3. per 2. Quare duo sunt pars tertia de sex, & tria sunt pars dimidia vel secunda de iisdem sex, sc. secundum nomen ejus numeri, per quem pars quæque metitur dividendum, Euclid. l. 7. prop. 39.

XXIV.

Atque huc jam pertinet nova numerorum sive proprietas sive differentia, quâ numerus numeri pars dicitur, aut partes, aut multiplex. Pars est *ἀριθμὸς ἀριθμὸν κἀραμετέων ὀποσοκιστῶν, τὸν μείζονα ὀ ἐλάττων* 1. cœli t. 47. l. 5 metaph. t. 30. i. e. numerus numerum mensurans aliquoties, majorem minor. At partes sunt numerus minor, qui non metitur majorem, ut 3. sunt pars, quarta de 12. scilicet secundum nomen Quoti, per quem hæc 3. metiuntur 12. At eadem 3. non sunt pars de 5. quod non metiantur illa: interim sunt partes quinarum, quia continent 2 Unitates, quarum quæq; est una quinta de quinario proposito.

XXV.

Multiplex, *πολλὰ πλάσι* est numerus numeri, major minoris, cum is mensuratur à minore, ut 6. est multiplex ad 3. & 2. cum ab iis mensuretur. Pars igitur & multiplex se respiciunt, ut relatum & correlatum, & dimidium v. g. est pars dupli, contraq; duplum est multiplex dimidii. in prædic. C. de relat. 4. topic. 4. 5. top. 6. Sed his rationum doctrina afferet plus lucis. Sequitur tertia proprietas.

XXVI.

Omnes numeri commensurabiles sunt invicem quoad unitatem. Nam quia nullus numerus non constat ex unitatibus, omnes igitur symmetri sunt uni-

unitati. Τὸ ἓν, inquit Philosoph. 10. metaph. 1. 91.
 Ἐστὶ δὲ ἀρχὴ καὶ μέτρον, id est, Unitas numeri &
 principium & mensura. Et Pachymerius: Τὸ κοινόν
 μέτρον πάντων τῶν ἀριθμῶν μονάς, id est, Commu-
 nis mensura omnium numerorum est Unitas. Vi-
 de etiam 10. metaph. 1. 1. & 5. metaph. 1. 20.

XXVII.

At secundum reliquos numeros illi tantum
 commensurabiles sunt invicem, quos unus idem-
 que numerus in alium aliumque multiplicatus ge-
 nuit, & hinc etiam metitur eosdem. E. g. 4. & 6.
 commensurabiles sunt à binario, quoniam bina-
 rius utrumque fecit 4. per 2. & 6. per 3. Qui verò
 non sunt procreati ab uno aliquo per alios, cum
 destituantur communi factore, etiam communi
 mensurâ, quoad quidem hos reliquos numeros,
 destituantur, necesse est.

XXVIII.

Sicut autem supra numerum primum diceba-
 mus cum Euclide, quem metitur sola unitas; &
 compositum, quem alius quoque aliivè numeri
 metiuntur: ita nunc sunt primi, quorum commu-
 ne metrum est sola unitas; & compositi, qui non
 tantum unitate, sed alio quoque aliivè numeris
 commensurabiles sunt. Quâ ratione duo sunt ge-
 nera numerorum primorum & compositorum;
 Unum κατ' ἐαυτὰς, id est, ad seipsum & per se, ut
 prius genus; alterum πρὸς ἀλλήλας, id est, ad se in-
 vicem & inter se, ut posterius. 4. metaph. 5. Eu-
 clid. 1. 7. defin. 12. & 14.

XXIX.

Hinc enim accidit, ut qui sibi primi sunt nu-
 meri, in comparatione compositi fiant, & contra
 sibi compositi, dum ad alium referuntur, sint pri-
 mi, E. g. 4. sunt compositus numerus à 2. per 2.

Eadem tamen ad 5. vel 7. comparata sunt illis primus numerus. Contra 5. sunt sibiipsis primus numerus: at in collatione ad 15, aut 10, compositus sunt numerus.

XXX.

Sintne primi an compositi inter se numeri oblati altera & continua divisione majoris per minorem & hujus per residuum, rursusque novi residui per residuum prius, cognoscitur. Nam si nullus quotus emergit, per quem proximus divisor metiatur suum dividendum, antequam divisione perveniatur ad unitatem, indicio est, numeros oblatos inter se primos esse: Sin occurrit aliquis, compositi sunt inter se: tumque aut divisor aut quotus novissimus est eorum communis mensura maxima. E. g. 10. dividunt 32. relictis duobus. Hoc residuum metitur minorem per 5, Ergo 32. & 10. compositi inter se sunt numeri; & 5. est communis mensura maxima. Contra 32. & 7. sunt inter se primi, quia dividendo devenitur ad unitatem. Eucl. l. 7. proposit. 1. 2. & 3.

XXXI.

Sicut enim unus idemque numerus compositus saepe numero obnoxius est pluribus mensuris: ita duorum aut plurium numerorum inter se compositorum saepe variae mensurae communes esse possunt, ex quibus tamen una est maxima, eam vi polens, ut per eam compositi redeant ad numeros inter se primos. E. g. 12. & 6. communiter mensurantur ab his tribus numeris, 2. 3. 6; Verum, inter illos, 6. est maximum metrum commune, redigens illos, ad 1. & 6: numeros inter se primos. Euclid. l. 7. proposit. 35.

XXXII.

Communi mensurae maximae ex adverso veluti respon;

respondet communis dividuus minimus, ὁ μέγιστος
 ἰσχυρὸς ἐλάττωτος, qui est numerus ad duos aut plures
 ita multiplex, ut inter id generis multiplices omnes
 (plures enim esse possunt) sit omnium minimus.
 E.g. tam 24. quam 6. communiter sunt dividui seu
 mensurabiles, adeoq; multiplices ad 2. & 3. verum
 6. sunt dividuus minimus. Sic in musicis commu-
 nis dividuus minimus ad omnes terminos maio-
 res 7. sectionum harmonicarum nempe 2. 3. 4. 5. 6.
 5. 8. sunt 120. Euclid. l. 7. p. 36. & 38.

XXXIII.

Si numeri sint inter se primi, factus ab illis est
 communis dividuus minimus. Sin compositi sint
 ad invicem, factus ab altero, per alterius partem,
 a mensura communi maxima denominatam, erit
 communiter dividuus minimus ab utroq; ; ut 2. &
 3. sunt numeri inter se primi. Ergo communis il-
 lorum dividuus minimus sunt 6. Contra 24. & 16.
 sunt inter se compositi, eorumq; commune metron
 maximum 8. Quare pars octava de 24. h. e. 3 (sc.
 secundum nomen mensurae maximae.) per 16. vel
 pars octava de 16. h. e. 2. per 24. multiplicata, facit
 communem dividuum minimum 48. Eucl. loc. cit.

XXXIV.

Cohæret dictis quarta proprietas numerorum,
 ὁ ἄρτιος nempe & ὁ ἀσπάρτιος hoc est, par & impar. Aut
 enim numerus διχα ἀσπάρτιος ἐστίν. id est, in duas
 æquales partes a binario dividuus est, & par dici-
 tur, græcis ἄρτιος: aut non est dividuus, temper
 unitate differens a pari, vocaturque impar, ἀσπάρτιος
 2. post. 1. 69. & seqq. 9. metaph. in fine 6. topi-
 cor. 5.

XXXV.

Quod si numerus a numero pari mensuretur per
 parem, ut 8. a 4. per 2. dicitur ὁ ἀρτιος ἀρτιος
 c 2 pari.

pariter pars, Aristoteli i. mag. moral *ισάκεις ἰσῶς*
 æqualiter æqualis, cuiusmodi numeris Pythago-
 ras vim & naturam iusticiæ adumbrare volebat.
 Tales sunt omnes numeri à binario dupli. Eucl. l.
 9. prop. 32.

XXXVI.

Numerus à pari per imparem mensurabilis ac
 dividuus, ut 12. à 4. per 3. arithmeticiis *ῥημάκεις πει-
 σιῶς* dicitur, pariter impar. Quam ad classem re-
 ferendi sunt omnes numeri, quorum dimidium
 non est par numerus. Eucl. l. 9. p. 33.

XXXVII.

Deniq; numerus ab impari per imparem men-
 surabilis, ut 15. à 5. per 3. dicitur *ῥημάκεις ῥημά-
 σῶς*, impariter impar. Ex quibus descriptionibus
 vides, ut hæc proprietas consequatur ad priores
 affectiones.

XXXVIII.

Omniū verò proprietatum in numeris ante-
 signanz sunt *λόγος καὶ ἀλογίαι*, ratio & propor-
 tio. Quæ etsi reperiantur quoq; in magnitudini-
 bus, imò omnibus in universum rebus, tam per
 accidens, quam per se quantis, v. g. motui, sono,
 luci, tempori, viribus & ponderibus se immisce-
 ant. 1. post. t. 40. 4. metaph. t. 5. & sic extra sub-
 jectum suum patere videantur, quod neutiquam
 in proprietatibus fieri debere, arguit Philosophus
 2. post. 69. aliã ramentatione numeris, aliã ma-
 gnitudinum generi & cæteris rebus competunt,
 adeò ut ne quidem *συναρίθμησις* de illisdem prædicari
 videantur 1. post. t. 74. 2. post. t. 96. Zabarella in
 comm. super h. loca.

XXXIX.

Apparet hoc cum aliunde, tum ex eo, quod ra-
 tio

iones quorumcunq; numerorum sint effabiles, hoc est, certo numero explicabiles, quod de magnitudinibus sive concretis, sive abstractis, haut afferi, nec Scaligero concedi posse, quod ex. 321. numerum comitem dixerit omnium proportionum, infra intelligemus.

XL.

Ratio, λόγος, nonnullis proportio est duorum numerorum (quos in hoc negocio terminos vocamus, eò quod terminent, claudantq; rationem) mutuus respectus & habitudo, secundum quam unus æqualis est alteri, vel inæqualis, comparatione intellecta, quæ subtrahendo fit aut dividendo. ex def. 2. l. 5. Eucl.

XLI.

Æquales numeri dicuntur, qui sunt iidem: inæquales, qui diversi. Ταῖς ἴσας, inquit Philosoph. 13. metaph. sum. 3. c. 2. καὶ ὅλας ἀδύναται ταῦτα ἕνα λαμβάνομεν ἐν τοῖς ἀριθμοῖς, id est, æqualia & eadem ac nullatenus differentia, idem in numeris significare arbitramur: & contra diversum & inæquale itidem coincidunt, secus atque in magnitudinibus, ubi non tantum æquales, sed etiam inæquales magnitudines ejusdem generis & naturæ esse convenit, nunquam diversorum.

XLII.

Prout ergo numerorum comparatio subtrahendo initur aut dividendo, pro eo duo quasi summa rationum genera existunt: Unum arithmeticarum rationum, (liceat ita, doctrinæ gratiâ, nomen rationis accipere.) per subtractionem: alterum geometricarum, sive καὶ ἰσοχλῶ dictarum rationum, per divisionem. Est enim arithmetica ratio, habitudo numerorum, quâ unus differt ab alio, excedens

dens illum, aut deficiens ab eodem, quæ differentia subtractione cognoscitur. Geometrica vero est habitudo numerorum, quâ unus continet alterum, & vicissim alter continetur in altero, dividendo percepta.

XLII.

Rursum geometrica & κατ' ἰσοχλίαν ac simpliciter dicta ratio, pro modo continentia spargitur in duos ramos, nempe in rationem æqualitatis & inæqualitatis. Ratio æqualitatis una est & simplex, quando videl. numerus numerum semel duntaxat continet, & quidem exactè; qualis ratio cernitur inter duos numeros æquales. Nam ut idem numerus metitur, sic continet seipsum per unitatem, adeoq; semel. Sic ratio heroici pedis, id est, dactyli aut spondei est ratio æqualitatis. In dactylo enim duæ breves syllabæ comparantur ad unam longam duab. brevibus æquipollentem, & sic 2. ad 2. æqualia ad æqualia referuntur. Idem fit in spondeo, cuius utraq; syllaba longa est. At in Jambo est ratio inæqualitatis, siquidem brevis syllaba ad longam est, ut 1. ad 2. l. 3. rhetor. C. de num. orat.

XLIII.

Ratio inæqualitatis est, quando numerus numerum pluries continet, quàm semel, aut semel quidem, sed non exactè: Ideoq; rursum pro modo continentia dividitur in tres classes seu genera, quorum permissione adhuc alia duo nascuntur, ut ita quinque sint in universum rationes inæqualitatis 1. λόγος πολλὰ πλοῖσι, ratio multiplex. 2. λόγος ἐπιπέδι, ratio superparticularis. 3. λόγος ἐπιμερής, ratio superpartiens. 4. ratio multiplex superparticularis. 5. ratio multiplex superpartiens. l. 19. probl. 35.

XLIV.

Multiplex ratio dicitur, in quâ major terminus minor

minorem pluribus vicibus continet, & quidem præcisè seu exactè; contraq; minor terminus pars est majoris, qualem rationem Arist. tribuit intervallo luminarium & terræ. I. meteor. 8. Ratio superparticularis est, cujus major terminus semel continet minorem, & unam in super minoris particulam. Superpartiens deniq; est ratio, cujus major terminus minorem itidem semel continet, unã cum aliquot particulis minoris. Rationes, ex conjunctione multiplicis cum superparticulari aut superpartiente oriundæ, intelliguntur ex dictis.

XLV.

Hinc in multiplice ratione minor terminus toties ablatuſ a majore, quoties licet nihil relinquit: in superparticulari relinquit dimidiam, tertiam, aut quartam &c. partem: In superpartiente relinquit duas partes, sic affectas, ut ne redeant ad unam partem v. g. duas tertias, duas quintas &c. tres quartas, tres quintas &c. quatuor quintas, quatuor septimas &c. non autem duas quartas, tres nonas &c. Nam duæ quartæ revocantur ad dimidiam; & tres nonæ ad unam tertiam redeunt.

XLVI.

Rursum unumquodque genus denuò distinguitur in suas species: multiplex in duplam, tripnam, quadruplam, decuplam, centuplam &c. διπλασίον λόγον, τριπλασίον, τετραπλασίον, δεκαπλασίον, ἑκατοπλασίον, & sic in infinitum. Superparticularis in ἡμιόλιον, sesquialteram vel sesquiplam; ἐπιτετραχρον, sesquiterciam; ἐπιπέτερον, sesquiquartam &c. Superpartiens in ἐπιδιμερῆ, ἐπιτριμερῆ &c. latinè superbitertiam, superbiquintam, superbisepetimam &c. vel supertriquartam, supertriquintam &c.

Non autem putandum est, quasi sit ulla ratio certis terminis mancipata & astricta, sed eadem specie ratio innumeris terminis applicari potest: inter quos tamen duo sunt minimi & primi, qui efficiuntur ex majoribus per eorum communem mensuram maximam. Sic dupla ratio intercedit inter 2. 1: 4. 2: 100. 50. &c. sed 2. & 1. minimi sunt & primi termini hujus rationis, qui eliciuntur quoque ex majoribus v. g. 100. 50. divisus ab eorum mensurâ communi maximâ 50. Sic rationis hemiholiz vel sesquiplæ minimi termini sunt 3. 2. majores 6. 4: 24. 8. &c. Sic ratio supertripartiens undecimas minimis terminis utitur 14. 3. majorib. 42. 9. &c. Quidam tales primos & minimos terminos, radices proportionum appellant, etsi radice vocabulum aliter sumatur à philosopho 5. Polit. 12. videl. pro numero in partes datam rationem habentes sectili. Sic radix rationis sesquialterius est 5; sesquiterteriz 7. Ut enim 5. secantur in 2. & 3. Inter quæ est ratio sesquialtera: sic 7. in 4. & 3. dividi possunt, sesquiterteriam rationem continentia.

XLVIII.

Sed & hoc observandum, rationes inæqualitatis hætenus commemoratas, & suis classibus digestas, dici rationes majoris inæqualitatis, quod in iis major numerus referatur ad minorem, & quasi præcedat in ratione, minor autem consequatur. Quod si viceversa terminus minor est *ἄνω* & antecedens, & major *ἑξῆς* & consequens, eò quòd relatio fiat minoris ad majorem, vocatur ea ratio minoris inæqualitatis, cujus totidem sunt genera, quot prioris, iisdem appellata nominibus, nisi quod cuiq; nomini præponitur particula SUB, & v. g. pro multiplice submultiplex nominatur, pro sesquialtera subsesquialtera &c. ad significandum

dum minorem terminum esse partem aut partes majores v. g. in subduplâ dimidiam, in sesquialtera duas tertias, & sic de cæteris.

XLIX.

Perspicuum ex his arbitror attento lectori, rationis arithmetice essentiam ac ceu animam consistere in distantia seu differentia; geometricæ vero in continentia binorum numerorum, certo distinctoq; numero, secundum quem binii illi differunt à se invicem, aut se mutuò continent, continenturque, specificatâ, nuncupatâ ac dimensâ. Quam ob causam numerus hic interdum species, quantitas, & modus rationis, interdum index, nomen vel denominatio dicitur: Arist. 2. post. t. 96. incrementum.

L.

Atque hujus numeri vi & respectu accidit, ut rationes, quæ in se alioquin meræ sunt relationes, nudæq; habitudines numerorû, tamen participant non paucis numerorum affectionibus, dicanturq; compositæ divisæ, æquales inæquales, majores minores, de quibus rebus tantò nunc diligentius differi convenit, quantò plus faciunt percipiendis non mathematicum solummodò, sed universæ philosophiæ mysteriis quàm plurimis, quæ sine hac cognitione manereat thesaurus absconditus.

LI.

Compositio & divisio spectatur in rationibus geometricis, æqualitas & inæqualitas, illiusq; incrementa & decrementa etiam in arithmetis, quas deinceps vocabimus differentias, seu distantes; Rationis vocem de geometricâ tantùm usurpantes,

Ratio rationi componi sive addi dicitur, quando unius rationis quantitas s. nomen multiplicatur, per alterius quantitatem, vel quod eodem re-
 cidit, quando similes & homologi termini multiplicantur invicem, ad habendam summam ratio-
 nis utriusque. Eucl. l. 6. def. 5. Est autem antee-
 dens antecedenti & consequens consequenti si-
 milis & homologus. Idem l. 5. def. 11. Sic ratio du-
 pla triplæ composita facit sextuplam: quoniam
 quantitates seu nomina duplæ & triplæ, videlicet 2.
 & 3. in se ducta 6. efficiunt. Ratio sesquialtera 3-2.
 (musici tertiam vocant) Juncta sesquitercia 4-3.
 (quæ est musicorum quarta) componit & accu-
 cumulat duplam inter 12 - 6. vel in terminis pri-
 mis & minimis 2-1. (diapason dictam in musicis.)
 Nam 3. terminus antecedens rationis prioris, per
 4. antecedentem posterioris, facit 12. Et 2. conse-
 quens prioris, per 3. consequentem posterioris, fa-
 cit 6. Arist. section. 19. probl. 34.

LIII.

Videtur ad hoc compositionis genus referri pos-
 se duplicatio & triplicatio rationis. Nam in dupli-
 catione rationem aliquam sibi ipsi componimus:
 in triplicatione rursus eandem rationem jungimus
 duplicatæ. Hinc duplicatio & triplicatio rationis à
 Ramo definitur, quod sit rationis, suis sive nomi-
 nibus sive terminis, bis aut ter positæ, multiplica-
 tio per seipsam, ut si nomen triplæ bis positum per
 seipsum multiplices, efficiet duplicatam prioris,
 noncuplam nimirum. Sin ter positum nomen,
 ordine multiplices, erit ratio triplicata, vigecupla
 septupla. Vide l. 5. Eucl. def. 10.

LIV.

Contra ratio ratione dividitur, aut minor ex majore
 sub-

subtrahi dicitur, quando vel nomen unius rationis dividitur à nomine alterius, vel quod eundem effectum habet, quando heterologi termini multiplicantur invicem, ut quanta sit differentia rationum dividendarum, sciatur. E. g. ratio dupla à sesquialterà divisa, loco differentiae dat sesquitertiam.

L V.

Aliud verò compositionis & divisionis genus, & quod meliore jure additionem & subtractionem dixeris, est, quo non rationes ipsæ aut earum quantitates, sed termini rationum componuntur & dividuntur, additione & subtractione propriè & verè sic dicta. Quo sensu compositio rationis est utriusque termini, antecedentis & consequentis, simul summatorum, i. e. additorum invicem, relatio ad unum eundemque vel antecedentem, vel consequentem terminum; & contra termini alterutrius ad summam amborum. Euclid. l. 5. defin. 14. v. g. rationis 3 - 2. terminos 3 - 2. adde: summam 5. refer ad antecedentem 3. vel consequentem 2. & contra, dicitur ratio composita.

L VI.

Divisio rationis in hoc sensu est excessus ejus, quo terminus terminum superat, relatio ad terminum minorem, & contra. Sin ad majorem terminum hujus excessus comparatio fiat, dicitur *ἀναστροφὴ λόγων*, reversio rationis. Eucl. l. 5. defin. 15. & 16.

L VII.

Hinc additio duarum aut plurimum rationum eodem consequente præditorum, est relatio summæ terminorum antecedentium ad communem consequentem. Et subtractio est relatio differentiae majoris antecedentis à minore ad consequentem communem. Quo pacto Aristotel. 3. rhetor. Prænis rationem 3 - 2. componi dicit dactyli 2 - 2. & Jambi 1 - 2. rationibus addi-

additis. Tandem est quoddam compositionis & divisionis genus, quo termini homologi adduntur & subtrahuntur invicem, de quo in doctrina proportionum.

LVIII.

Æqualitas rationum aut differentiarum græcis *εὐλογία*, latinis proportio & proportionalitas dicitur; & termini in eadem aut æqualibus differentis vel rationibus constituti; ab hac analogiæ analogi vocantur. 3. Eth. 3. In eadem, dixi, *vel æqualibus rationibus aut differentis*. Nam æquales differentie sunt eadem differentia, & æquales rationes sunt ratio eadem, sicuti æquales numeri sunt idem numerus, teste philosopho loco prius citato, ex l. 13. metaph.

LIX.

Quandoquidem ergo quævis ratio vel differentia binis terminis continetur & inciuditur, ut supra dictum fuit, necesse est ad constituendam analogiam tam arithmetica, quam geometricam, (hæc enim est summa divisio analogiæ ex rationum generibus petita. 2. Eth. 6. 5. Eth. 3. 5. polit. 1. & alibi passim.) quatuor ad minimum terminos præstare esse. Το ἀνάλογον, inquit Philosophus, ἐν τέτταρσιν ἐλαχίστοις, id est, proportionale in 4. terminis minimum consistit; actu quidem in discretâ proportionem: potestate in continuâ. loc. cit. & 10. magn. moral. c. 31.

LX.

Rursum enim utraque proportio, arithmetica & geometrica, dispescitur duobus generibus. Unum est proportionis *διηρημένης*, dejectæ, interruptæ aut discretæ. Alterum proportionis *συνεχῆς* continuæ s. conjunctæ. In discretâ proportionem est

α . β . γ . δ . ϵ . ζ . η . θ . ι . κ . λ . μ . ν . ξ . \omicron . π . ρ . σ . τ . υ . ϕ . χ . ψ . ω . id est, primus terminus ad secundum, sicuti δ . γ . ϵ . δ . id est, tertius ad quartum: (Utitur enim Philosophus ad exprimendos terminos, loco nominum Cardinalium, literulis alphabeticis.) In continuâ verò primus terminus se habet ad secundum, sicut idem secundus ad tertium. Ubi secundum terminum bis nominari, manifestè audis. Uno igitur termino *ἡ ἀναλογία χεῖται ὡς δύο* id est, utitur instar duorum, & sic etiam ad continuam proportionem 4. termini suo modo concurrunt. Arist. loc. cit.

LXI.

Discretæ sive interruptæ proportionis nomen inde est, quod in eâ binis æqualibus rationibus, primi ad secundum, & secundi ad tertium, intervniat una tertia & diversa ratio, inter secundum & tertium, priores interrumpens: quod non accidit in continuâ, ubi bini quique termini vicini, quomodocunq; excerpti, secundum eandem rationem, non interruptâ serie, coherent. Quomodo verò discreta in continuam mutanda sit, secundo & tertio termino in unum conflatis, atque ita sublato hiatu inter illos, suo loco dicetur.

LXII.

Quanquam igitur definitus sit minimus numerus terminorum analogorum; non est tamen maximus: sed possunt utriusque proportionis, tam discretæ, quam continuæ, termini accumulari propagariq; in infinitum. Quæ propagatio vel incrementum terminorum continuæ proportionis, progressio vocatur, & sui generis differentiis dividitur in arithmetica & geometricam. Illius exemplum cernitur in naturali serie digitorum, quorum quisque à suo proximo & vicino unitate distat. Hujus verò in his v.g. numeris 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. &c.

In

In geometricâ progressionē, considerationem meretur, quod nullius progressionis continuæ termini celerius & tantopere augetur, atq; ejus, quæ est secundum rationem multiplam aut submultiplam, ut si rationem 1.5. i.e. subquintuplam tantum sex gradibus extendas, jam ab unitate ad 78125. ascenderis. h. m. 1.5.25.125.3125.78125. Quò respiciens Ceneus ad declaranda velocia incrementa flammæ ex scintillâ parvâ, hujus progressionis similitudine usus est, referente philosopho post. t. 92. *Ad declaranda*, inquam; non demonstranda. Fefellit se bonus vir, si se demonstrasse ex his opinatus est & Aristoteli ob ἀπυδελείας jura debuit risum.

LXIV.

Continua proportio geometrica sibi proprium habet præ discretâ, i. quod in eâ ratio extremorum componatur ex omnibus rationibus intermediis, ut horum numerorum continuè proportionalium 1.2.4.8. extremi 1. & 8. continent rationem 1.2. & 2.4. & 4.8. Nam per 8. 52. antecedentes illarum termini, 1.2.4. in se ducti faciunt 8: & consequentes 2.4.8. continuè multiplicati faciunt 64. Atquæ rationis 8-64. radices sunt 1-8. Altera proprietas est, quod ratio primi ad tertium duplicata sit rationis primi ad secundum; & ratio primi ad quartum triplicata dictæ rationis primi ad secundum, ut ex 8. 53. clarum est.

LXV.

His præmissis, proportionis arithmetice & geometricæ discrimina accuratius explicanda sunt. 1. differunt definitione & naturâ. Proportio arithmetica est ἰσότης τῶν ἀριθμῶν ἢ ἀριθμητικῶν, i.e. æqualitas differentiarum seu intervallorum inter binos nume-

numeros. Geometrica verò est ἰσότης, ταυτότης, ὁμοιότης & λόγος æqualitas, identitas, similitudo (nam idem significant hæ voces per θ. 41.) rationis aut rationum, quas inter se habent bini numeri. Rationis autem vocabulum hîc ἰδίως accipimus pro continentia. l. 5. Eth. 3.

LXVI.

2. Differunt genesi & ortu. Numeri arithmetice proportionales existunt per additionem æqualium numerorum ad diversos numeros non attentâ magnitudine diversorum, E. g. si ad 3. & 9. adjungas 3. & 3. efficies 6. & 12. quæ cum 3. & 9. proportionem arithmeticam continent. Tam enim 6 & 12. sex unitatibus distant invicem, quàm 3. & 9. At si habito respectu ad magnitudines diversorum numerorum, adjicias utr. que similia, exorientur numeri geometricè proportionales, ut si tribus & 9. utrinq; similes partes adjicias v. g. trientes, 1. & 3. summæ scil. 4. & 12. cum tribus & novem, erunt in proportione geometricâ. Idem erit adjectis æquè multiplicis v. g. triplis, quadruplis &c. vel quod eodem recidit, multiplicatis 3. & 9. per eundem numerum p. 3. aut 4. &c. ut fiant 9. & 27. aut 12. & 36. Rursum enim sicuti 3. ad 9. Sic 9. ad 27. aut 12. ad 36. 2. Eth. 6.

LXVII.

3. Discriminantur proprietatibus. 1. In proportione arithmetica continuâ, medius terminus ἰσῶν ἀπέχει ἰσῶς ἐκ τῶν ἀκρων, id est, æqualiter abest ab utroq; extremorum. In geometricâ ἰσότητι δὲ καὶ ὁμοιότητι ἐστὶ τὸ εἶναι ἰσῶς, similior & vicinior est uni extremo, quàm alteri, modò huic, modò illi. 2. Eth. 6. & 8. 5. polit. 1.

LXVIII.

Hinc quod obiter aspergo, virtutem ibidem comparatæ

parat dux noster cum medio geometrico. Ut enim medium hoc jam majori extremo propius accedit, jam minori: Sic virtus aliquando excessui proximior & similior apparet, v. g. fortitudo audaciae; aliquando cum defectu plus affinitatis alere videtur, ut parsimonia cum tenacitate. Et propterea *οἱ ἀντιπαρισταί τῆς μέσης χάριτος καὶ ἀπωθύνται τὸ μέσον*, id est, extrema litigant & contendunt invicem de media sede, & quasi loco cispellunt medium. Sic vitia medietates, adeoque virtutes haberi volunt, seque in locum illarum ingerunt. Audax viri fortis, ambitiosus magnanimi, timidus cauti personam appetit & sumit.

LXIX.

Medium geometricum distributivæ justitiæ propositum est: arithmeticum commutativæ. Nam distributiva diversis personis geometricè æqualia, decernit v. g. Miloni plus demensi concedit, quam tironi, cuique nempè pro virium & stomachi ratione: at permutativa diversis tribuit arithmeticè æqualia, secundum numerum personarum, non secundum dignitatem. E. g. tanti vendit aut locat equum balneatori, quanti episcopo. Sed in *libellam*.

LXX.

Secunda itaque differentia h. duarum proportionum, arithmeticae & geometricae, penes suas proprietates hæc est, quod in numeris geometricè proportionalibus, factus à mediis binis (ut in discreta) aut medio numero per se ipsum (ut in continua proportionem.) æquatur facto ab extremis, nisi reciproca proportio fuerit, qua de postea: ut in his numeris geometricè analogis 3. 9. 12. 36. factus à mediis 9. & 12. nempè 108. æquatur facto ab extremis 3. & 36. Sic in continuè proportionalibus.

3. 9.

3. 9. 27. factus à medio 9. per seipsum, hoc est
 81. itidem æqualis est facto ab extremis 3. 27. In
 arithmetice verò proportionalibus non ita: sed
 aut summæ binorum mediorum, aut si unus est
 medius, idem sibi additus æqualis est summæ
 extremorum, ut in his numeris 1. 2. 3. 4. medii 2.
 & 3. tam sunt 5. quàm 1. & 4. & 2. sibi addita sunt
 4. sicut etiam 1. & 3. Nec id tantum verum est de
 binis proximis sed etiam de binis remotioribus,
 modo à medio vel mediis æquidissent hinc inde.

LXXI.

Fuerunt hætenus analogiæ divisiones. 1. in
 arithmetica & geometrica: deinde utriusque
 in continuam & discretam; ambæ in philosophiâ
 Peripateticâ celeberrimæ. Sequitur alia, non mi-
 nus in eadem trita, veruntamen solam geometri-
 cam proportionem attinens, quam supeditat or-
 do vel sumtio terminorum diversa. Hujus enim
 respectu quædam proportionem sunt directæ; quæ-
 dam eversæ seu reciproçæ.

LXXII.

Directa proportio dicitur, quando fuerit, ut
 primus antecedens ad suum consequentem, sic
 secundus antecedens ad suum. E. g. pondera suis
 molibus sunt directè proportionalia. Nam ut
 majus pondus ad majorem molem, sic minus pon-
 dus ad minorem molem priori homogeneam &
 conformem 1. 1. cæli t. 48.

LXXIII.

Proportio reciproca, Aristoteli 3. phys. t. 80.
 ἀναστροφή ἢ λόγος, rationis eversio, quibusdam
 retaliatio est, quando ut primus antecedens ad an-
 tecedentem secundum, sic ἀνάπαιλις, viceversa &
 retaliando, consequens secundus ad consequen-
 tem primum. E. g. τὸ τάχος ἢ ἑλάττω σωματι
 ἔχει

ἔχει πρὸς τὸ μείζον, ὡς τὸ μείζον σώμα πρὸς τὸ ἕλαττον
 id est, Celeritas minoris corporis sic se habet ad
 celeritatem majoris, ut majus corpus habet se ad
 minus. V. g. si majus corpus duplum est minoris,
 celeritas minoris dupla erit ad celeritatem majoris.
 3. cæli t. 27. 2. cæli t. 44.

LXXIV.

Esse hanc proportionem ἀνάπαλι, tūm ipsa ter-
 minorum sumtio monstrat, tūm asseritur à philo-
 sopho i. cæli c. 7. his verbis: Τὴν ἀναλογία, ἢ τὰ
 βάρη ἔχουσι, οἱ χρόνοι ἀνάπαλιν ἔχουσι, id est, quam
 proportionem inter se habent pondera, eam tem-
 pora reciprocè habent. Nam quod ibi corpus di-
 xit, hîc pondus appellat; quod ibi celeritatem, hîc
 tempus, siquidem & pondera sunt corporum, &
 celeritates tempore definiuntur. Similis locus in-
 venit in quæstionibus mechan. c. de vecte, ubi
 dicit: Intervalla sive longitudines ἀντιπεπληθύναι, id
 est, se reciprocè habere ponderibus & viribus, h.
 e. sicuti majus pondus ad minorem potentiam, sic
 intervallum minus ad intervallum majus.

LXXV.

Diligenter autem notandum, etsi in proportio-
 nibus directis factus à mediis terminis æquet fa-
 ctum ab extremis, tamen in proportione recipro-
 cã id secus habere, utpote in quã facti à binis prio-
 ribus, æquantur facti à binis posterioribus. E. g.
 si antecedens primus 4. est ad antecedentem se-
 cundum 2. sicuti consequens secundus 6. ad con-
 sequentem primum 3. apparet, 4. per 3. tantum
 dem facere, quantum 6. per 2.

LXXVI.

Proportionibus tria accidunt. 1. Τὸ ἐναλλάξ, altera-
 natio. 2. σύνθεσις καὶ διαίρεσις, compositio & divisio.
 3. τὸ δι' ἑσῶς, exaquo. Alternatio est sumtio similis
 termini ad similem, antecedentis ad antecedentem,
 & con-

& consequentis ad consequentem. Oportere autem directè proportionalia proportionari quoque alterne, meminit philosophus 1. post. t. 40. 2. post. t. 96. 5. Eth. 3. & demonstrat Eucl. lib. 5 p. 16. E.g. si sit α . ad β . Sicuti γ . ad δ . erit quoque alternando α . ad γ . Sicuti β . ad δ . 3. de anim. t. 32.

LXXVII.

Compositio & divisio duum est generum: Una terminorum homologorum; altera heterologorum. De priore duæ sunt regulæ. Una de compositione; altera de divisione.

LXXVIII.

Prior regula hæc est: si termini homologî componantur addendo, ἕσται τὸ ὅλον πρὸς ὅλον, ὡς πρὸς ἐκώτερον πρὸς ἐκώτερον, h. e. totum ad totum, sive summa omnium antecedentium ad summam omnium consequentiam erit, sicuti alterum ad alterum, h. e. sicut unusquisq; antecedentium ad suum consequentem. 5. Eth. 3. Aut ut brevius dicam, tota sunt in ratione partium similium. 2. de anim. t. 9. 7. metaph. c. 12. E.g. sicuti pars aquæ ad aërem ex eâ productum, qui pars est totius elementi aëris; ita totum elementum aquæ ad totum elementum aëris. 1. meteor. 3. & 8.

LXXIX.

Posterior regula sic habet: Si sit ut totus ad totum, sic ablatum ad ablatum aut contra, h. e. si ut antecedens ad antecedentem & consequens ad consequentem, erit etiam reliquus ad reliquum, h. e. differentia antecedentium, ad differentiam consequentium, sicuti totus ad totum, aut ablatum ad ablatum. Brevius & clarius; ὡς πρὸς τὸ ὅλον πρὸς ὅλον, καὶ τῶν μετέων ἕσται πρὸς ἕσται. i. e. Sicuti totum ad totum, ita pars similis ad similem partem 1. hist. anim. 1. l. 3. cæli t. 47. l. 1. cæli t. 26. E.g. quemadmodum totus homo ad totum equum: sic pes aut oculus humanus ad pedem oculumve equinum.

LXXX.

Sunt hæ duæ regulæ fundamentum justitiæ distributiæ. Ut enim meritum est ad meritum, aut noxa ad noxam, sic præmium ad præmium, & poena ad poenam. Quando igitur patriæ servatori plus honoris tribuitur, quam unius civis; aut scelerato vita, improbo libertas saltem eripitur, æquabilis & justa est distributio, quoniam compositioni & divisioni proportionis assimilat. Jus autem constat proportionem. 5. Eth. 3. Sed hæc obiter.

LXXXI.

Compositio & divisio terminorum heterologorum continetur hac regulâ: Numeri conjunctim proportionales, etiam divisim proportionales sunt & contra. Euclid. l. 5. p. 17. & 18. Sensus est: Sicuti summa vel differentia terminorum heterologorum rationis unius ad terminum suum alterum: Sic summa vel differentia terminorum rationis alterius ad similem terminum & contra. E. g. si ut 1. ad 2. ita 3. ad 6. erunt etiam componentibus antecedentes consequentibus suis, 3. ad 2. sicuti 9. ad 6. & dividenti (vel potius subtrahenti per 3. 56.) 1. ad 1. Sicuti 3. ad 3. Illic in ratione sesquialtera; Hic in ratione æqualitatis.

LXXXII.

Exæquatio rationis est sumtio extremorum, mediis præteritis & neglectis: & tunc locum habet, quando binis aut pluribus rationibus iisdem vel diversis, in uno ordine, comparantur totidem, æquales rationes in ordine altero, ita ut primæ primæ, secunda secundæ &c. ordine in utroque, respondeat; Erit enim sicuti primus primi ordinis ad ultimum suum, sic primus secundi ordinis ad ultimum suum. E. g. Si ut 2. ad 3. & 3. ad 4. & 4. ad 5. ita 6. ad 9. & 9. ad 12. & 12. ad 15. fuerint, erunt etiam

ARISTOTELICA.

51

etiam 2. ad 5. Sicuti 6. ad 15. primi ad ultimos, in eadem ratione, nempe subduplâ sesquialtera. Eucl. 1. 5. def. 17. & pr. 22. Tantum de rationibus inter se æqualibus. Addamus pauca de inæqualibus, earumq; excessu & defectu.

LXXXIII.

Binarum rationum major est, cujus antecedens per consequentem alterius producit numerum majorem, ut in musicis tonus perfectus major est imperfecto. Ille enim est, ut 9 - 8: Hic ut 10 - 9. Atqui 9. antecedens prior in 9. consequentem posteriorem plus facit, quam 10. antecedens posterior in consequentem priorem 8. Sic Arist. 2. meteor. 11. dicit rationem longitudinis τῆς οὐρανίας, id est, terræ habitatæ majorem esse ratione 5 - 3. putâ si sit, ut 5 - 2. Ex quibus perspicitur, duplam rationem v. g. majorem esse sesquialterâ & hanc sesquitertiâ, sesquitertiâ sesquiquartâ &c. Contra subsesquiquartam majorem esse subsesquitertiâ, & hanc subsesquialterâ, rursusq; hanc subdupla.

LXXXIV.

Duorum inæqualium numerorum minor ad eundem majorem rationem habet, quam minor, & si habeat majorem rationem, est major. E. g. 4. cum duobus sunt in majore ratione, quam 3. Quatuor enim 2. bis continent: tria verò 2. semel. Contra idem ad majus servat minorem rationem, quam ad minus: aut ut Philosophus loquitur, 2. Eth. 8. τὸ ἴσον πρὸς τὸ μείζον ἔλαττον, καὶ πρὸς τὸ ἔλαττον μείζον, id est, æquali majori comparatum minoris induit rationem; & minori comparatum induit rationem majoris v. g. ratio 2. ad 4. minor est ratione eorundem ad 3. Nam ad quatuor collata 2. sunt pars dimidia; tribus verò collata sunt pars sesqui-

ad 3.

altera

altera. Jam pars dimidia minor est sesquialtera. Eucl.
l. 5. p. 8. & 10.

LXXXV.

Utrisque tam æqualibus, quam inæqualibus ratio-
nibus accidit continuatio: Quæ nihil est aliud,
quam duarum aut plurium rationum, terminis suis
discretarum, in uno communi termino copulatio
vel unio; perficiturque altera multiplicatione an-
tecedentis ex ratione posteriore in utrumque termi-
num rationis prioris; & contra consequentis ex
priori in utrumque posterioris. E.g. continuanda sit
ratio sesquitercia $4 \cdot 3$. rationi sesquialteri $3 \cdot 2$. Pri-
mò antecedens 4 . per 3 . & 2 . facit $12 \cdot 8$. Rursum
consequens 2 . per 4 . & 3 . facit $8 \cdot 6$. Loco itaque
priorum 4 . terminorum discretorum $3 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 3$. ori-
untur tres alii, $12 \cdot 8 \cdot 6$. eandem rationem conti-
nentes, quam priores quatuor continebant. Ut n.
 3 . ad 2 . Sic 12 . ad 8 . Et ut 4 . ad 3 . Sic 8 . ad 6 . Atque
ita medii duo priores conflati sunt in unum. &
sublatus hiatus, rationes has dispungens & ceu
interrumpens, ut θ . 61. dicebamus.

LXXXVI.

Quod si denuò continuatis rationibus tertia sit
continuanda v. g. $2 \cdot 1$. duc, ut prius, anteceden-
tem continuandæ in omnes tres modò inventos
 $12 \cdot 8 \cdot 6$. & consequentem in ultimum inventum
 6 . Prodebunt loco sex numerorum, $12 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 21$.
quinq; alii, $24 \cdot 16 \cdot 12 \cdot 6$. in quibus ratio $24 \cdot 16$. est
ratio $12 \cdot 8$: ratio $12 \cdot 6$. est ratio $8 \cdot 6$: Ratio denique
 $12 \cdot 6$. eadem est cum ratione $2 \cdot 1$. Rursum itaque sub-
latus hiatus inter 6 . & 2 . numeris in unum con-
flatis.

LXXXVII.

Sufficiant hæ eclogæ arithmetice ex monumen-
tis Aristotelicis, quæ & lucem, ni fallor, afferent
illis, & industrium lectorem instruent ac præpara-
bunt cum, ad Euclidem intelligendum, tum ad per-
spici-

ARISTOTELICA.

53

Spicienda fundamenta doctrinae: Logisticae, quae est quasi fructus aut exercitium theorematum arithmeti-
corum, haecenus propositorum.

LXXXVIII.

Nam cum duabus veluti partibus contineatur haec Logistica, speciebus & regulis; sanè quid aliud sunt species, nisi praecepta de genesi & analysi numerorum? & regulae quid aliud sunt, quam methodica ratio terminum proportionalem ignotum eruendi, ex datis terminis reliquis, ad eandem pertinentibus proportionem?

LXXXIX.

Cedò n. cur in regulâ proportionis directae, quam Auream ab usu, de Tri à tribus numeris barbarè appellant, pro inveniendò quarto, factus à secundo & tertio dividitur à primo, & habetur quaesitus? Nonne quòd in hoc genere proportionis factus à mediis æquatur factò ab extremis? secundum $\theta. 70.$ & $75.$ Atqui factus dividitur ab uno facientium per alterum, secundum $\theta. 22.$ & $23.$ Itaq; factus à mediis divisus à primo, tanquam uno facientium, reliquum & quartum ostendat necesse est.

XC.

Cur in regulâ de Tri eversa non secundus in tertium, sed primus in secundum multiplicandus, & productus per tertium est dividendus, si quartus innotescere debet? Resp. ex $\theta. 75.$ quia factus ab extremo & medio priore, æqualis est factò à medio & extremo posteriore. XCI.

Cur in regulâ societatis, quae maximam artem docet (Scal. ex 321.) sine qua nemo sit verè prudens (Plato in epinom.) cur inquam, in hac regulâ, symbolum vel fors cujusq; multiplicatur in commune lucrum, factus dividitur à summâ omnium symbolorum, ut quantum unicuiq; pro ratione symbolorum, ex communi massâ debeat sciri possit? R. ex $\theta. 78.$

4

quia

quia quemadmodum omnia symbola ad massam
vel lucrum commune, sic symbolum cuiusque ad
lucrum suum affectum est.

XCII.

Cur in progressionibus arithmetiis, e.g. ab 1.
ad 12. secundum differentiam unitatis, factus a 13.
summâ extremorum (1. & 12.) per 6. semissem nu-
meri, qui, quot sint termini progressionis huiusce
indicat, (nempe 12.) prodat omnium terminorum
summam 78. causam videt, qui 0.70. attentius con-
siderabit. Nam quia summa binorum a mediis
æquidistantium, in progressionem arithmeticâ, to-
ties æquatur summæ mediorum, quot sunt com-
binationes, ergo si numerus combinationum,
qui semper æqualis est dimidio numero termino-
rum progressionis, multiplicet summam mediorum,
necesse est summam exire, summæ omnium ter-
minorum æqualem. Progressionem geometricam
latere nunc patior.

XCIII.

Quin & multiplicatio & divisio occultâ propor-
tione informantur, ideoq; vim, naturam ac ratio-
nem multiplicandi ac dividendi multo perspicies
evidentius, & memoriâ comprehendes melius, si
noveris, esse sicut 1. ad multiplicantem, ita multi-
plicandum ad productum, & contra: similiterq; in
divisione ita esse 1. ad quotum, sicuti divisor est ad
dividendum & contra: neq; id noveris tantum,
sed etiam, quid hæc comparatio sibi velit, ex pro-
portionum doctrinâ non nesciveris.

XCIV.

Nihil nunc dico de numeris fractis, quorum
omnis tractatio fundatur in proportionibus. Huic
autem tractationi admodum cognata est numera-
tio rationum, etsi rursus differat in multis, prout
sanè differre debet, siquidem aliud est fractio, aliud
ratio.

ratio, quod nunc pluribus persequi non possu-
mus.

XCV.

In primis autem & evidentissimè vis proportio-
num se exerit, in Logistica ἐξηκονταδών vel sexage-
nariâ, quæ est doctrina de numeris ab uno inte-
gro, sexagecuplâ ratione, sursum deorsumq; pro-
gredientibus; sursum per collectionem integro-
rum ad sexagenas primas, secundas, tertias &c.
deorsum per contrariam divisionem integrorum
in scrupula prima, secunda, tertia &c. ut ita sexa-
gena συλλεκτικὸν ἢ συναγωγὸν, id est, collectivum
integrorum; scrupulum verò ἀκριβετικὸν, i.e. divi-
sivum & ut ita loquar, comminutivum integri.
Nam sexaginta integra unam sexagenam primam
constituunt; sexaginta sexagenæ primæ efficiunt
unam secundam, & sic deinceps. Contra sexage-
sima pars integri est unum scrupulum primum; se-
xagesima pars primi est scrupulum secundum &c.
Cujusmodi scrupula Græci ἐξηκονταὶ καὶ λεπτα, id est,
sexagesimas & minuta, quidam phisicas minutias
appellant, quod phisicis rebus, i.e. motibus cæle-
stibus numerandis apta sunt: Unde & artem nu-
merandi tales numeros Logisticam astronomicam
dixerunt, quippe quæ astronomis egregia nume-
randi compendia suppeditet. Majora tamen adhuc
sperem a Logistica decimali seu δεκάλιπτο, quæ est
ars supputandi per δεκάλιπτο, i.e. numeros decuplâ
ratione incedentes, quæ nunc ars magis magisque
incipit frequentari, postquam summa illius facili-
tas & promptitudo, Hartmanno Bejero mon-
strante, plenius innotuit, qui hac
de re videatur.

d 5

GEO.

GEOMETRIA
 GEOMETRIÆ ARI-
 STOTELICÆ.

Pars prima.

De

*Figuris & differentiis figu-
 rarum.*

THESIS I.

Magnitudinem, Græcis μέγεθος ἢ πηλικότης esse quantitatem continuam, h. e. extensionem substantiæ corporeæ, per quam illa communi eoq; indivisibili termino partem partî copulat, & secundum hunc terminum communem divisibilis est in infinitum, cum metaphysicis & logicis physici docent. l. 11. metaph. in fine. l. 3. *φυσ.* t. 69. & 20. l. 6. *φυσ.* t. 3. I. de ort. & int. c. 2. 2. meteor. c. 2. & alibi.

II.

Magnitudo hæc subjicitur & ad tractandum considerandumq; proponitur geometriæ, non tamen quocunq; modo ac ratione, sed ut certis finibus ac terminis inclusa est, in quocunq; tandem corpore existat, sive in terra terrenisq; corporibus, sive in cælo & cælestibus, sive deniq; in accidentibus illorum, puta motu, sono, luce &c. Nam & hæc ratione corporum, quibus insunt, magnitudines participant. l. categ. de quant.

III.

Etsi enim Geometria non à cælo, non à sideribus non aliunde nomen adepta sit, sed à terrâ: terra tamen nona cum suæ naturæ cognatis corporibus non est totale subiectum geometriæ, sed tantum pars

pars ejus notior ac familiarior, utpote quæ cotidie nobis, manus inter pedesq; versatur.

IV.

Genera magnitudinum numero sunt æqualia dimensionibus. Dimensiones autem tot sunt, quot rectæ perpendiculares excitari possunt, ad idem punctum, in diversas plagas. Possunt autem tres solummodò: Una in longum; altera in latum seu transversum; tertia in profundum seu altum. Tres igitur dimensionis adeoq; magnitudinis species: Linea, superficies & corpus solidum sive moles. Linea in unam dimensionem patet: superficies in duas: corpus in omnes, quod propterea *τελειότατον* dicitur & perfecta magnitudo. Quod enim præditum est omnibus dimensionibus, quomodo non sit perfectum? 1. cæl. c. 1. & l. 3. metaph. t. 17.

V.

Ideò quoq; *ἰσὺν τὸ μέγεθος ἢ ἡλικίαν, ἰσὺν δὲ τὸ ἐπιπέδον, ἰσὺν δὲ τὸ σῶμα συνεχὲς καὶ ἀσπέρειον* ist. hic. linea unico saltem modo; superficies duobus; Corpus tribus modis & sic *παντα*, undiquaq; & ex omni parte continuum est ac divisibile. loc. cit. & l. 1. cæli t. 59. l. 2. cæli t. 8. l. 5. metaph. t. 12. & 18.

VI.

Porro linea continuatur & dividitur à punctis; superficies à lineis; Corpus à superficiebus, ita ut terminus communis, secundum quem fit continuatio & divisio in quoq; magnitudinis genere, semper uno gradu inferior sit magnitudine suâ. Cumq; terminus terminans sive extremum magnitudinis alicujus sit ejusdē generis cum termino dividente aut copulante: terminatio potiori jure superficiebus & corporibus inesse videtur, quàm lineis. Nam lineæ duob. tantum punctis clauduntur, si rectæ fuerint; imò nullis, si circulares. Contra super-

superficies & corpora omnimodam habent circumscriptionem, nec ut linea duobus punctis, ita superficies vel spacium duabus lineis terminari potest, sed ad minus tres rectas pro sui definitione requirit. t. 105. & 106. l. 4. physic.

VII.

Superficies & corpora hoc modo definita & circumscripta figuræ dicuntur, & formæ, Græcis *ἔπιπέδα*. Est enim figura nihil aliud, quam spacium (p. superficiale aut solidum.) sub aliquo aut aliquibus terminis contentum. Sub aliquo; ut circulus & sphaera, hisque cognatæ species, ut ellipses &c. Sub aliquibus; ut rectilineæ figuræ. Hinc figurarum duo suprema genera; nempe *ἔπιπέδων* (vocabulo *ἔπιπέδων* sumto) *καὶ στερεῶν ἁπλοῶν*, hoc est, superficialis & solida figura. 2. Cæli c. 4. l. 2. de anim. l. 5. metaph. t. 35.

VIII.

Cum igitur figuræ non nisi ratione differant ab id genus terminatis magnitudinibus, re ipsâ verò idem sint cum iisdem: fit, ut modò figura modò magnitudo nominetur pro subjecto Geometriæ, & hæc exinde definiatur Heroni Alexandrino & cæteris priscis *ἐπιστήμη μεγεθῶν καὶ χημάτων, καὶ ὁμοεικασῶν, καὶ περὶ ἰσοσῶν καὶ ἐπιφανῶν καὶ ὁμοεικασῶν, καὶ ἐν ἑτέροις παθῶν καὶ ἕστεων*, hoc est, scientia magnitudinum & figurarum, & has includentium ac terminantium superficialium & linearum, nec non affectionum & habitudinum iisdem competentium. Est enim perinde ac si dicas; Geometria est scientia magnitudinis, quatenus est figurata.

IX.

Quid? quod geometria non definiatur solummodo ex figuris; sed etiam distinguatur penes easdem.

eandem in *ἐπιπέδω* & *σφαιρῶν*, hoc est, in
 eam quæ de superficiebus agit, & in eam, quæ est
 de corporibus vel solidis. Nam quod *γεωμετρίαν*
 five *ὁμομετρίαν* attinet, quæ ratione magnitu-
 dinis cæteris duabus partibus adjungi posset, sci-
 endum est, idq; *σολιχείων* Euclidæa comprobat, à
 veteribus reductam illam ad priores duas partes,
 non secus atque linea reducitur ad figuras, quarum
 est terminus. Aliàs pro angulis quoq; peculiaris
 geometriæ pars constituenda foret.

X.

Nec obstat, quod ut linea superficiem, sic vicif-
 sim superficies corporis sit terminus, quo pacto o-
 mnia tandem redirent ad unam stereometriam.
 Est enim diversa ratio. Planorum proprietates
 absque solidis cognosci possunt. Lineæ planorum
 & corporum anticipatam notionem requirunt,
 sive faciendam ipsis sit aliquid, sive de factis de-
 monstrandum: E. g. lineam bisecare nequis, aut
 ostendere, factum, *ἡ ἀδύναμις*, id est, quem-
 admodum oportebat facere, nisi quid triangulum,
 & quibus affectionibus præditum sit, prænoscas.

XI.

Quid verò est illud, quod de magnitudinibus
 & figuris cognoscit aut quarit geometer? Resp.
 præcipua affectio, quæ geometriæ spectat in figuris,
 est *ἰσότης* & *ἀισότης*, æqualitas & inæqualitas, mentu-
 rando intellecta. Ubi mensurare voco, intelligere
 modum rationemq; magnitudinis ac figuræ, sitnè
 æqualis vel inæqualis, sibi vel alteri, laterum &
 angulorum vel spaci ratione; & si inæqualis,
 quanta sit inæqualitas, sitnè effabilis certo nume-
 ro, an minùs. Itaque hùc referendæ sunt omnis
 generis analogiæ seu proportionales figurarum,
 item partitiones s. sectiones, auctiones & diminutiones

tiones, nec non transformationes variae. Ut enim suo loco apparebit, vim æqualitatis & inæqualitatis hæc omnia suis definitionibus includunt.

XII.

Primum ergo ac præcipuum sive munus sive scopus ac finis geometriæ est *μετρεῖν*, metiri seu mensurare, adeo ut hinc nomen sibi quæsierit. Alterum & huic proximum est de contactibus, parallelismis, loci repletionibus, ascriptionibus magnitudinum ac figurarum dispicere, propterea, quod omnis magnitudo sit cum situ. At hæc omnia aut situs sunt, aut situm proximè consequuntur.

XIII.

Tandem de ortu figurarum haut est mediocriter sollicitus geometer, ut quo pacto, aut quibus principiis constituatur unaquæq; & describatur, quo modo item constituta resolvatur, peritus sit. Quam ad rem, quid prima sit aut secunda figura, quo sibi ordine compositionis succedant, ad explicandum sumit.

XIV.

Quando igitur figurarum æqualitates & inæqualitates, proportionales, similitudines, contactus &c. scrutatur, & scrutando intelligit, nemo est, qui non dicat geometram *μετρεῖν*. At cum idem extruere docet aliquam figuram, extructam certo modo resolvere, partiri, augere, transformare, ascribere, &c. sit nescio quomodo, ut in his *ποιεῖν*, operanti similior videatur, etsi & tùm nihil aliud spectet agatvè, nisi ut constitutiones, resolutiones, incrementa figurarum &c. Contempletur in suis causis, atq; ita intra scientiæ limites & cancellos, etiam hæc faciens reverà maneat. An id accidit eâ de causâ, quoniam, quæ mente concepit, calamo imitatur & radio, & nonnunquam ad vitæ usus humanæ pro re nata transfert?

Quic-

XV.

Quicquid sit, profluxit ab hac *καταχρηστικῶς* verbo-
rum, distinctio tum propositionum geometrica-
rum in theoremata & problemata, quorum illis
demonstrandum aliquid & cognoscendum; His ef-
ficiendum & describendum proponitur: tum Geo-
metrix ipsiusmet in Theoricam & practicam. Illa
desinit in cognitione & bonum suum quasi in se
versum habet: Hæc foras progressa benè cogitata
benè architectatur, dum vel agrum v. g. metitur,
aut vasis capacitatem explorat, aut aram duplicat,
non profectò novis principiis aut diversa metho-
do, sed merâ applicatione *πραγίας* ad materiam
sensibilem.

XVI.

Quod si exercitium hoc geometricum institua-
tur in materiâ multiplice, explicatus habente vari-
os, prolixos atq; operosos, quin exoriatum novum
disciplinæ genus, re ipsa distinctum à geometria,
nullum est dubium: Sic enim optica, musica, astro-
nomia, mechanica prognatae sunt, cum farragi-
nem illam & turbam phrasum ac terminorum di-
versissimorum una eademq; arte complecti non li-
ceret. At si materia sit rudis, simplex atq; unifor-
mis, ut in *γαδοσιᾷ*, quæ præcepta geometrica ter-
renis & crassis corporibus applicat, nunquid ean-
dem an diversam disciplinam dicere debeam, hæ-
reo non nihil, ideoque supra geometriæ sive ap-
pendicem sive fructum illam constitui. 3. metaph.
c. 3.

XVII.

Quid enim invenitur in *γαδοσιᾷ*, quod non
ante docuit geometer? nisi quod aut definitum
mensuræ genus proponit, cum in geometria sit
liberū & indefinitū, aut cum diversis modis ac viis
idem efficere & consequi docet geometer, *γαδοσι-*

tes admonet discipulum, quænam via convenientior sit proposito. Quorum hoc ingenii potius quam peculiaris artis esse; illo non magis artes multiplicari, quam astronomia per diversitatem instrumentorum diversa efficitur, nemo diffitebitur.

XVIII.

Sed & Algebra sub geometriâ potius, quam arithmeticâ comprehendenda videtur. Algebram dico scientiam magnitudinum numeris assimilantium, aut numerorum pro magnitudinibus ac figuris se gerentium; quod fieri posse docet ipse philosophus i. poster. t. 30. & l. 3. phys. 26. v. g. quando Unitates disponuntur in formâ trianguli, quadrati, oblongi, gnomonis, cubi, prismatis &c. cuius longè præstantissimæ & divinissimæ scientiæ pars non contemnenda est doctrina de extractionibus radicum, sive analysi lateris quadrati aut cubici, quam arithmeticæ minus aptè tribui cum Ramo existimo.

XIX.

Contrarium quidem sentire videtur philosophus i. post. t. 60. extra geometriæ fines & quasi supra vires ejus positum dicens, demonstrare, quod duo numeri cubi inter se multiplicati cubum efficiant. Quid autem, si philosophus in hoc exemplo popularis sit, ut sæpè in hoc opere? Impossibile est utique, ut id generis theoremata, non dico probare, sed vel capere possis, donec quid cubus, quæ illius genesis, quæ analysis, ex geometriâ didiceris.

XX.

Aut igitur geometrica in arithmeticis, aut hæc in illis præpostera confusione tractari, aut algebram

bram pro geometriæ particulâ haberi necesse est. Aut si omninò figurarum magnitudines, quando numeris exprimuntur, mancipandæ sunt arithmetice, cur non tota doctrina de magnitudinibus commensurabilibus & incommensurabilibus loco moveretur, & ex geometria relegatur in arithmeti-
cam? At enim his missis, breviter *νεῖ ὡς ἐν τῷ πρῶτῳ* videamus 1. quæ & quot sint genera seu differentie figurarum tam superficialium, quàm solidarum.
2. quibus quæque proprietatibus constet.

XXI.

Omnis figura superficialis aut plana est aut curva, simpliciter aut mixtim. Plana figura, græcis *ἐπιπέδον* *χῆμα ἢ ἐπιπέδον ἐπιφωδία ἐστίν, ἢ πρὸς ἴσους καὶ πρὸς ἴσους ἐξ ἑαυτῆς ὁ δέσμιος*, hoc est, quæcunque rectis suis lineis, quibus includitur, ex æquo & ita interjacet, nullibi ut sit elatior aut humilior. Curva verò, cujus species sunt gibba, convexa seu protuberans, & cava, partes suas inæqualiter sitas habet, quasdam sublimiùs, quasdam depressiùs. Eucl. 1. 1. in defina.

XXII.

Rursum figuræ planæ differentias suas capiunt à lineis. Quare ab his ordientes dividimus lineam in rectam & inflexam. Esse autem lineam nihil aliud, quàm *μήνη* *ἀπὸ ἀπείρου*, id est, longitudinem latitudinis expertem, & ut ita loquor, illatibilem, ex superioribus clarum est. 5. topicor. c. 6.

XXIII.

Recta linea, *ὀρθία γραμμή*, est brevissima extensio, ab uno puncto ad aliud 1. de lin. insecab. Tota itaque jacet in eodem plano, inter extrema sua puncta æqualiter: nec fieri potest, ut ejusdem re-
ctæ *ἢ πρὸς ἴσους ἐξ ἑαυτῆς, ἢ ἢ ἐξ ἑαυτῆς*, hoc est, Una
pars

pars in uno plano & alia in alio inveniatur f. 16.
probl. 6. XXIV.

Linea inflexa, *ῥοαμηὴ κεκαμμένη*, vulgò curva & obliqua linea est, quæ sumtis in eâ punctis non interjacet æqualiter, sive in se redeat, sive minus. Sunt enim harum linearum duo rursus genera summa: Quædam *πάλιν ἐπὶ ἀρχὴν ἀνακαμπῶσι*, id est, reflectuntur ad principium suum, 1. cæli t. 48. & ut Poëta optimus loquitur, in sese volvuntur sua per vestigia: Quædam finem à principio distinctum retinent.

XXV.

Quæ finem ex principio nectunt, rotundæ dicuntur & tres sunt: 1. peripheria seu circumferentia. 2. ellipsis. 3. linea *ὠοειδής* seu ovalis, quò etiam *φαιγεῖδῃ* lenticularem referimus. 2. cæli t. 27. Harum hoc est discrimen, quod sola peripheria *ἴσως ἐξ ἑαυτῆς ἐκ τῆς μέσης*, id est, rectas ex medio spatii à se comprehensit habet æquales: reliquæ dux non habent. Ut autem ellipsis imperfectior est peripheria, unde & nomen habet: ita rursus ovalis deficit à perfectione ellipseos. Ellipsis enim est veluti peripheria æqualiter compressa: ovalis autem est peripheria inæqualiter compressa.

XXVI.

Inflexarum suis finibus à principiis suis distantium, aliæ aliis magis accedunt ad rotunditatem, hoc ferè ordine. 1. sunt helices *τεταγμέναι*, latinis volute ordinatæ Muschellinien / 2. *αὐτολιθοειδῆς* seu spiricæ vel spirales; quibusdam *κογχυειδῆς* Schæffelinien / 3. *κίττοιειδῆς* hederacæ aut cylindracæ, Schraubelinien. 4. *σκολιαῖ* tortuolæ & serpentinæ. Schlangenlinien. 5. parabolicæ & hyperbolicæ, Brennilinien. De harum aliquibus infra dicemus.

XXVII.

Est autem operæ precium *τῆς ἀθείας καὶ ἀειφειδῆς*
ἰσ. αμ.

ἀρεμῆς, id est, rectæ & circumferentialis lineæ di-
 scrimina colligere in unum fasciculum. Nam se-
 cundum hæc duo genera linearum mox ipsas etiam
 figuras distinguemus. 1. in rectâ lineâ principium
 à fine, utrumq; à medio est discretum loco. 1. cæli
 t. 12. In circumferentiâ nequaquam, sed hîc τῆ
 ἀρχῆ σιωπάπτται τὸ πέρασ, id est, extremum cohæret
 eum initio. 3. φυσ. t. 73. & 76. 2. In rectâ unicum
 est principium & unicus finis. In circumferentiâ
 fines & principia simul & nulla sunt, & infinita:
 nulla actu; potestate infinita, tot nimirum, quot
 in eâ puncta licet accipere. Licet autem, ut in
 continuo, infinita. 2. de ort. & inter. t. 68. 3. φυσ.
 t. 76. Hinc 3. recta est πεπερασμένη, finita: circum-
 ferentia infinitatem quodammodo affectat. Et
 propterea. 4. ἡ αὐξὴ καὶ πρόοδος τῆ δύσεως ἐστὶν αἰεὶ καὶ
 ὁποῖοσῃ; τῆδε ἔ κύκλος ἐδέποτε, id est, rectæ semper
 & quacunque ratione licet adicere ad incremen-
 tum ejus; circumferentiæ verò nullatenus. 1. cæli
 t. 12. l. 2. t. 23. 5. Circumferentia proinde simpli-
 cior est ac perfectior, & hoc ipso prior, quàm recta.
 ibid. & 8. phys. t. 75. l. 5. metaph. t. 11. nec injuriâ
 dixit, quicumque dixit; rectâ lineâ creaturas, cir-
 cumferentiâ creatorem adumbrari. 6. Recta nul-
 lum spacium comprehendit; circumferentia, nec
 quidem existere potest, non incluso spacio, a cujus
 medio æqualiter abest. 7. Circumferentia in istâ
 sua simplicitate summâ, tamen contrariorum quo-
 dammodo particeps est; curvitatibus nempe & con-
 vexitatis. Recta linea etsi minus simplex, nihil ho-
 rum in se habet. in quæst. mech. & 1. cæli t. 25.

XXVIII.

Quamvis ergò pro diversitate linearum hæctenus
 enumeratarum plura genera figurarum assignari
 possint;

possint: tamen respectu habito ad has duas species
 cæteris quodammodo digniores lineam rectam
 putat & circumferentialem, omne *χῆμα ἐπίπεδον ἢ*
ὀρθόγραμμόν ἐστιν, ἢ περιερόγραμμον, ἢ ἐν τέτρων μίκρον.
Καὶ τὸ μὲν ὀρθόγραμμον ὑπὸ πλείονων περιεχόμενα γραμμῶν
ὀρθῶν, τὸ δὲ περιερόγραμμον ὑπὸ μιᾶς. 2. cæli c. 4. f.
 15. probl. 5. id est, figura plana aut. est rectilinea,
 aut obliquilinea, aut ex his mista. Ac rectilinea
 quidem à pluribus rectis lineis continetur quas
πλευρᾶς, latera dicimus; Obliquilinea ab unâ tan-
 tum lineâ, quàm *περιφέρεια*, circumferentiam,
 principem obliquarum, modò vocamimus. Mixti-
 linea deniq; figura lineis utriusq; generis constat,
 aut ad eam reducitur.

XXIX.

Pars, rudimentum & inchoatio figuræ rectili-
 neæ angulus planus dicitur, & nihil est aliud,
 quàm spaciū *ἐν συνθήσει*, id est, in concursu aut
 commissurâ binorum laterum figuræ, (quæ re-
 spectu anguli novum nomen suscipiunt, & crura
 dicuntur.) collectum ad unum punctum. l. 5. me-
 taph. t. 30. f. 15. probl. 1. Nam cum angulus angu-
 lo major sit aut minor, non igitur nudo concursu
 definiiri potest, sed essentia illius consistit in exi-
 guo spacio, quod à concursu illo duarum linea-
 rum colligitur & adducitur in mucronem. Hoc au-
 tem spacio semel constituto, nihil refert, quàm
 longa sint crura.

XXX.

Angulus pro ratione concursus, situsque cru-
 rum, vel est rectus vel obliquus. Angulus rectus,
ὀρθὴ γωνία, est, cujus crura perpendicularia sunt
 invicem. Erunt autem perpendicularia, quando
 alterum alteri sic insistit, ut nec annuat nec abnu-
 at illi, sed æqualiter interjaccat ipsi & productioni
 ejus,

ejus, spacium, in quo jacet, ἴσα Ἀγίρην, id est, æqualiter dispescens, & sic duos angulos ἰσοξῆς, id est, deinceps sitos seu contiguos ὁμοίως, similes & æquales efficiens. I. 15. probl. 1. s. 16. probl. 4. & II. l. 2. cæli t. 100. & 108. l. 4. cæli t. 33. in fine quaest. mechan.

XXXI.

Quemadmodum enim perpendicularis ab uno eodemque termino singularis est & unica, nec *πλείους καθεῖρι πρὸς ταυτὸ ἐπίπεδον γίνονται τέρμασι αὐτὰ*, id est, plures perpendiculares eidem plano conveniunt, ita ut fecent, loc. cit. Sic rectus angulus & vicino suo, quo cum in eodem plano extenditur, & sibi ipsi perpetuò æqualis, adeoque unus est & idem, & sic prior obliquis & norma illorum indexque. I. de anim. t. 85.

XXXII.

Angulus obliquus est, cujus crura acclinia sunt vel declinia: Acclinia in acuto; declinia in obtuso angulo. His enim speciebus anguli obliqui discriminantur, quod videl. alius sit acutus, ὀξεία γωνία; alius obtusus, ἀμβλεία. Jam sicuti recta rectæ perpendiculariter incidens duos deinceps angulos rectos efficiebat: Sic cum eadem in eandem incidit obliquè, unus deinceps sitorum sit acutus, & alter obtusus, ita tamen, ut ambo simul sumpti duos rectos adæquent. Eucl. I. l. 1. 8. top. loc. 41. c. 2.

XXXIII.

Ex hoc autem consequitur, ut alter alterius complementum sit ad duos rectos, adeoque; acutus tanto minor fiat recto, quanto obtusus major est eodem. Quorsum respiciens cum Euclide philosopho plus acutum definivit τὸν ἐλάσσονα ὀρθῆς, eum, qui minor

minor est recto; & obtusum $\tau\upsilon$ μείζονα ὀρθῶς, majorem recto 1. topic. 13. & s. 19. probl. 8.

XXXIII.

Ob eandem causam *οἱ περὶ μίαν στυμὴν γωνίας*, i. e. Omnes anguli, quotquot circa idem punctum super eadem recta ordinari statuiq; possunt, tametsi numero centies mille fuerint, non tamen nisi duos rectos valent: qui verò ab utraq; parte rectæ, sepiunt & circumstant unum aliquod punctum illius, nec plures nec pauciores valent rectos simul sumti, quam quatuor. 9. metaph. t. 28.

XXXIV.

3. Et hoc inde consequitur, angulum angulo cruribus, ultra apicem anguli prioris *ἐμβαλλομένοις*, productis, incluso, seu ut vulgò loquimur, verticali suo, (*τῶ κατὰ κορυφῆν*,) æqualem esse. Nam quia tales anguli duo, sibi per verticem aut crucem oppositi, unà cum interjecto angulo communi, bis binos rectos adæquant, per antecedentia: Ergò demto illo communi, æquabuntur invicem, per com. ax. Quæ habent idem complementum ad æquales summas, inter se sunt æqualia. s. 15. probl. 4.

XXXV.

His expositis redeamus ad rectilineas figuras, & earum differentias varias persequamur. 1. enim ex angulorum situ distinguuntur in eas, quarum anguli, singuli & omnes, foras spectant; & in eas, quæ suorum angulorum mucrones partim intus, partim extus versos habent. Illæ manent intra sua latera; hæ terminos & latera sua veluti excedunt. Illæ Keplero primæ dicuntur & radicales: hæ auctæ l. 1. harmon.

XXXVI.

Prioris generis figuræ rursus, pro numero laterum

rerum & angulorum, subdividuntur in classes numero infinitas, siquidem lateribus quoq; & angulis nullus certus numerus præscriptus est, sed datur in his progressus in infinitum. Quæ tamen frequentius occurrunt figuræ, ægmen quasi ducentes & in acie stantes, hæ sunt: *τρίγωνον, τετράγωνον, πεντάγωνον, εξάγωνον, επτάγωνον*. &c. i. e. triangulum, quadrangulum, quinquangulū, sexangulum, septangulum, &c. ferè usq; ad *πεντεκαιδέκωνγωνον*. i. e. quindecangulum; quæ quid sint, ipso nominum suorum sono, & ut ita dicam, habitu indicant.

XXXVIII.

Quia verò numerus laterum numero angulorum in his figuris æqualis est, propterea, quod unumquodvis latus binis angulis commune sit, & contra quivis angulus binis lateribus indigeat: idcirco ex lateribus quoq; & possunt & solent distinguui in trilateras, quadrilateras, quinilateras, seilateras, septilateras &c. quæ tamen non nisi appellatione & respectu certo à prioribus differunt; reipsa vero conveniunt.

XXXIX.

Primus itaq; & simplicissimus ordo est triangulorum; quæ partim ex angulis distinguuntur in *ὀρθογώνια, ἀμβλυγώνια, & ὀξυγώνια*, id est, rectangula, obtusangula & acutangula: Partim ex lateribus in *ἰσόλευα, ἰσοσκελή, καὶ σκαληνὰ*, id est, inæquilatera, æquicrura & varia. Ita sunt sex in universum differentia triangulorum, quæ deinde varijs modis permiscantur invicem. Arist. passim & imprimis. i. post. t. 41. 5. metaph. t. 10.

XL.

Triangulum rectangulum constat uno recto, cū duobus acutis: obtusangulū obtuso uno, cū duob.

itidem acutis. Acutangulum deniq; omnes acutos
habet. Causa hujus rei infra perspicietur. Sic æqui-
laterum omnia latera invicem habet æqualia:
æquicrurum duo solum modò: in Scaleno seu Va-
rio nullum latus alteri est æquale. Ubi nota, quod-
vis latus respectu anguli sibi objecti & duobus la-
teribus reliquis, tanquam cruribus inclusi, basis
& subtensam dici; excepto triangulo rectangulo,
in quo lateri, quod angulo recto adversum est, ba-
seos & hypotenusæ vel subtensæ nomen $\kappa\alpha\iota\ \iota\zeta\omicron\chi\lambda\iota$
tribuitur.

XLI.

Proximum à triangulis locum in ordine figura-
rum planarum rectilinearum occupant Quadran-
gula, duabus classibus rurtum divisa; nempe par-
allelogrammorum & trapeziorum. Parallelo-
grammum est figura quadrilatera quadrangula, cu-
jus bina quæque opposita latera sunt parallela.
Trapezium verò seu mensula est figura quadrilate-
ra, cujus duo saltem aut etiam nulla opposita late-
ra sunt æqualia. s. 15. probl. 1.

XLII.

Lineæ parallelæ seu æquidistantes illæ haben-
tur, quæ quantumlibet, & vel in infinitum pro-
tractæ, nusquam sibi annuunt, concurruntvè, sed
eandem vel æqualem distantiam semper & ubique
inter se servant. 1. post. t. 88.

XLIII.

In lineis parallelis rectis rectâ sectis, tria genera
seu formæ angulorum existunt. Primum genus est
 $\tau\omega\upsilon\ \epsilon\upsilon\lambda\omicron\varsigma\ \kappa\alpha\iota\ \epsilon\pi\iota\ \tau\alpha\ \alpha\upsilon\tau\alpha\ \mu\epsilon\gamma\epsilon\upsilon$, id est, internorum &
ab eâdem secantis parte constitutorum. Alterum
 $\tau\omega\upsilon\ \epsilon\upsilon\lambda\omicron\varsigma\ \kappa\alpha\iota\ \epsilon\upsilon\alpha\lambda\lambda\alpha\delta\epsilon\varsigma$, id est, itidem internorum sed
ab utraq; secantis parte alternè sitorum. Tertium
est $\tau\omega\upsilon\ \alpha\pi\epsilon\upsilon\alpha\lambda\lambda\omicron\upsilon\upsilon$, id est, ab eâdem secantis parte
con-

contrariè & non deinceps sitorum, ita ut unus *ἐν-*
ὅς sit, alter *ἐκ* *ἑ* *2.* prior. c. 17.

XLIV.

Interni ab eâdem parte vel sunt recti & similes; vel obliqui & dissimiles, duobus tamen rectis æquales, prout nempe secans perpendiculariter secat, aut minus. Alterni inter se sunt æquales & similes. Nam quia unus alternorum, cum suo ejusdem partis cointerno, duos rectos æquat, ut jam diximus; & hic cointernus alteri alterno deinceps situs est, ac proinde cum illo itidem duos rectos æquat, per *θ.* 31. demto igitur hoc cointerno communi, alternum coalterno suo & æquari & conformari necesse est. Eadem planè ratione probabis, etiam *τὰς ἀπεναντίας* sitos æquales inter se esse & similes.

XLV.

Porrò parallelogrammorum quatuor sunt species, angulis & lateribus discriminatæ. Prima est quadratorum, quæ græcis καὶ ἑξοχλὸν τετράγωνα vocantur. Secunda est τῶν ἰσομήκων, id est, Unâ parte longiorum, quàm alterâ, uno verbo, oblongorum s. rectangulorum, in specie dictorum. 2. post. t. 30. & alibi. Tertia est rhomborium; quarta ultimâq; rhomboidum s. rhombiformium.

XLVI.

Quadratum & rhombus sunt parallelogramma æquilatera; illud rectangulum; hoc obliquangulum. Ἐτερόμενες & rhomboides verò parallelogramma sunt inæquialtera; illud rectangulum; hoc obliquangulum. Quare sicuti ex quadrato leniter compresso fit rhombus: sic ἰτερόμενες seu oblongum simili compressione abit in rhomboides. Manentibus enim lateribus, anguli recti mutantur in obliquos.

XLVI.

Quaecumque autem sit parallelogrammum, beneficio binarum linearum, sese in aliquo diagonij puncto decussantium, & binis conterminis lateribus parallelarum in quatuor, particularia parallelogramma dispesci potest. Horum bina diagoni transfixa ut sic loquar, diagonalia dicuntur Aristoteli quæst. 2. mechan. μικρὰ τετράπλευρα, id est, parva quadrangula: Reliqua bina τὰ τῶν ἐπὶ τὴν ἀγόμετρον, ἢ ἀγὼγώνιον, παραλληλογράμμιον παραπληρώματα. id est, eorum, quæ circa diagonium consistunt, parallelogrammorum, vel ut verbo dicam, diagonalium complementa. Bina autem complementa hæc, unâ cum alterutro diagonali, vocantur gnomon, in post præd. c. de motu.

XLVII.

Diagonius, q. ἀγὼ τῶν γωνιῶν ἀκτὴ ῥέκτα ἐστὶ ἡ ἐν γωνίας εἰς γωνίαν ἀχθῆσα γραμμὴ, διχα διαμεῖσα τὸ σχῆμα, id est, linea ex angulo in oppositum angulum producta, bisecans figuram parallelogrammam, unde etiam diameter vocatur. Sicut enim circulus bisecatur à diametro: Sic parallelogrammum à diagonali, & quidem citra destructionem seu dissolutionem figuræ, quoniam figura aliàs secundum angulos, per quos transit diagonalis, composita est & velut incisa. f. 15. probl. 1.

XLVIII.

Quod ad sequentes in ordine figuras attinet, quinquangulas, sexangulas, septangulas, &c. uno nomine polygonas seu multangulas, ex æqualitate & inæqualitate laterum & angulorum eodem modo classibus suis distribuuntur, ut quadrangula. Unde alteræ ex alteris æstimentur.

XLIX.

Auctarum figurarum præcipuæ sunt stellæ: nam

nam reliquæ potius duæ aut plures figuræ sunt, quam una: stellæ autem dicuntur à formâ suâ. Nam dum angulos ita sitos habent, ut unius apex alter-
 natim extra & alterius intra sit, stellæ species nasci-
 tur, eaq; secundum numerum prominentium an-
 gulorum, quinquangula, sexangula, &c. Tales fi-
 guræ oriuntur, continuatis figuræ alicujus primæ
 & radicalis lateribus non contiguïs ad occursum
 mutuum: Ideò radicalem stellæ figuram ad minus
 quinquangulam esse oportet, quoniam in simpli-
 cione, ut triangulâ vel quadrangulâ, productiones
 laterum non concurrunt, sed aut parallelæ ma-
 nent, ut in quadrangulâ, aut etiam amplius diver-
 gunt & à se invicem abscedunt, ut in triangulâ.
 Et tantum de figuris rectilineis. Sequitur de circu-
 lo & illius partibus. Hic enim princeps est inter fi-
 guras obliquilineas, ellipses, *μηίσκως* s. lunulas &c.

L.

Κύκλος ἐστὶ σχῆμα ἐπίπεδον τὰς ἐκ τῆς μέσης ἴσας ἔχον.
 id est, circulus est figura plana eas, quæ sunt ex me-
 dio (quod centrum dicitur) hoc est radios vel semi-
 diametros, æquales habens. Hoc autem perinde
 valet, ac si *περιφερὸν γράμμον* dicas. 1. 2. cæli t. 27. & 3.
 rhet. c. 6. Interdum vox circuli sumitur pro solâ
 circumferentiâ; tumque spacium planum circulo
 inclusum vocatur τὸ ἐμβαδὸν τῆς κύκλου, latinis area
 circuli.

LI.

Quamvis autem circulus actu sit ἀγώνιον σχῆμα
 expers angulorum figura. 5. metaph. t. 19. Quia
 tamen in illo par & æqualis ubique est inclinatio,
 & velut angulus peripheriæ sibi ipsi semper æqua-
 lis & similis, ideò potestate totus est angulus, &
 hinc Aristotel. 3. Cæli. t. 69, ὅλη γωνία, Platoni πο-
 λογωνία dictus fuit.

51. Cir.

LII.

Circuli partes duum sunt generum: Quædam $\tau\mu\eta\mu\epsilon\tau\alpha$ dicuntur, hoc est, segmenta vel sectiones, quædam $\tau\omicron\mu\epsilon\iota\varsigma$, sectores. Segmentum est portio circuli, quam recta circulo inscripta intercipit & avellit: Quæ recta basis segmenti postea dicitur. Sic Iris in physicis est sectio minor circuli majoris, vel minor majoris, interventu Horizontis, tanquam lineæ rectæ, abscissa. 3. meteor. c. 2.

LIII.

Recta circulo inscribi dicitur, quando suas extremitates applicat circumferentiæ ab utraq; parte. Harum inscriptarum, quæ innumeræ esse possunt, maxima est diameter, nimirum recta per centrum inscripta, bisecans circulum in duo segmenta æqualia, quæ dicuntur $\eta\mu\iota\kappa\acute{\epsilon}\nu\alpha\delta\iota\alpha$, semicirculi. s. 15. probl. 2.

LIV.

Sector circuli, $\tau\omicron\mu\epsilon\delta\iota\varsigma$, est portio illius sub duab. rectis ad centrum vel peripheriam angulum facientibus, & sub arcu peripheriæ, cui rectæ illæ insistent, quiq; basis sectoris dicitur. Hinc alius sector in centro; alius in peripheriâ. Eucl. l. 3.

LV.

Fuerunt hætenus duo genera figurarum planarum. Restant figuræ mixtilineæ seu variæ, cujusmodi sunt modò commemoratæ partes circuli, aliæq; variis orarum sive marginum suorum plexibus, secundum genera linearum inflexarum suprâ tradita, variegatæ, quæ certo numero comprehendinequeunt.

LVI.

Dicendum nunc esset de diversis formis superficierum

cierum curvarum. Verum enimverò quoniam ex corporibus, quibus insunt, rectius intelliguntur, idcirco ad corporum differentias varietatesq; recta progredimur.

LVII.

Corpora mathematica sive solidæ figuræ duum sunt generum: Solida in specie sic dicta, & inania seu cava. Illa tota sui plena sunt: Hæc aliud à se, diversum corpus cavitate & ut ita loquar, alvo suâ recipiunt. Illa conformantur tantum ab extra: hæc internam & externam conformationem habent.

LVIII.

Solida corpora iisdem ferè differentiis dividuntur, quibus figuræ superficiales. Quædam enim sunt *ὀρθογώνια* rectilinea: quædam rotunda seu orbicularia; quædam mixtis superficiebus constant. Dicantur varia seu mixta. 2. cæli c. 4. 3. cælit. 40.

LIX.

Solidum rectilineum est corpus *ὡλεῖσθιν ἐπιφανείαις ἀεὶ ἰσομήτρον*, id est, à pluribus superficiebus (intellige, planis) comprehensum, & lateribus illorum scitè commissis aptatisque veluti coassatum. 2. cæli t. 23. Hæc autem plana nova nomina tum sumunt, & hedræ dicuntur, quod iis insideant & statumentur corpora. 1. 3. cæli t. 71. Acies verò, secundum quam binorum planorum bina latera committuntur, & in unum coalescunt, vocantur latera solidi.

LX.

Antequam verò solidorum rectilineorum differentias persequamur, tenere convenit, quid sit angulus solidus. Angulus solidus est spacium, in concursu trium aut plurium angulorum planorum

rum ad idem punctum collectorum, & cruribus suis decenter junctorum. Debent autem anguli plani, solidum composituri, summam, quatuor planis rectis minorem, efficere. Nam quatuor recti sibi commissi non assurgunt in unum solidum, sed planitiem sternunt, & locum replent, ut postea discemus. Eucl. lib. II. LXI.

Solida itaque rectilinea sunt in triplici differentiâ: Una est pyramidum: Altera prismatum: Tertia polyedrorum. LXII.

Pyramis est solidum rectilineum ab uno plano (basin pyramidis vocant) triangulis æqualibus ad unum punctum (quod est vertex seu apex pyramidis, collectis fastigiatum, 1. 3. cæli t. 44. & 69. Dividitur 1. secundum figuram basis, in triangularem, quadrangularem, quinquangularem, & c. 2. Ex numero hedrarum in tetraëdram, pentaëdram, hexaëdram, & c. hedris semper unâ pluribus, quam sint anguli vel latera basis.

LXIII

Etsi autem tetraëdram generatim sumtum, quamvis pyramidem significet, basi triangularem constantem: idios tamen, & κατ' ἐξοχήν tetraëdram dicitur pyramis, quatuor triangulis æqualibus & æquilateris contenta.

LXIV.

Prisma (à πρῖσμα q. germanicè dicas ein Zimmmer / Stock oder Klotz) est solidum rectilineum comprehensum a planis, quorum adversa duo (quas bases ut plurimum dicimus) parallela æqualia & similia sunt, reliqua verò parallelogramma. Differentias sortitur, ut pyramis, ex numero hedrarum. Aliud enim pentaëdram est prisma (cujusmodi forma cuneus habet. 17. quæst. Mechan.) aliud hexaëdram, aliud polyëdram. Et horum unumquodque rursus ex specie angulorum suorum, aut rectangulum est aut obliquangulum. 65. Pril.

LXV.

Prisma pentaëdram latus aut basin triangularem habet: hexaëdram quadrangularem, & sic consequenter, hedris cujusque prismatis primario exuperantibus angulos vel latera basis. Ideò quæcunque prismata pluribus constant quàm sex hedris, & uno nomine prismata polyedra vocantur, ex basium figuris distinguuntur in quinquangula, sexangula, &c.

LXVI.

Hexaëdra prismata peculiariter subdividi solent in parallelipeda & trapezia. Illorum bina quæque aduersa plana seu hedrae parallelæ sunt: horum bases solummodò parallelæ.

LXVII.

Parallelipeda sex continentur paralleogrammis: totidemq; sunt formarum ac specierum, quot erant parallelogramma ipsa in ordine figurarum planarum; nempe cubus, seu tesseræ (ein viereckter gleichseitiger Stoek) Oblongum sive columna quadratarhombicum corpus, & denique rhombiforme.

LXVIII.

Cubus & rhombus solidus sunt parallelipeda isoëdra, sex æqualibus quadratis aut rhombis inclusa & ceu contignata. Oblongum & rhomboides solidum sunt parallelipeda anisoëdra; illud rectangulis hedris, hoc obliquangulis.

LXIX.

Tertia classis solidorum corporum polyedra complectebatur, non ea, quæ modo in prismatum censu locavimus, sed quæ sui sunt generis, & absolute polyedra dicuntur, duabus iterum classibus distincta. Aut enim planis ejusdem formæ constant, in quorum numero imprimis celebrantur Octaëdron, dodecaëdron, icosædron. l. 3. cæli t. 72. Aut componuntur ex difformibus planis, ut sunt tredecim corpora Archimedeæ, de quibus consulendi artifices, & imprimis Kepl. l. 2. harmon. 60. Octoë-

Octaëdron est solidum sub octo triangulis æquilateris & æqualibus: Icosaëdron sub ejusmodi triangulis viginti: Dodecaëdron sub ejusmodi pentagonis, (æquilateris sc. & æqualibus) duodecim. Unde jam nominum singulorum rationes explicentur. Et hæc etiam de solidis rectilineis.

LXXI.

Solida rotunda sunt corpora *ἑνὴ ἐπιφανείᾳ περιεχόμενα*, id est, Unicâ superficie contenta, quam gibbam dicunt & convexam. 2. cæli t. 23. & seq. Suntq; vel primaria, ut Sphæra sive globus, vel secundaria, ut Sphæra oblonga seu compressa, corpus *ὠοειδές*, ovale, & id generis similia. t. 27.

LXXII.

Sphæra est rotundum solidum *ἐκ τῆς μέσης ἢ κέντρης ἴσως*, id est, à medio sive centro in omnem ambitum æqualiter extensum, t. 27. l. 7. metaph. Cujus superficies gibba sphericum dicitur, *ἕδεν ἰσωνετηδύορ ἔχον ἕδεν περὶ οἴρον, ὡς τῆς τῆς ἀβύρραυμον*, 2. cæli t. 51. h. e. interpretante Cicerone 2. de nat. deor. nihil asperitatis habens, ut rectilineæ figuræ, nihil offensivum, nihil incisum angulis, nihil eminentis aut lacunosum. Interim potestate *ὡς γωνία ἢ ἔστ*, est quasi angulus quidam. 3. cæli t. 72. isque acutissimus t. 69. Quod si Sphæra hæc comprimatur leniter, mutabitur in oblongam aut ovalem formam, prout æquabilis aut inæquabilis compressio fuerit, mediumq; in figurâ punctum inæqualiter distabit à superficie illius.

LXXIII.

Tandem solida varia dicuntur, quando superficies gibbæ cum planis miscentur in unius structuram corporis aut molis. Talia corpora sunt conus & cyl

& Cylinder: ille pyramidi, hic prismati conformatione & quibusdam proprietatibus respondens.

LXXIV.

Conus, (ein *Regel*/) est solidum varium duabus superficiebus constans, quarum altera plana & circularis basin cono præstat, altera gibba (conicum dicta) à basi circulari æqualiter fastigiatur ad verticem. Dicitur etiam turbo & meta, item pyramis rotunda; & pro ratione anguli ad verticem, dividitur in rectangulum, acutangulum (cujusmodi est epistomium rotundum, ein *Sopffe*/) & obtusangulum. f. 15. probl. 5. & seq. 16. probl. 5.

LXXV.

Cylinder & columna rotunda (eine *Walze*/ oder *Mandelholz*/) est solidum varium, tribus superficiebus terminatum, duabus planis circularibus, æqualibus & parallelis, & unâ gibbâ (cylindraceum vocant,) inter duas planas æqualiter extensâ. Tali figurâ crescunt arborum trunci, & prærarumque caules stirpium f. 16. probl. 9. Eandem formam habent scytalæ, juga & succulæ. quest. mech. 9. & 13.

LXXVI.

Ad solidâ varia quoque pertinent partes sive frustra conorum & globorum, uti sunt coni curti seu decacuminati, item segmenta, sectores & pyramides sphericæ.

LXXVII.

Conus curtus s. mutilus est solidum varium, sub duobus circulis parallelis & inæqualibus, & parte conici, dictis circulis interceptâ. Et hic simplex est curticonus. Compositus autem fit, quando duo simplices & æquales, circulis suis majoribus, inter se conjunguntur.

LXXVIII.

Segmentum sphaerae est solidum varium, sub plano circulari & parte sphaerici. Estque vel *ἡμισφαίριον*, semiglobus, vel semisphaerio majus aut minus. Segmentis quoque annummeramus, quae tympana dicuntur philosopho 3. meteor. c. II, videlicet, corpora varia, sub duobus circulis parallelis & inaequalibus, & parte sphaerici, inter dictos circulos comprehensa, quam Zonam appellare solent. His tympanis segmentum majus a segmento minore ejusdem sphaerae differt.

LXXIX.

Sector sphaericus est solidum varium sub conica superficie, & basi, quae sit pars sphaerici. Ideo conique nomine insignitur a philosopho, dicto cap. III. l. 3. meteor. a quo tamen rursus discernitur, quod veri conis basis plana sit; hujus autem gibba gibbo sphaerico.

LXXX.

Pyramis sphaerica est solidum varium a tribus sectoribus planis & aequalibus ad unum punctum collectis, & parte sphaerici, tanquam basi comprehensum. Talibus pyramidibus octo sphaericam molem contineri dicit philosophus l. 3. caeli t. 40. quarum nempe singulis pro basi sit octans sphaerici.

LXXXI.

Differentiae corporum inanum seu Vasorum numero feruntur aequales differentiis solidorum. Dantur enim 1. pyramides & conis excavati, ut calices & similia pocula, item cacumina turrium quarundam & pilei quidam. 2. prismata cava, ut capsae aquariae, cistae penuariae omnis generis. 3. Globi seu sphaerae velut exenteratae, quae orbes dicuntur. 4. Coni curvi simplices & compositi intus inanes, quas cupas & dolia nuncupare consuevimus. 5. Cy-

Cylindri cavi, ut modius, puteus, &c. Vide etiam
P. 279. astronom. Opt. Kepleri, ubi ostendit, quo-
modo ex mutuo complexu umbræ terrenæ & aëriæ,
nigrioris & dilutioris, per refractionem luminis,
existent cavitates Conicæ non unius formæ. No-
bis de figurarum differentiis ac generibus hæc di-
cta sufficiant.

GEOMETRIÆ ARI-
STOTELICÆ EX EU-
CLIDE SUPPLETÆ

Pars Secunda.

*De Ortu & proprietatibus
figurarum.*

THESIS I.

Superiore disputatione quandam quasi lustra-
tionem figurarum instituimus. Deinceps,
quibus natalibus stirps, unaquæque clueat,
quod ingenium, quæ indoles ejus, cognoscendum
erit.

II.

Ut autem in alijs rebus de minimis sæpè maxi-
ma nascuntur: sic universa hæc familia figurarum,
tam latè fusa, quippe totum occupans mundum,
tamen à contemptissimo initio ducit originem,
puncto nimirum.

III.

Punctum, *σημείον* vel *σημῆν, μονὰς ἐστὶ θεῖον ἕχθρον*,
i.e. Unitas est cum positione 1. d. anim. t. 68. vel ad-
huc brevius; *ἑστία θεῖος*, essentia positiva, cum è
contrario numerus *ἑστία* sit *ἄθετον*, essentia sine po-
sitione. 1. post. t. 178. & 186. 5. metaph. t. 12. 13. metaph.
1. 3. 6. 3.

f 2

4. Quam.

IV.

Quamvis autem magnitudinis omnis principium sit punctum; ipsum tamen magnitudinis planè expers est, ac proinde ἀμεγής καὶ ἀδιαίρετος, impartibile & individuum, jure ut mireris, cum à nihilo parum absit, quomodo magnitudinem producat.

V.

Compositione non producit, cum nulla sit pars magnitudinis. 4. phys. c. 107. Alias omnes lineæ commensurabiles forent: Tum additione puncti aufereret magnitudo. Atqui punctum puncto infinities aggetum, ne pulviculo quidem auctiorem magnitudinem reddit l. 6. phys. 1. & 2. 1. de gen. & int. c. 2 l. 3 cæli l. de lin. insecab. Ut igitur magnitudo fiat ex puncto, moveri fluereque punctum, & ut ita loquar, de loco in locum proficisci oportet.

VI.

Itaque ex motu fluxuque puncti magnitudinum genera prodeunt hoc ordine: ἢ σὺν μὲν κινήσει οὐκ ἔστι μὲν ποιεῖν, ἔστι μὲν δὲ κινήσει ἐπιπέδον 1. de anim. t. 68. ἔστι ἐπιπέδον κινήσει ἑλίκων τὰ σώματα 2. cæli t. 24. h. c. punctum fluens lineam gignit, puta genesi mathematica: linea verò extra suæ tractum longitudinis fluens in transversum, creat superficiem: superficies sursum deorsumve mota constituit molem solidam l. corpus.

VII.

Jam quod magnitudinem aliquam produxit, par est, ut eandem contineat, dividat ac terminet. Quo pacto punctum ὁρίσσει πῶς καὶ σὺν ἑσέτι καὶ διασέσει ἑσέτι, id est, definit quodammodo & continuat ac dividit longitudinem; longitudo superficiem, superficies corpus terminat, copulat, dividit, 4. phys. t. 105. & 106. 3. phys. t. 40. l. 1 de ort. & int. c. 2. l. præd. c. de quant. l. de lin. insecab.

8. Ita

VIII.

Ita quisque terminus suæ magnitudini partim, & actu, partim potentiâ inerit; actu in extremitate; potentiâ in medio: ibi finitè, hîc infinites. Nam cur non? Cum nulla sit pars magnitudinis à se terminatæ & ortæ. Punctum verò non in lineis duntaxat, sed etiam in superficiebus & corporibus inveniri clarum est, cum & hæc, lineâ mediante, ex se procrearit.

IX.

Quandoquidem autem figura, quædam quasi ratio est conformatioq; magnitudinis; idcirco sicuti motus magnitudinem facit, ita ratio motus faciet figuram. Aut enim linea recta, v. g. circini pedibus comprehensa, in orbem movetur, circa terminum suum alterutrum fixum, & fit circulus; quâ ex re linea talis ἡ ἐν κύκλῳ κίνησις, id est, circuli delineatrix dicitur in mech. quæ sit, aut utroq; sui termino libera, liberè & æqualiter fluit extra se & ad latus, fiuntque parallelogramma omnis generis, rectangula vel obliquangula, prout fluxus recto aut obliquo fit angulo, & vel æqualis est lineæ fluenti, vel inæqualis.

X.

Fluxus æqualis secundum rectos angulos producit quadratum: idem fluxus secundum angulos obliquos dat rhombum. Fluxus inæqualis ἄσῳ ἰσῳ, hoc est, ad rectos angulos, largitur ἑτερομήκεις & ad obliquos, rhomboides.

XI.

Ubi nota fluxum ad rectos angulos factum, quo vel quadratum vel rectangulum constituitur, geometris comprehensionem dici & magnam similitudinem habere cum multiplicatione arithmetica

ticā. Nam quod in multiplicatione hac duo sunt numeri factores; id in comprehensione sunt duo contermina latera circa parallelogrammum rectangulum. Quod ibi numerus multiplicando factus: hęc est parallelogrammum rectangulum, lateris alterius in alterum motu ductuque progenitum, h. 2. elem. Eucl. def. 1.

XII.

In eo est differentia, quod ex multiplicatione factus, ejusdem est generis & naturæ cum suis factoribus. V. g. 4. Unitatis per 3. unitates, faciunt 12. Unitates. At parallelogrammum rectangulum, comprehensione ortum, diversæ est speciei à suis continentibus lateribus, nec linea pedum E. gr. quatuor, in aliam trium pedum lineam recto angulo ducta, lineam facit 12. pedum, verum planitiam creat, pedum quadratorum 12. quorum quivis unum pedem longus sit & latus: Cujusmodi planities numeros planos dicimus, quod illis magnitudines planarum superficierum metiamur, & explicemus. i. post. r. 31. & 75.

XIII.

Quare sicuti planities rectangulæ duum sunt generum; oblongæ & quadratæ: ita & numerorum planorum quidam sunt oblongi sive ἰτερομήκεις, ut in allato exemplo, 12. est planus oblongus: quidam verò sunt quadrati seu æquilateri, quorum latus dicitur radix quadrata, ut si lineam bipedalem ducas in seipsam, vel æqualem ei, 4. erit numerus planus quadratus, & 2. radix illius. Arist. loc. cit.

XIV.

Jam quod reliquas figuras in planarum genere attinet, oriuntur illæ partim sectione parallelogrammarum, partim scitā compositione triangu-

gulorum, ex dissectis parallelogrammis ortarum.

XV.

Parallelogrammi sectio duobus fit modis. 1. κατὰ τὰς γωνίας καὶ σιωθέρεις, secundum angulos & commissuras suas, per lineam diagoniam. 2. κατὰ τὰς πλευράς, id est, secundum latera, s. 15. probl. 1. Priori sectione constituuntur omnis generis triangula, pro ratione parallelogrammi secti: Posteriori trapezia sive mensuræ variarum formarum, prout alio aliove modo instituitur sectio.

XVI.

Si rhombus aut quadratum diagonio fecetur, triangula æquilatera & æquicrura existunt: Scalena seu varia nascuntur ex dissectis rhomboidibus & oblongis: rectangula æquicrura, quadrati sectione sunt: non æquicrura, oblongi: Possunt quidem triangula formari quoque motu rectæ proportionally decrescentis interim, dum pertransit aliam rectam, ut ostenditur in princip. quæst. mech. Sed hic ortus illorum tantò posterior videtur, quanto longius à motu eiusmodi simplicissima æquabilitate recedit.

XVII.

Quod si rursus ejusdem vel diversarum formarum triangula, certo numero ac ratione, committas invicem & ceu coalesces, multangula, sui quæque generis, emergent. Ita sex triangula æqualia & æquilatera sexangulum componunt. Tria triangula, certis conditionibus affecta, pentagonum ordinatum congressu suo efficiunt, in cujusmodi conditionibus inveniendis pars non minima geometricæ facultatis firma est.

Cognito planarum figurarum ortu, non difficile est videre, quo pacto interveniente rursus illarum motu laterali, vel in rectam vel in orbem, proveniant solidæ figuræ.

XIX.

Primò n. semicirculus in orbem actus circa diametrum quiescentem, spheram seu globam producit: triangulus orthogonius, circa crus alterum recti anguli revolutus, describit conum: Nec dissimiliratione Cylinder efficitur, dum nimirum parallelogrammum circa latus suum unum & immotum, convertitur ac ceu fluit. Atque hæc linea, in dictorum corporum genesi quiescens, generatis fit axis. Eucl. I, II.

XX.

Quod si aut triangulum, aut parallelogrammum, aut ex polygonis unum, recto motu sursum deorsumve tendat, prismata nascentur omnis generis, rectangula, vel obliquangula, prout motus rectus fuerit aut obliquus.

XXI.

Si quadratum fluat angulo recto, ad intervallum lateri suo æquale, cubus oritur; sin aut quadratum eodem angulo fluat lateri suo inæqualiter, aut oblongum recte fluat, quocunque sanè intervallo, prodibit solidum oblongum. Rursus autem motus ejusmodi vim multiplicationis habet. Planus enim numerus ductus in numerum altitudinis sive intervalli, quo planities ferebatur ad constituendum prisma parallepidū, creat numerum solidum, ita dictum, quod eo soliditatis magnitudinem mensuremus & eloquamur, ut si planum 4 pedum quadratorum ducas in altitudinem 3 pedum simplicium, produceretur solidus inæquilaterus 12 pedum cubicorum, quorum quivis unum pedem longus, latus, & profundus sit. Sin idem pla-

planum 4. multiplices in altitudinem sibi æqualem, produceretur solidus æquilaterus 16. pedum. cubicorum, cujusmodi numeri æquilateri solidi, cubi quoque vocari solent, & latera illorum radicea cubica. 1. post. t. 60.

XXII.

Reliquæ figuræ solidæ tetraëdræ, & polyedræ, simplices aut mixtæ, partim sectione acquiruntur, partim compositione: E. gr. sector solidus excinditur è globo, quando radius, centro nexus, circulo circumducitur, qui minor sit maximo spheræ circulo. 2. meteor. 11. Sic viginti pyramides triangulæ, tetraëdræ paulo breviores & æquales invicem, basium suarum lateribus junctis complectuntur superficiem icosaedri, &c.

XXIII.

Alio quoque pulchriore & fortassè naturaliore modo figuræ oriuntur à puncto. Quando enim punctum, rectis numero infinitis, ex se quasi egreditur & fluit quaquaversum, ad quandam omnium egressum æqualitatem, spheræ gignitur. Ita punctum lucidum, radians orbiculariter, lucidam spheram circa se producit, & poma in arboribus ex parvo rudimento sphericè crescunt in molem notabilem. Quæ tanè genesis spheræ quodammodo inversa est illius, quæ terra, docente philosopho 1. 2. cœli c. 15. extitit rotunda.

XXIV.

Spheræ porrò genitæ planoque sectæ, sectio fit circulus. 3. meteor. 6. Dato circulo & spheræ dantur omnis generis planæ & solidæ figuræ rectilineæ, quatenus circulus & spheræ, diametris & axibus suis, determinant quantitates laterum & angulorum in figuris rectilineis, ut suo loco patebit.

XXV.

Sufficiant hæc in præsentia de ortu figurarum.

Consequens est, ut quibus singulæ species illarum proprietatibus polleant, consideretur. Nam proprietatum & affectionum explicatio pars est præcipua in quaque scientiâ, & utramque ferè paginam facit.

XXVI.

Diximus verò jam tum supra disput. præced. th. II. Omnes affectiones figurarum comprehendì posse tribus generibus. Quædam affectiones respiciunt structuram & ortum figurarum, ut primatus, τὸ πρῶτον: Quædam situs sunt aut situm insequuntur, ut 1. congruere ἐφαρμόττειν; 2. locum replere, συμπληρῆν τὸν τόπον; 3. parallelum aut similiter situm esse, παράλληλον ἢ ὁμοίως κείμενον εἶναι; 4. circumscribi & inscribi, περιγράφεσθαι καὶ ἐγγράφεισθαι: Quædam denique referuntur ad æqualitatem & inæqualitatem laterum, hedrarum, angulorum, spaciolorum, ambitus, aut rationum in figuris, tanquam species aut differentie illius, ut 1. æquiterminum, illiusque genera, æquilaterum & isoëdram, 2. æquiangulum 3. Ordinatam. 4. æqualem in specie dictam 5. isoperimetrum 6. symmetricum. 7. effabile. 8. simile. 9. reciprocum, τὸ ἀντιπρῶτον ὅς: tum his oppositæ differentie, inæquilaterum, anisoëdram, inordinatum, &c. Quorum nominum vis & significatio partim per se nota est, partim ulterioris explanationis indiget, priusquam dictas affectiones singulis figurarum generibus applicemus i. post. t. 77.

XXVII.

Ut igitur à postremâ classe affectionum ordiamur, æquiterminæ & æquiangulæ figuræ duobus modis dicuntur: per se & inter se. Figura sibi æquitermina & æquiangula est, cujus latera, hedræ, vel anguli omnes aut aliqui inter se sunt æquales. At figuræ inter se æquiterminæ & æquiangulæ

gulae sunt, quarum latera, hedrae vel anguli unius, aequantur lateribus, hedris aut angulis alterius, singula singulis. XXVIII.

Ordinata s. regularis figura est, quae terminorum aequalitatem conjungit aequalitati angulorum, hoc est, quae simul aequitermina est & aequiangula. Graece *παραγυρόν ἄνημος*.
XXIX.

Aequales figurae dicuntur, quarum *χωρεία*, hoc est, spacia (areas puta & moles) sunt aequalia, tametsi neque termini neque anguli sint aequales.
XXX.

Iso-perimetrae figurae sunt, quae habent aequales perimetros sive ambitus, ut maxime spacia comprehensa, aut latera vel hedrae, ex quibus ambitus conficiuntur, singulae singulis, sint in aequales.
XXXI.

Figurae Symmetrae seu commensurabiles sunt, quarum latera vel spacia recipiunt eandem mensuram communem, & se habent, ut numerus ad numerum; Siquidem, ut in arithmetis traditum fuit, omnes numeri per unitatem commensurabiles sunt invicem. l. de lin. insecab. & Pachym. in comm. Eucl. l. 10. pr. 5.
XXXII.

Sunt autem latera figurarum longitudine commensurabilia, etiam potentis commensurabilia, sed non contra; nisi potentiae laterum habeant se, ut quadratus numerus ad numerum quadratum, Eucl. l. 10. prop. 9. Potentia vero lineae idem est, quod quadratum ejus. Tantum enim linea posse dicitur, quantum est quadratum, quod in se ducta facit. 5. metaph. t. 17.
XXXIII.

Ut autem res omnis clarior evadat, addendum hic aliquid de mensura & conditionibus illius.

Mens.

Mensura est magnitudo minor majoris, quando minor secundum aliquem numerum sumpta, h. e. aliquoties composita sive repetita, adæquat majorem, ὡς ἐκ μὲν ἀφαιρέσεως μὲν δὲ προσθέσεως, id est, ut nec demendum nec adijciendum sit aliquid. 10. metaph. t. 3. & sic partis partiumve rationem habet ad majorem magnitudinem, quam mensurat.

XXXIV.

Conditiones ejus sunt. I. συγγενές εἶναι τῆς μετρεμένης, id est, esse ejusdem generis & naturæ cum re mensurabili. Ideo neque lineam punctis, neque superficiem lineis, nec corpus superficiebus metiri possumus aut solemus, cum hæc inter se naturis discrepent: Sed semper lineæ lineis, superficies vel areæ quadratis, corpora seu moles cubilicis metiendæ sunt, simile nempe simili, ut t. 11. & 20. patuit. 10. metaph. t. 4. §. metaph. t. 12.

XXXV.

Deinde mensura est ἐν τῷ ἀδιαίρετον καὶ ἐλάχιστον, aliquid unum indivisibile & minimum sc. genere & formâ, & quo pacto elementa naturalia dicuntur pars minima compositi, non autem magnitudine & numero. Ut enim mensuram sibi constare debeat, quoad speciem sive genus: Sic eandem subdivisam esse in partes minores, v. g. diametrum in semidiametros, pedem in uncias, &c. atque ita unam rem duobus aut pluribus mensurari, non modò non est novum aut absurdum, sed convenientissimum, usuque tritissimum; imò necessarium ad mensurandas res exiliores, t. 3. & 4. l. 10. metaph. l. 2. cælit. 28.

XXXVI.

Contra ad mensurandas res vastas & ingentes non modò non subdividi mensuram, sed etiam multiplicari & augeri convenit. E. gr. cælum &

caelestia intervalla potius terrenis semidiametris
 mensuraveris, quam miliaribus aut stadijs. Perticis
 & ulnis hic agere velle, esset τὰ τῶν πυγμαίων ἀγροί
 δὴναι κολοσσῶν ἐφαρμόζειν, ut est in proverbio, id est,
 pygmaeorum exuvias Colosso inducere.

XXXVII.

Prout igitur mensura est res simplex, æquabilis
 & uniformis, eatenus 3. prior est & notior re men-
 suratâ. Et quia posterius priore, compositum sim-
 plice noscimus, ideo 4. mensuræ hæc quoque ad-
 est vis & conditio, ut eâ perveniamus in cognitio-
 nem quanti, cognitumque certo numero, veluti
 conceptis verbis enunciemus. Numerus enim,
 secundum quem mensura definit quantum, est
 geometriæ pro sermone. R. gr. cum scio pedem con-
 stare duodecim pollicibus sive unciis, aut semidia-
 metrum terræ 860. miliaribus germanicis, novisse
 dicor & scire, quantus sit pes, quanta semidiameter
 terræ. loc. cit. & t. 5. l. 10. metaph.

XXXVIII.

Cum igitur alicujus figuræ ordinatæ latus, lon-
 gitudine, potentia, aut utroque modo commensu-
 rabile est alicui *ἰσοπέδισις ὁμοεία*. id est, rectæ pro-
 positæ & assumptæ, sive integræ sive distributæ in
 certas & æquales partibulas (*ῥητήν*, h. e. effabilem &
 scibilem artifices appellant) & ipsa *ῥητή*, hoc est, sci-
 bilis sive demonstrabilis & effabilis dicitur, nõ qui-
 dem *ῥητός* & positione, sed comparatione ad propo-
 sitam mensuram. Eucl. l. 11 Arist. & Pechyn. de lin.
 inseab.

XXXIX.

Contra figuræ ordinatæ, quarum neque latera
 neque potentia laterum mensuram propositam
 admittunt, dicuntur *ἄλογοι*, hoc est, ineffabiles &
 indemonstrabiles, & quidem simpliciter: Vulgò
 irrationales, minus aptè; cum ineffabiles multæ ra-
 tionibus tamen optimis continentur. loc. cit.

Inter simpliciter effabiles & ineffabiles, mediæ quasi loco, interjectæ sunt, quarum latera potentia sunt effabiles, longitudine autem ineffabiles, & in algebra surdi numeri vocantur; numeri quidem respectu potentia, certo numero expressibiles; surdi verò ratione lateris, cujus longitudo non est effabilis certo & integro numero, quia numerus potentia non est numerus quadratus. Quare nec radicem habet, quâ longitudo lateris indicetur præcisè, & ceu audiatur. Præcisè inquam; Siquidem *πλευρῶν ἀλόγων ἔχουσα* audiri nil impedit: ac semper unus altero propius accesserit explicatione suâ ad veritatem hujus radicis: Veritatem ipsam nemo dederit, nemo attigerit.

Similis figuræ (ut primæ classis affectiones tandem absolvamus) vocantur, *ὅν ἴσται γωνίας καὶ αἱ πλευρῶν ἀλόγων ἔχουσα*, id est, quorum æquales anguli & latera proportionalia sunt. 2. post. t. 96. Debet autem proportio in illis inveniri lateribus, quæ sunt circa æquales angulos. In circulis similia segmenta peculiariter dicuntur, quæ capiunt angulos æquales. Eucl. 1.3.

Figuræ reciprocae sive retaliatae, *ἄλληλα ἀπεναντιότα* sunt, cum in utrâque figurâ, antecedentes & consequentes rationum termini fuerint, hoc est, quando termini binarum rationum æqualium ita distributi sunt figuris, ut in utrâque inveniatur antecedens unius rationis & consequens alterius. E. gr. sint duæ figuræ, utraque 12. ped. quadr. prima sub lateribus 3-4. altera sub lateribus 2-6. sint quæ rationes æquales 4-6. & 2-3. manifestum est, utramque figuram penes se, habere terminum antecedentem unius rationis & consequentem alterius, ideoque reciprocas inter se dicendas.

XLIII.

Quod secundæ classis affectiones attinet, congruæ figuræ sunt, quæ sibi applicatæ nec excedunt nec exceduntur, ullâ in parte, adeoque sunt æquales Eucl. l. 1. Tales sunt omnes æquiterminæ simul & æquiangulæ. Keplerus congruas quoque de illis accipit, quæ locum replent.

XLIV.

Locum replere dicuntur, quarum conjunctarum anguli sic ad punctum unum concurrunt, nullus ut hiatus relinquatur inter latera vel hedras: id quod fit in plano, quando anguli juncti quator rectos præcisè efficiunt: Et in solido, cum juncti anguli solidi octo rectos æquant. 3. cæli t. 66.

XLV.

Quid parallelæ sint figuræ, vox ipsa indicat, nimirum lateribus aut hedris suis æquidistantes invicem. Similiter autem sitæ sunt, quando similes & proportionales termini simili situ respondent v. g. bases simul aut infra sunt aut supra, ad dextram vel sinistram. Eucl. l. 6. pr. 17.

XLVI.

Afferuntur invicem figuræ, quando anguli omnes & singuli unius constituuntur in lateribus aut hedris alterius, & contra. Illa igitur, quæ hoc modo constituitur in alterâ, dicitur inscribi: quæ comprehendit inscriptam, circumscribi. Nonnunquam figuræ etiam secundum solos angulos ascribuntur sibi. v. g. triangulum sexangulæ. Eucl. l. 1.

XLVII.

Tandem primæ classis una est affectio, primatus scilicet. Prima autem figura dicitur, quæ vel ortu præcedit, aut structurâ simplicior est, aut mensurat alias. Structuram accipio penes laterum
numeros

numerum, ita ut paucioribus lateribus præditæ figuræ simplicior sit structura; pluribus, compositior.

XLVIII.

Quid singula vocabula significant, ex his perspicuum arbitror: Videndum porrò, quænam dictarum affectionum & proprietatum cuique figuræ & cur insint, quoad ejus breviter & clarè fieri potest.

XLIX.

Omnibus & singulis triangulis, cujuscunque speciei aut formæ, primò & per se inest, & quâ triangulis, δύο ἔχεν γωνίας ὀρθὰς, id est, habere duos rectos angulos, hoc est, tribus suis angulis, conjunctis invicem, duos rectos æquare. Quâ propositione nulla famosior per totam philosophiam Aristotelis, nulla ei frequentior in ore, imprimis autem in logicis & metaphysicis, nominatim l. 1. post. t. 37. 41. 163. 170. l. 2. top. c. 3. l. 1. Sophist. c. 6. &c.

L.

Ratio propositionis est, quoniam tres anguli trianguli tribus ad idem punctum, & ad eandem rectæ partem constitutis, angulis æquantur: id quod illic manifestum erit describenti, εἰ ἀντικεῖται τὴν πλευρὰν, id est, si quæ ad latus est recta educatur & spacium dividatur, ut philosophus loquitur 9. metaph. t. 20. hoc est, si producto continuatoque aliquo trianguli latere, ex puncto vel initio productionis trahatur recta, quæ adverso trianguli lateri parallela sit.

LI.

Hoc enim factò, tres existent anguli, ad idem punctum productionis, & super eandem rectam collocati, eam nempe, quam latus & productio lateris, in directum facta, componunt: Unus quidem, qui

qui communis est triangulo; alter & huic proximus secundo trianguli angulo alternus; tertius & reliquus reliquo trianguli angulo, respectu parallelarum, *ἄλλοις καὶ ἀντιθέτοις* externè & contrariè situs.

LII.

Cum igitur supra demonstratum fuerit, tales tres angulos *ἐκ τοῦ αὐτοῦ σημείου*, id est, eodem puncto, ad eisdem rectæ latus, circumjectos, non nisi duos rectos efficere, etiam de tribus trianguli angulis hoc obtineat necesse est. Atque hinc apparet, 1. in nullo triangulo plus uno recto vel obtuso esse posse. Nam si duo forent, tertius & reliquus angulus duobus rectis supernumerarius esset, quod fieri non posse, modo ostensum fuit.

LIII.

2. Eiusdem *κατασκευῆς*, id est, constructionis seu descriptionis ope cernitur, angulum trianguli extrinsecum, alicujus lateris productione oriundum, æquare duos trianguli internos, simul sumptos, eos puta, qui opponuntur externo, nec ei deinceps siti sunt. Eucl. I. 1. prop. 32.

LIV.

3. Quia & hoc hinc scimus, inquit philosophus I. 15. probl. 4. pluribus lineis, ex eodem puncto ad eandem rectam junctis, eam, quæ est perpendicularis, esse brevissimam omnium & huic vicinam, majorem esse remotiore & sic consequenter.

LV.

4. In quocunque triangulo *τῆς μεγέθους ἰσότητος*, id est, majoris anguli majorem basin vel subtentam esse, & philosophus meminit. 3. meteor. 6. & quodammodo ex se manifestum est. Ostenditur tamen ab Euclide I. 1. prop. 19. à posteriore.

LVI.

Ex hoc autem rursus efficitur, aucta minutave basi, cruribus vero iisdem manentibus, augeri minuique angulum crurum, & contra angulo crescente vel decrescente, basin anguli similiter crescere & decrescere, dummodo cruribus quantitas una eademque maneat. Eucl. I. prop. 24. & 25.

LVII.

Nec dissimilem ob causam, duorum triangulorum æquibasiarum, id, quod brevioribus cruribus insitit, adeoque humilior est altero, angulum crurum majorem habet altero triangulo, quod altius est, & longioribus cruribus præditum. Contra duorum triangulorum æquibasiarum, quod est cruribus minoribus, majus est angulo crurum, quod majoribus, minus: ut ita in ejusmodi triangulis crura & anguli se reciprocè habeant, Eucl. I. prop. 21.

LVIII.

Triangulorum uno angulo æquiangulorum, crurum autem inæqualium, quod est majus uno vel utroque crure, majus est basi anguli, & contra. Arist. I. 15. probl. 4.

LIX.

Quod si non tantum angulus unus, verum etiam crura hujus anguli, in triangulo quopiam, æqualia sint uni angulo, & cruribus ejus, in triangulo altero, etiam basin basi, & reliquos angulos reliquis, unum uni, & alterum alteri, & per consequens, totum triangulum toti triangulo congruere & æquari, ex iisdem principijs & necessarium est, & consideranti perspicuum. Arist. 3. meteor. 3. Eucl. I. prop. 4.

LX.

Contra si duo anguli cum intercepto vel adja-
cente crure unius trianguli, æquales sint duobus
angulis, cum his itidem intercepto vel adjacentem
crure alterius trianguli, unus uni, alterque alteri,
necesse est, ut triangula talia etiam reliquis binis
lateribus, & reliquo angulo, & sic totaliter congrua
sint & æqualia, Eucl. I. pr. 26.

LXI.

Triangula æquiangula τὰς ἐπι τὴν αὐτὴν γωνίας
πλευρὰς ἀλόγως ἔχουσι, id est, latera circa eundem
seu æquales angulos (tribus verbis, crura æqualium
angulorum) habent proportionalia, & contra tri-
angula proportionalia cruribus sunt æquiangula.
3. meteor. 6. l. de memor. & reminif. c. 3. Eucl. I. 6. pr.
4. Sumantur duo triangula æquiangula ex classe
rectangulorum. Erunt, sicuti crura recti ad se invi-
cem & ad basin in uno triangulo; sic in altero: id
quod demissa, ex angulo recto in basin ejus, bise-
ctrice anguli, & a fine basis excitata contra bise-
ctricem parallelam rectam, & ad hanc parallelam pro-
longato crure altero, facile patescit, dummodò
præscias ex 3. propos. I. 6. Eucl. bisectricem angulæ
in triangulo secare basin ratione crurum & con-
tra. Deductio totius demonstrationis videatur
apud Euclidem. Satis de generalibus proprietati-
bus triangulorum ad usum compendij. Sequitur
de singulorum proprietatibus in specie.

LXII.

In omni triangulo æquilatere & æquicruro
ἢ καθεύθει ἐπὶ μέσην πῆλη, id est, perpendicularis,
à vertice anguli crurum æqualium, super mediam
basin incidit, intra triangulum se recipiens. l. de
lin. insecab.

LXIII.

Omne triangulum æquilaterum est æquiangu-
lum & contra: atque ita omnia triangula æquila-
tera sunt ordinata.

LXIV.

Trianguli æquilateri angulus valet duas tertias
unius recti. Nam pars tertia de duobus rectis, qui-
bus tres anguli trianguli æquivalent, sunt duæ ter-
tiæ unius recti.

LXV.

Propterea sex triangula æquilatera & æqualia
compleunt locum planum, & hexagonum ordina-
tum componunt. Nam duæ tertie unius recti, qui-
bus unus angulus trigoni æquilateri valet, sexies
sumtæ, sunt duodecim tertie, hoc est, recti quatuor.
l. 3. cæli t. 66.

LXVI.

Triangulum isosceles habet æquales angulos
in basi & sub basi. Rem ita se habere demonstrat
philosophus l. prior. c. 24. hoc principio adhibito;
Anguli ejusdem vel æqualium segmentorum cir-
culi sunt æquales. Itaque circulo ex vertice talis
trianguli, tanquam ex centro, intervallo crurum
æqualium descripto, ac proinde basi trianguli
dissecante circulum in segmenta duo, majus ac
minus, sic argumentatur: Differentiæ binorum
æqualium angulorum sunt æquales, per ax. com.
Anguli in basi trianguli æquicruri sunt binorum
æqualium angulorum segmenti minoris, differen-
tiæ à binis æqualibus angulis duorum æqualium
semicirculorum. E. sunt æquales.

LXVII.

Jam protractis cruribus, etiam qui sub basin
cadunt, anguli sunt æquales, quoniam duobus æ-
qua-

ARISTOTELICA.

99

qualibus supra basin deinceps siti sunt. Et tantum
etiam de æquilateris & æquicruris generatim ac-
ceptis.

LXVIII.

In triangulo rectangulo æquicruro, uterque
ad basin angulus est dimidius recti. Nam quia si-
mul sumti unum rectum efficiunt, per $\theta. 38.$ & verò
per $\theta. 52.$ sunt æquales invicem, erit ergò uterque
unius recti semissis.

LXIX.

In triangulo rectangulo perpendicularis ab an-
gulo recto in basin, dividit triangulum in duo
triangula, similia toti & inter se Euclid. l. 6. prop. 8.
Ac propterea non tantum perpendicularis ejus-
modi medio loco proportionalis est inter segmen-
ta basis, ut sit, quemadmodum segmentum minus
ad perpendicularem, sic perpendicularis ad seg-
mentum majus & contra: Sed etiam crus utrum-
libet trianguli totius (quod dissectatur à perpendi-
culari) est medium analogicum seu geometricum,
inter basin & basis segmentum conterminum, h. e.
sicuti basis ad crus majus, ita hoc crus ad segmen-
tum majus.

LXX.

Τῶν ὀρθογωνίων τετραγώνων ὑπολείποντα δυναμῶν ἐστὶ
τὰ σκέλη ἀμφοῶ, id est, triangulorum rectangulo-
rum subtensa potest crura simul sumta Arist. l. de
incess. anim. c. 7. Eucl. l. 1. prop. penult. Hanc pro-
prietatem trianguli, inventor Pythagoras adum-
bravit his numeris, 3. 4. 5. tribuendo cruribus 3. & 4.
basi autem 5. Sic enim à 3. & 4. quadrata, hoc est, 9.
& 16. simul sumta, hoc est, 25. sunt æqualia quadra-
to à basi 5.

LXXI.

Manat hæc proprietas ab antecedente. Nam quia crus utrumlibet medio loco proportionale est inter segmenta basis, in quæ basis dividitur à perpendiculari anguli recti. E. quadratum uniuscujusq; cruris æquale est oblongo, comprehenso à segmento sibi contermino & à basi. Siquidem datis, ut hoc loco, tribus continèe proportionalibus terminis, quadratum à termino medio æquatur oblongo extremorum, ut in numeris, sic in magnitudinibus. Jam oblonga hæc duo simul sumta æqualia sunt quadrato basis, partes simul omnes toti. Ergò etiam quadrata crurum, hisce oblongis æqualia, quadrato basis erunt æqualia, *utiq; eorū dicitur.*

LXXII.

In triangulo itaque rectangulo æquicruro hypotenusa poterit duplum utriuslibet cruris; & contra, crus utrumlibet potest dimidium hypotenuse,

LXXIII.

Figuris plurium, quàm trium laterum & angulorum commune est, summam suorum interiorum angulorum omnium æquare bis tot rectis, si-ve ut clariùs dicam, tot rectorum angulorum partibus, in quot numero triangula figura resolvitur. E.g. quadrangula bis binis æquat, quoniam in duo triangula resolvitur, quinquangula ter binis, quia in tria, &c.

LXXIV.

Ex quo rursus efficitur, ut omnes anguli exteriori figure, ex triangulis compositæ, quotquot laterum productionibus, versus eandem partem factis, emergunt, in unam summam collecti non nisi quatuor rectis valeant, quotcunque tandem figura sit laterum. Competere hanc proprietatem *cate.*

ceteris figuris per & propter triangula elementaria, in quæ dissolvuntur, asserit philosophus 1. post. l. 43. & 1. magn. moral. c. 10. & diagramma convenienter exaratum ad oculum monstrat.

LXXV.

Parallelogramma sunt dupla triangulorum æquibasiorum & æque altorum; & hæc simpla sunt vel dimidia illorum, ut ostendit triangulorum ortus ex parallelogrammâ, diagonio sectis, de quo supra; Ubi cavendum, ne altitudinem figuræ accipias penes latus ejus, nisi cum est rectangula, sed penes rectam, à vertice figuræ perpendicularem in basin, aut productionem basis. Eucl. l. 1. prop. 41. l. 6. def. 4.

LXXVI.

Parallelogramma æquæ alta sunt, ut bases; & contra æquibasia sunt, ut altitudines. Nam si numerus idem duos aut plures numeros multiplicet, basis altitudines, aut altitudo bases, facti sunt proportionales multiplicatis. Eucl. l. 6. prop. 1. l. 1. prop. 35. & 36.

LXXVII.

Quia verò triangula dimidia sunt parallelogrammorum, ut modò didicimus, etiam triangula æque alta erunt in basium ratione; & contra æquibasia erunt in ratione altitudinum. Eucl. l. 6. prop. 1. l. 1. prop. 37. & seqq. Partes enim similes sunt in ratione totorum. pr. 15. l. 5. Eucl.

LXXVIII.

Parallelogramma, & per consequens, triangula æqualia & uno angulo æquiangularia, habent crura æqualis anguli reciprocè proportionalis, & contra. E. gr. Si dnum parallelogrammorum æqualium, unum contineatur à lateribus 3. 4. reliquum à lateribus 2. 6. erunt sicuti 3. ad 2. ita 6. ad 4.

8 4

vel

vel ut 3. ad 6, ita 2. ad 4, & sic in utroque inveni-
entur antecedentes & consequentes termini. Qua-
re sunt reciproca invicem: Eucl. l. 6. pr. 16. & 15.

LXXIX.

Parallelogramma æquiangula sunt in ratione
composita ex cruribus æqualis anguli, sive ex ra-
tionibus crurum. Ut si unius crura sint 2. & 3; alte-
rius 3. & 4. compone rationem 2-3. rationi 3-4. uti
didicisti in arithmeticeis; efficies rationem 6-12.
sive 1. 2. In hac inquam ratione sunt dicta paralle-
logramma, hoc est, prius est dimidium posterioris.
Eucl. l. 6. pr. 23. i. phys. t. 66.

LXXX.

Diagonalia suo parallelogrammo toti, & inter
se, similia sunt & similiter sita v. g. si totum paralle-
logrammum est quadratæ formæ, etiam diagonale
utrumque quadratum est: & si totius parallelo-
grammi latus longius erectum est, etiam diagona-
lium latus erit longius erectum. Eucl. l. 6. pr. 24.
Arist. l. quest. mech. c. 2.

LXXXI.

Complementa parallelogrammi sunt æqualia.
Sunt enim differentia binorum triangulorum
æqualium, quibus diagonalia constant, à binis
triangulis æqualibus, in quæ totum parallelo-
grammum, diagonio mediante, dividitur. Eucl. l. 1.
prop. 43.

LXXXII.

Quatuor parallelogramma rectangula locum
complent, & planitiem sternunt. l. 3. cæli. t. 66.

LXXXIII.

Si sint duæ rectæ, (una 3. altera 4. pedum:) Una
(ut 4.) secta, (in 2. & 2.) altera (3.) insecta; rectangu-
la (6. & 6.) è tota (3.) & segmentis (2. & 2.) alterius,
(4.) æquan-

(4.) æquantur rectangulo (12.) ex utraque totâ
(3. & 4.) Ideoque rectangula (8. & 8.) sub totâ (4.) &
segmentis ejus (2. & 2.) æquantur quadrato (16.) to-
tius (4.) partes scilicet simul omnes suo toti. Eucl.
l. 2. prop. 1. & 2.

LXXXIV.

Si recta (8.) secta fuerit in duo segmenta, (3. & 5.)
rectangulum (24.) sub totâ (8.) & segmento alteru-
tro, (3.) æquatur rectangulo (15.) segmentorum,
(3. & 5.) & dicti segmenti (3.) quadrato, (9.) simul
sumtis, utpote prioris rectanguli partibus. Eucl. l. 2.
prop. 3.

LXXXV.

Si recta linea (10. pedum e.g.) utlibet secetur, (pu-
tâ in 2. & 8.) quadrata (4. & 64.) segmentorum (2.
& 8.) & rectangula bis comprehensa sub segmentis
illis, (hoc est, 16. bis sumta, hoc est, 32.) simul omnia,
(hoc est, 100.) æqualia sunt quadrato totius rectæ
(100.) rursus partes omnes toti suo. Eucl. l. 2.
prop. 4. Hinc si recta bisecetur v. g. diameter in
duos radios tota poterit quadruplum dimidij.

LXXXVI.

Observandum, h. e. contineri in hac propositio-
ne methodum & fundamenta extrahendi radicem
quadrata ex quadrato numero, vel ut loquuntur
artifices, resolvendi latus quadrati. Nam propter
ea punctamus alternis quadratum numerum, ut
quotnam quadrata particularia, & rectangulorum
paria in se comprehendat, sciamus: nempe, quot
sunt notæ punctatæ, tot quadrata continet; quot
autem intermedia notæ, tot rectangulorum pari-
bus constat. Eandem ob causam toties duplamus
radicis notas prius inventas, quoties operatio re-
petitur.

LXXXVII.

Si recta linea (10. pedum v. g.) bis secetur, semel

g s

per

per æqualia (in 5. & 5.) iterumque per inæqualia, (in 8. & 2.) quadratum (25.) bisegmenti (5.) majus est quadrato intersegmenti, (9. à 3.) rectangulo segmentorum inæqualium, (16. ab 8. per 2.) adeoque gnomone, quem quadratum bisegmenti (25.) circumscribit quadrato intersegmenti (9.) Demonstratio linearis non nisi schema requirit, ut & in seqq. Eucl. 2. pr. 5.

LXXXVIII.

Si recta bisecta (v. g. 10. in 5. & 5.) continuetur, (puta pedibus 2.) quadratum (49.) rectæ, ex bisegmento & continuatione compositæ, (hoc est, 7. ex 5. & 2.) majus est quadrato bisegmenti, (25. à 5.) rectangulo ex continuatâ & continuatione (24. à 12. per 2.) hoc est, gnomone, quem compositæ quadratum (49.) circumscribit quadrato bisegmenti (25.) Eucl. 1. 2. pr. 6.

LXXXIX.

Si recta secetur in duo segmenta, (5. in 2. & 3.) quadrata totius & segmenti alterius, (29. à 5. & 4. à 2.) simul sumta, (hoc est, 29.) æqualia sunt quadrato segmenti reliqui, (9. à 3.) unâ cum duplici rectangulo sub totâ & segmento priore, (hoc est, bis 10. à 5. per 2. hoc est, 20.) Nam 20. & 9. etiam sunt 29. Eucl. 1. 2. p. 7.

XC.

Si recta secetur, semel per æqualia, iterumque per inæqualia (v. g. linea 5. ped. in 5. & 5. rursumq. in 8. & 2.) quadrata segmentorum inæqualium simul (64. & 4. ab 8. & 2. hoc est, 68.) duplicia sunt quadratorum bisegmenti & intersegmenti simul amborum (hoc est, 15. à 5. & 9. à 3. hoc est, 34.) Eucl. 1. 2. pr. 9.

XCI.

Si recta bisecta continuetur, (v. g. 10. in 5. & 5. duobus pedibus producatur) quadrata continuatæ &

con

continuationis simul sumta, (144. d. 12. & 4. d. 2. hoc est, 148.) duplicia sunt quadratorum bisegmenta, & rectæ ex bisegmento & continuatione compositæ, simul amborum (25. d. 5. & 49. d. 7. hoc est, 74.) Eucl. l. 2. p. 10.

XCII.

Ex his propositionibus, ut & l. 61. ostenditur, quomodo potentia crurum anguli obtusi vel acuti, (in triangulis obtusangulis vel acutangulis,) se habeant ad potentiam basis angulo subtensæ; quod nimirum basis obtusi plus possit cruribus, duplici rectangulo ex altero crure, & continuatione ejus, ad verticem perpendicularem: acuti verò basis cruribus minus possit, duplici rectangulo ex altero crure & segmento ejus, ab angulo acuto, ad perpendicularem verticis. Eucl. l. 2. p. 12. & 13.

XCIII.

Τῶν τετραγώνων ἀσύμμετρον ἡ πλευρὰ τῆς ἀγμέτρου, id est, costa seu latus quadratorum est incommensurabile diametro, intellige longitudine, non potentia. Nam secundum potentiam τὸ ἀπὸ τῆς ἀγμέτρου χωρίου διπλάσιον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς πλευρᾶς. id est, spacium quadratum à diametro, duplum est quadrati à latere. de lin. insecab. idque propterea, quia diameter quadrati est communis hypotenusa duorum triangulorum orthogoniorum, ex divisione quadrati resultantium, cujusmodi triangulorum hypotenusas latus utrumlibet bis posse l. 72. audivimus.

XCIV.

Quod autem fieri nequeat, ut diameter ad costam quadrati se habeat, sicuti numerus ad numerum, non tantum infinitis locis philosophus inculcat, l. 2. prior. c. 8. l. 8. top. c. 12. l. metaph. cap. 1. Sed

Sed etiam l. prior. c. 23. & 29. exinde probat, quod alias paria æqualia fierent imparibus, quod absurdum.

XCV.

Ponendo enim, latus ad diametrum esse sicuti 3. ad 4. quadratum lateris 9. dimidium esse debet quadrati à diametro 16. per 0.70. & verò dimidium de 16. sunt 8. Essent E. 8. & 9. æqualia, paria imparibus, cum ejusdem dimidia sint æqualia per ax. comm. Idem eveniret, in quocunq; tandem alio numero latus ad diametrum esse ponatur. Non igitur costa ad diametrum est, ut numerus ad numerum, hoc est, illi est asymmetros. Ita demonstrationem hanc philosophi exponit Pachymerius in comm. super lin. insecabil.

XCVI.

Porro antequam ad figuras polygonas accedamus considerandus est circulus, in suis affectionibus, utpote *πολυγώνων πολυγωνιώει*, καὶ *πολυπλευρών πολυπλευρόει*. Harum autem affectionum alias inesse ipsi ratione linearum & angulorum, alias ratione spacij & per se, ex his manifestum fiet.

XCVII.

Si diameter bifecet inscriptam circulo, rectè h. e. ad rectos angulos sive perpendiculariter secat, & contra: Id quod inscriptæ terminis cum centro junctis, ex triangulorum inde existentium conformatione facile probaveris. Eucl. l. 3. pr. 3.

XC VIII.

Quia verò communis ratio docet, illas inscriptas à centro equaliter abesse, in quas ex centro cadunt perpendiculares æquales; Eucl. l. 3. def. 4. necesse est itaque inscriptas invicem æquari, quæ à centro
ab.

absunt æqualiter, & contra: Quandoquidem perpendicularares è centro in tales inscriptas, demissæ æquales sunt, ut rursus exigunt triangulorum rationes. Eucl. l. 3. pr. 4.

XCIX.

Tangens circulum in fine diametri, angulum rectum cum diametro, in puncto contactus, complectitur. Tangit autem, cum sic perstringit circulum, ut non secet. l. 3. def. 2. & pr. 16.

C.

Quandoquidem igitur *ὁ κύκλος ἔπιπέδου κατὰ σημῆν ἀπτεται*, id est, circulus planum non nisi puncto tangit, quæst. mech. 8. & 1. de anim. Eucl. l. 3. p. 13. & 16. consequitur, ut angulus contactus (ita dicitur, quem linea tangens & convexum circuli comprehendunt) quovis acuto rectilineo sit acutior & minor: & contra angulus semicirculi quovis acuto rectilineo sit major, utpote complementum anguli contractus ad unum rectum. Eucl. l. cit.

CI.

Si binæ rectæ à diversis punctis tetigerint hinc inde circulum, quæ à longinquo veniunt puncto, majorem arcum intercipiunt, quam quæ à propiore.

CII.

Angulos ejusdem vel æqualium segmentorum æquales esse, tantum non spontè conceditur; ut nec illud probatione multâ indiget, segmenta similia sive in eadem, sive in æqualibus basibus, esse æqualia. Eucl. l. 3. pr. 24.

CIII.

Minus evidens est, nunquid angulus in semicirculo sit rectus. Probatum autem à philosopho 2. post. t. 9. & 49. metaph. t. 20. hoc modo: Dividat radius

dius angulum in duas partes, erit pars utraque dimidium anguli sibi ad centrum permutatum sibi, hoc est, pars dextra dimidium sinistri anguli & sinistra dextri, ut ex triangulorum rationibus evincitur. Jam angulus simulaterque ad centrum, valet duobus rectis. E. anguli in semicirculo pars, simul utraque, hoc est, totus angulus est dimidium duum rectorum, & sic unus rectus.

CIV.

Pari ratione monstraveris, angulum in centro circuli duplum esse anguli ad circumferentiam, cum quo insistit in eandem basin. Idque tanto facilius confeceris, si dicti anguli utantur diametro circuli pro communi crure. Sic enim angulus in centro externus evadit ad duos internos, oppositos & æquales in triangulo, quod extirrit per hanc designationem. Horum autem internorum alter cum ad circumferentiam situs sit, angulus igitur ad centrum duplus est illius. Eucl. 1.3. pr. 20.

CV.

Jam uni eidemque angulo ad centrum, omnes in eodem segmento anguli, propter dictam causam sunt æquales. Omnes igitur in eodem segmento anguli inter se sunt æquales. Eucl. 1.3. pr. 21.

CVI.

Angulos in oppositis ejusdem circuli sectionibus, simul sumtos duos rectos efficere, partim consequens est dictis, partim oppositis angulis per rectas lineas connexis, perspicuum redditur, si quis triangulorum noverit rationes. Eucl. 1.3. pr. 22.

CVII.

Si duæ inscriptæ circulo secuerint se quomodo cunque, rectangulum è segmentis unius æquatur rectangulo è segmentis reliquæ inscriptæ, idque ad oculos conspicitur, quando se duæ diametri in

centro decussant ad angulos rectos, quod rectan-
gula inde orta consistit æqualibus semidiametris.
Eucl. 1.3. pr. 30.

CVIII.

Si duarum rectarum ab eodem puncto extra
circulum, una tangat, altera secet in concavum, re-
ctangulum sub totâ & exteriori segmento secan-
tis, æquale est quadrato tangentis: & contra, si est
æquale, reliqua tangit. Eucl. 1.3. p. 31.

CIX.

Anguli in centro vel peripheriâ circuli propor-
tionales sunt basibus suis, hoc est, arcibus, qui-
bus insistent: ideoque. 1. basibus his æqualibus,
etiam anguli sunt æquales & contra. s. 15. probl. 4.
2. Sicuti angulus in centro, ad quatuor rectos: sic
basis ejus ad totam circumferentiam, & contra:
sicuti quatuor recti in centro, ad partem aliquam
sui; Sic tota circumferentia ad partem circumfe-
rentiæ, parti de 4. angulis respondentem. Eucl. 1.6.
pr. ult.

CX.

Atque hinc est, quod angulos metiamur arcu-
bus peripheriæ, ex anguli apice, tanquam centro
descriptæ, tantumque dicamus angulum, quantum
arcus est subtensus illi. Ita rectus angulus partium
est 90. quoniam quadrans peripheriæ, illi subtен-
sus, est 90. partium talium, qualium toti periphe-
riæ tribuuntur 360.

CXI.

Omnes circuli inter se sunt similes, utentes dia-
metris, ut homologis lateribus, & circumferentijs,
ut angulis infinitis æqualibus. Esse enim circu-
lum figuræ infinitangulæ similem, jamdum supe-
riore disput. l. 54. ex Aristot. monitum fuit.

Hinc

Hinc et si arcus, quibus æquales anguli ad centrum
 circulorum inæqualium insistant, sibi sint inæ-
 quales, sunt tamen inter se similes, Arist. l. 2. cæli
 t. 47. Eucl. l. 3. def. 10.

CXII.

Peripheriæ circulorum sunt in ratione diame-
 trorum, quod Arist. 8. & 24. quæst. mech. sic reddidit.
 ἡ μείζων περιφέρεια πρὸς ἑλάσσονα, ὡς πρὸς Ἀρίστευς
 πρὸς Ἀρίστευον, id est, major circumferentia se ha-
 bet ad minorem, sicuti diameter ad diametrum. v. g.
 si diameter unius circuli dupla sit alterius, etiam
 circumferentia erit dupla.

CXIII.

Diameter circuli ad suam peripheriam Archi-
 medi est, sicuti 7. ad 22. paulò minus: quæ tamen
 ratio circulis mediocribus ad eorum sufficit di-
 mensionem. In vastis, ut cælestibus circulis, præ-
 stat ratio Ludolfiana, secundum quam diameter
 est ad suam circumferentiam, sicuti 10000. ad
 31416. ferè.

CXIV.

Quadratum diametri ferè est ad aream sive pla-
 num circuli sui, quemadmodum 14. ad 11. Hinc pla-
 na sive aræ circulares sunt, ut à diametris quadra-
 ta. Eucl. l. 12. p. 2.

CXV.

Satis de circulis. Adijciamus aliquid ex epitom.
 astron. Kepleri de ellipsis, quas compressos &
 ceu diminutos circulos esse supra ostendimus,
 quantum nempe ad institutionem elementarem
 requiritur.

CXVI.

I. Igitur binæ rectæ, una ex supero, altera ex
 infero foco ellipseos, ad quodcunque circumfe-
 rentiæ

rentiæ punctum ejectæ, & simul sumtæ, diametrum ellipseos longiorem æquant: Focos appello duo puncta in diametro longiore, ab illius medio puncto, quod est centrum figuræ, æquè remota, ex quibus descripta est ellipsis. Diameter autem longior dicitur, recta connectens ellipseos vertices: Cui diameter brevior, latitudinem ellipseos determinans, per medium ejus, ad angulos rectos incidit.

CXVII.

Si circulo, per utrumque verticem ellipseos, ex centro communi, descripto, applicentur ordine rectæ, quæ communi diametro ellipseos & circuli sint ad rectos angulos, circumferentia ellipseos omnes secabit in eadem ratione, eritque sicuti unus applicatæ vel inscriptæ segmentum minus, circulo & ellipsi interceptum, ad segmentum reliquum & majus; ita alterius applicatæ segmentum minus ad suum segmentum reliquum.

CXVIII.

Distantiâ foci à centro figuræ, medio loco proportionalis est inter diametrum brevior, & differentiam illius à diametro circuli per ellipseos vertices. Latitudinem lunulæ vocant hanc differentiam, quia definit maximam latitudinem spacij lunularis, ab utraque circuli & ellipseos semipheriâ inclusi.

CXIX.

Sicuti longior diameter ellipseos ad brevior, ita & planum circuli ad planum ellipseos, circulo inscriptæ, & quodvis circuli segmentum ad sibi correspondens segmentum ellipseos, quod nimirum ab eadem applicatâ rescinditur.

CXX.

Differentia linearum quarumvis ex centro ellipseos ad aliquod circumferentiæ punctum, à diametro

h

metro

metro brevior, minor est latitudine, quam spatium lunulare habet eo loco, quo dicta linea incidit.

CXXI.

His explicatis redeamus ad figuras rectilneas in quibus ordinatae excellunt. Est autem ordinatarum figurarum tam simplicium, hoc est, triangularem, quam compositarum ex triangulis, proprietatis insignis, quod circulo sint ascriptiles. 2. quod earum quaedam scibiles sint per radium circuli circumscripti, scientiam proximam vel remotam, quas ordine proferemus; quaedam sciri nequeant, ut septangulum, nonangulum, & ut summam dicam, quarum numerus laterum unus est ex primis numeris; haec inquam omnes, utut causam quantitatis indefinitae, circulo ascribantur; quia tamen neque primo, neque secundo, neque longitudine, neque potentia, diametro circuli commensurantur, ignorari illas; & in sola potentia materiae quantitativa deliteri necesse est.

CXXII.

Primo itaque latus hexagonicum aequale est radio circumscripti circuli. Nam quia hexagonum componitur sex triangulis aequilateris, quorum singula duobus radijs clauduntur, necesse est tertium latus, quod triangulis cum sexangulo commune est, etiam aequari radio. Alias non essent triangula aequilatera. Eucl. 1. 4. prop. 15.

CXXIII.

Ex hoc autem perspicuum evadit, angulum hexagonicum duplum esse trigonici aequilateri, & valere quatuor tertias unius recti, & per consequens tria sexangula ordinata complere locum. Nam quatuor tertiae, ter sumtae, sunt duodecim tertiae, hoc est, quatuor recti 3. caeli 1. 66.

CXXIV.

Latus trianguli æquilateri radium circumscripti circuli ter potest. Nam cum latere hexagonico sibi contermino semicirculum intercipit, eique rectum angulum inscribit. Ergò cum eodem hexagoni latere potest diametrum, angulo recto subtensam. Quia verò diameter quatuor radios potest per 0. 85. & latus hexagonicum unum radium per anteced. potest ergò trigonicum latus sine hexagonico, tres radios. Eucl. l. 13. p. 12.

CXXV.

Quandoquidem igitur diameter circuli potest ejusmodi partes quatuor, quales latus trianguli æquilateri inscripti tres solummodò, ex eo consequitur, ut diameter circuli potentiâ sesquitercius sit, ad latus dicti trianguli. 2. ut semidiameter biseccetur a latere trianguli.

CXXVI.

Hexagonum duplum est trigoni æquilateri sibi ab uno aliquo angulo & sic eidem circulo inscripti: id quod ilicò fit manifestum, tribus trianguli angulis cum centro junctis per tres rectas. Abit enim triangulum in alia tria triangula ternis sexanguli trigonis, inter hexagonum & trigonum æquilaterum intercedentibus, æqualia.

CXXVII.

Latus tetragonum bis potest radium circuli circumscripti. Complectitur enim una cum duobus radiis triangulum rectangulum. Ergò radios, utpote crura recti anguli, simul potest & sic bis utrumque; Et propterea latus quadrati inscripti est medium proportionale inter diametrum & radium circumscribentis circuli. Ipsum autem quadratum inscriptum est dimidium circumscripti. Eucl. l. 4. prop. 6.

CXXVIII.

Latus decagoni est majus segmentum radij in circulo circumscripto; radij, inquam, ἀκρον καὶ μέσσαν λόγον, id est, extremā & mediā ratione; uno verbo, proportionaliter secti, ex. 9. p. l. 13. Eucl. Quare de hoc genere sectionis in præsentia paulò pluribus agendum.

CXXIX.

Secari dicitur aliqua recta secundum extremam mediamque rationem, quando ita inciditur ut sit quemadmodum tota ad segmentum majus, sic porro segmentum hoc majus ad segmentum minus, hoc est, quando tota & segmenta ejus sunt in proportione continua. Eucl. l. 6. def. 3. Secabitur autem hoc modo, si & ipsa & dimidium illius conterminentur angulo recto, & basis vel subtensa recti comparetur ad dimidium. Excessus enim basis supra dimidium rectæ secandæ, est majus segmentum quæsitum. Eucl. l. 2. p. 11. & l. 6. pr. 30.

CXXX.

Si proportionaliter sectæ adjungatur pars major, tota composita proportionaliter secta erit, & quæ prius erat pars major, jam pars minor compositæ futura est; quæ tota prius, nunc fiet pars major compositæ. Ita si ex majore segmento refecetur minus, majus segmentum rursus erit proportionaliter divisum, fietque majus segmentum, quod erat antea minus; & quod antea segmentum majus erat, nunc succedet in locum totius. Eucl. l. 13. pr. 5.

CXXXI.

Quandoquidem ergò duo termini minores hujus proportionis continuæ, additione vel subtractione suâ constituunt tertium, ac semper duo proximi, juncti vel ablati, immediatè sequentem efficiunt,

sciunt, vel in infinitum usque: idcirco propter hanc admirabilem proprietatem, quæ infinitatis vim habet, sectio proportionalis divina quoque & secunda dici consuevit, quod in eâ generationis infinitæ idea sit, quâ pater filium, filius alium, & sic deinceps sine intermissione propagat, quisque sibi similem.

CXXXII.

Majus segmentum proportionaliter sectæ, continuatum dimidio totius, quinquies potest hoc dimidium. Et minus segmentum dimidio majoris autem etiam quinquies potest hoc dimidium. Totam denique & minus segmentum, junctis potentiis, possunt triplum majoris. Eucl. I. 13. p. 1. 3. & 4.

CXXXIII.

Si tota proportionaliter secta sit effabilis, aut certo numero definita, segmenta inter se & ad eam sunt asymmetra & ἀλογα, ineffabilia; & vocantur Apotomæ. Eaque causa est, cur hujus sectionis perfectum exemplum præstari nequeat in numeris; etsi quo longius progredimur ab unitate, hoc exemplum fiat perfectus. Finge. e. g. totius 3. segmenta proportionalia esse 1. & 2. Hic 1. 2. 3. non sunt planè in continuâ proportionem, quia rectangulum extremorum, quod est 3, deficit à quadrato medij 4. unitate. Adde 2. & 3. segmentum majus & totum, pro comparando novo termino proportionis 5. rursus rectangulum 10. à duob. extremis 2. & 5. comprehensum unitate minus est quadrato 9. medij 3. etsi hæc differentia minus sentiatur inter 9. & 10. quàm prius inter 3. & 4. Est enim non nisi pars decima totius, cum prius esset pars tertia: Minor autem decima, quàm tertia pars. Eucl. I. 13. pr. 6.

CXXXIV.

Si duæ rectæ subtendant duos deinceps angulos pentagoni ordinati, se proportionaliter intersectant, & majora segmenta æqualia sunt lateribus pentagoni. Eucl. l. 13. p. 8

CXXXV.

Si super minore segmento rectæ proportionaliter sectæ, extruatur triangulum æquicrurum, cruribus toti sectæ æqualibus, uterque angulus ad basin talis trianguli, duplus erit anguli ad verticem: Et basis hujus trianguli, erit latus quinquanguli ordinati circulo cum triangulo inscripti. Eucl. l. 4. p. 10. & 11.

CXXXVI.

Latus pentagoni ordinati in circulo potest radii & radij proportionaliter secti partem majorem, adeoque latus decagoni & hexagoni in eodem circulo. Eucl. l. 13. p. 10. Longitudine verò est *ἄλογον*, irrationale sive ineffabile per radii. p. 11. ejusd. lib.

CXXXVII.

Latus pentagoni ordinati & subtensa anguli, junctis potentijs, possunt quintuplum radij, sive lateris hexagonici, in eodem circulo.

CXXXVIII.

Latera sexanguli & quadrati, ab eodem puncto ejusdem circumferentiæ inscripta, intercipiunt partem circumferentiæ duodecimam, ut & latera quadrati & trianguli. Nam differentia sextæ & quartæ partis, itemque quartæ & tertie, utrinque totius pars est duodecima. At latera sexanguli & quinquanguli, eodem modo inscripta, intercipiunt tricesimam partem, quia una sexta ex una quinta subtracta relinquit unam tricesimam. Denique triangulum & quinquangulum eidem circulo ab eodem puncto inscripta, basibus suis decimam

nam quintam partem circumferentiæ intercipiunt. Nam una tertia ex duabus quintis relinquit unam decimam quintam. Eucl. l. 4. p. 16.

CXXXIX.

Latus stellæ pentagonicæ ordinatæ componitur ex latere quinquanguli, & majore segmento lateris proportionaliter secti, subtenditque duas quintas circumferentiæ. Octogonicæ verò stellæ latus tres octavas circumferentiæ subtendit, & cum latere octanguli potest diametrum circuli.

CXXXX.

Rectangulum à perpendiculari ex centro in latus multanguli ordinati, & dimidio perimetri comprehensum est area multanguli. Nam quot latera multanguli, tot in eo triangula æqualia & æque-alta verticibus commissa in centro, quorum quodvis arcum habet contentam sub eadem perpendiculari, altitudinem definiente, & dimidio latere multanguli tanquam basi. Atqui semiperimeter figuræ est summa laterum dimidiorum.

CXXXXI.

Inter binas figuras ordinatas similes, quarum una inscripta, altera circumscripta sit uni circulo, tertia quæpiam, quæ nimirum sub duplo numero laterum eidem inscribitur, medio loco est proportionalis. Ita octogonum est medium geometricum inter quadratum circumscriptum & inscriptum; ita sexagonum inter trigona; decagonum inter pentagona, &c.

CXLII.

Figuræ planæ similes sunt in duplicata ratione homologorum laterum, hoc est, sunt ut quadrata suarum longitudinum & latitudinum. Est n. longitudo longitudini, & latitudo latitudini homologa.

h 4

E.g. f.

E.g. si fuerint longitudines ut 3. & 2. erunt figuræ ut 9. & 4. hoc est, prior bis continebit posteriorem & unam iasuper quartam ejus. Eucl. l. 6. p. 19. & 20.

CXLIII.

Quia verò supra didicimus, diametros circulo-
rum esse vice homologorum laterum, erunt etiam
circuli sive plana circulo-
rum in ratione duplicatâ
suarum dimetientiam, hoc est, erunt ut à diametris
quadrata: & contra diametri circulo-
rum sunt ad
invicem, ut radices quadratorum ab iisdem. Eucl.
l. 12. p. 2.

CXLIV.

Datis tribus lineis rectis, continuè propor-
tiona-
libus, figuræ ad primam & secundam similes & si-
militer descriptæ, sunt in ratione lineæ primæ ad
terciam & ultimam. Eucl. l. 6. p. 20. E.g. in triangu-
lo rectangulo, cujus basis à perpendiculari ex an-
gulo recto secatur duplâ ratione, ut proinde tota
basis sesqui altera sit majoris segmenti, & tripla
minoris, quoniam per d. 69. basis tota, crus majus, &
segmentum basis, cruri huic conterminum & ma-
jus, sunt tres rectæ continuè proportionales, ergo
sicuti basis erat sesqui altera sui segmenti majoris,
ita quadratum ad basin, sesquialterum erit qua-
drati ad crus majus, eodemque modo, quia basis,
crus minus, & segmentum minus sunt in propor-
tione continuâ, basis poterit triplum cruris mino-
ris, sicuti basis tripla est sui segmenti minoris. Eucl.
l. 13. p. 13. 15. & 16.

CXLV.

Si sint quatuor rectæ proportionales, rectilinea
similia ad easdem sita similiter, inter se sunt pro-
portionalia, & contra. Eucl. l. 6. p. 22.

CXLVI.

Figuræ similes, v.g. simicirculi, ad crura trianguli rectanguli descriptæ & simul sumptæ, æquales sunt figuræ simili, descriptæ ad basin: Atque ita, quod supra de quadratis fuit ostensum, extendit se ad omnes figura: ejusdem sive similis formæ. Eucl. l. 6. p. 31.

CXLVII.

Ex omnibus figuris ejusdem speciei, tam solidis, quam planis isoperimetricis, quæ est ordinatior, etiam major est aliâ minus ordinatâ, rursusque ex isoperimetricis ordinatis specierum diversarum, quæ est terminatior, hoc est, plurium laterum & angulorum, etiam major est capaciorque. Unde cum circulus & sphæra sint quasi infinitangulæ figuræ; merito igitur omnium figurarum isoperimetrorum capacissimæ habentur.

CXLVIII.

De primatu trigonum eum quadrato certat, & hoc cum circulo. Sanè simplicitatem spectantibus & ortum uniuscujusque figuræ, circulus omnibus aliis utroque nomine prior videtur. Est n. contentus unico termino, & sine rectæ lineæ adminiculo, solius dilatatione puncti, gigni potest, ut docuimus ab initio. Quadratum contra sibi primas vendicat, quatenus non triangulum duntaxat, sed omnes in universum rectilineas figuras, neque has solummodo sed & ipsum circulum metitur. Atqui mensuram mensurato priorem esse supra ex Aristotele indicatum fuit.

CXLIX.

Ut ut autem se res habeat de circulo, trigono ad minus nil concedit quadratum i. quod omnes angulos rectos habeat, cum in trigoni angulis plus

obliquitatis sit, quam rectitudinis. Rectum autem prius est acuto, æquale inæquali, ut testatur philosophus locis supra cit. & 7. metaph. t. 3. 2. quod sit fons triangulorum, habeatque simpliciores oram. Gignitur enim, ut supra vidimus, solo & æquabili fluxu rectæ per se ipsam. Triangulum verò aut non gignitur hoc modo, sed excinditur è quadrato prius constituto, aut si & ipsum fluxu aliquo statuendum est fieri, quanto per a prioris simplicitate & uniformitate abeat hic fluxus, nemo non videt, qui principium libri Arist. de mech. quæst. inspexerit.

CL.

Primatum denique triangulum affectat propter suorum terminorum paucitatem, quâ efficitur, ut in nullam aliam specie diversam figuram resolubile sit. Cumque in quadrangulis figuris, quantumvis æqualibus lateribus, tamen infinita sit angulorum varietas; triangulum contra æquilaterum esse nequit, nisi simul etiam sit æquiangulum. Quo nomine quadrato & quadrangulis, quorum alioquin est soboles, rursus palmam ambigam facit. Homines certè in suorum molitionibus operum adhibent utrumque, triangulis devincientes ac firmantes, quæ statuerunt perpendiculariter, & rectis angulis contignarunt.

CLI.

Cum autem sphaera, cubus & pyramis in solidis; circulo, quadrato, & triangulo in planis, ex adverso respondeant, de illorum inter se primatu ac prerogativâ idem esto iudicium. Nos planarum considerationem hinc finimus, & ad solidas contemplandas accedimus, in quibus fructus hactenus dictorum sese magis magisque exerent. Di-

Dicendorum autem fructus erit, constitutionem hujus universi & rationem constitutionis, cum partium præcipuarum ordine, proportione, intervallis, numero perspicere, perspectâ mirari, lætari, conditori grates persolvere debitas.

GEOMETRIÆ ARISTOTELICÆ

Pars Tertia

*De proprietatibus figurarum
solidarum, Quadraturâ Circuli
& duplicatione Cubi.*

THESIS I.

QUUM de ortu figurarum solidarum sive corporum, disputatione superiore, pertractatum fuerit, licebit nunc sine morâ progredi ad declarandas affectiones illarum, initio factò ab ijs, quæ ratione similitudinis conveniunt solidis. Nam quæ de ortu corporum solidarum in specie dicenda restant, cum enarratione proprietatum commodissimè conjungemus.

II.

Solida similia sunt in ratione triplicatâ homologorum laterum, putâ longitudinis aut latitudinis, aut profunditatis, hoc est, habent se ut cubi ditorum laterum. E.g. si longitudines sint in ratione quadruplâ. 4. ad 1. soliditates erunt in ratione quadruplâ sexagecuplâ, 64. ad 1. h. e. solidum majus sexagies quater majus erit solido minore; Siquidem numerus cubicus de 4. sunt 64 & cubicus numerus de 1. est 1. Eucl. I. II. prop. 33. l. 12. p. 12.

3. Quia

III.

Quia itaque dimetientes in sphaeris sunt homologorum laterum vice, etiam sphaeras, tanquam similia corpora, in ratione triplicata suarum diametrorum esse oportet. E. gr. diameter globi solaris ad diametrum terrae habet se, ut 11. ad 2. Atqui ratio 11. ad 2. triplicata facit rationem 1331. ad 8. hoc est, per contractionem terminorum, 166. ad 1. ferè. Solus itaque suo corpore centies sexagies sexies major est corpore terreno, & corpus terrae est pars centesima sexagesima sexta de corpore solis. Eucl. l. 12. pr. 18.

IV.

Datis quatuor lineis continuè proportionalibus, sicuti prima linea ad quartam & ultimam, ita ad solidum, v. g. prisma aut Cylindrus, super primam ad solidum simile super secundam. E. g. si prima linea dimidia sit ultimae, etiam prisma ad lineam primam erit dimidium prismatis ad lineam secundam. Quae res infra nobis serviet in duplicatione cubi. Eucl. l. 11. p. 33.

V.

Solida similia aequalta E. g. pyramides aut prismata homogenea, cylindri, conii, sunt in ratione basium; & contra, aequibasia sunt in ratione altitudinum, ut si duorum prismatum pentaëdrorum basis unius, quintupla sit basis alterius, etiam soliditas illius quintupla erit ad soliditatem hujus, supposita eadem altitudine utriusque. Aut si bases ponamus aequales invicem, altitudines autem in quintupla ratione, etiam moles vel soliditates erunt in hac ratione. Eucl. l. 11. p. 29. 30. 31. 32. l. 12. p. 5. 6. 11. 14.

VI.

Si fuerint quatuor rectae lineae proportionales, soli-

Solida similia super ijs descripta, sunt proportiona-
lia, & contra, existentibus solidis similibus & simili-
ter descriptis, lineæ sunt proportionales, ad quas
descriptio facta est. Eucl. l. 11. p. 37.

VII.

Solida similia æqualia reciprocantur basi & alti-
tudine: Et contra, basibus & altitudine reciprocantia
sunt æqualia. Eucl. l. 11. p. 34. l. 12. p. 9. & 15.

VIII.

Prisma & Cylinder est triplum pyramidis & coni
sibi æquibasi & æquealti: & contra talis pyramis est
triens prismatis, & conus est triens cylindri. Quod
in prisma pentaëdro, in tres pyramides tetraëdras
aptè & convenienter dissecto, ex *θ. 6.* facilè proba-
tur & panè ostenditur ad oculum. Euclid. l. 12.
p. 7. & 10.

IX.

Quia verò quodvis paralleipedum prisma conti-
nerur sex hedris, ut disput. 1. didicimus: Habet igitur
24. angulos planos, quorum terni unum soli-
dum formant. Ex quo fit, ut cuiusvis prismati com-
petant 6. anguli solidi, & latera 12, (quas Germani
acies dicunt, *scherssen*;) quia bina latera binorum
rectangulorum coeunt in unum solidi latus.

X.

Jam verò octo solidi anguli recti complent lo-
cum solidum, sicuti 4. recti plani complent locum
planum ut disput. 2. *θ. 44.* traditum fuit. Non igitur
cubi solummodò, sed paralleipeda quævis, suis oc-
to solidis & rectis angulis scitè commissa, locum
replent. l. 3. cæli t. 66.

XI.

Sicut autem rotundorum corporum ordinatis-
simum est sphaera vel globus: sic in solidorum re-
ctili.

Et lineorum universo genere non nisi quinque
dantur ordinata sive regularia corpora: Cubus, te-
traëdron, octaëdron, dodecaëdron, icosaëdron.
Ratio est, quoniam planorum ordinatorum æqua-
lium & similium tria tantum genera angulis suis
congruere possunt ad struendum solidum; nempe
triangularia trifariam, cætera duo singula semel
duntaxat. Unde prædictæ quinque species regula-
rium corporum emergunt.

XII.

Aut enim triangula ordinata & æqualia ternis
angulis planis coeunt in unum solidum, ut in te-
traëdro; aut quaternis, ut in octaëdro; aut quinis,
ut in icosaëdro. Sic terni anguli ternorum quadra-
torum ordinatorum & æqualium cubum effingunt:
terni anguli ternorum quinquangulorum itidem
æqualium & ordinatorum configurant dodecaë-
dron: de quib. figuris mentio fit l. 3. cæli c. ult.

XIII.

Pluribus modis neque dictorum neque alterius
generis plana concurrere possunt. Nam quomo-
docunq; tandem angulorum planorum coaptatio
tentetur, semper aut quatuor recti, aut etiam plus
eis cumulabitur. Utrumvis eveniat, nullus sit an-
gulus solidus per th. 60. disp. primæ geo.

XIV.

Numerus igitur laterum & angulorum cubi,
tam solidorum quam planorum, intelligitur ex la-
teribus & angulis parallelipedi, cujus species est
cubus, de quo duo adhuc teneantur; 1. Si cubi latus
secetur in quotvis segmenta, cubus totus æquabi-
tur tot cubis particularibus, & prismaticum sub seg-
mentis contentorum geminis trigis, quot sunt
numero segmenta.

15. Et

XV.

Et hæc causa est, cur in analysi lateris cubici (cubicæ radicis extractionem vulgò nominant.) quartam quamque notam seu figuram numeri propositi, binis intermissis, punctemus, scilicet ad cognoscendum, quod particulares cubi, quot item geminæ trigæ prismatum, toti cubo insint: Præterea, cur radicis cubicæ notas prius inventas toties triplicemus, quoties novam operationem auspicamur.

XVI.

II. Sciendum est, datis tribus continuè proportionalibus lineis cubum mediæ æquari parallelepipedo facto ab omnib. tribus lineis tanquam tribus lateribus, uno longitudinis, altero latitudinis, tertio profunditatis. Eucl. l. II. p. 36. E.g. sint in subtripla proportione tres lineæ; Una 3. altera 9. tertia 27. pedum. Cubus mediæ est pedum cubicorum 729. Ducatur jam linea 3. pedum in lineam 9. ped. latitudo in longitudinem. Fiet basis parallelepedi 27. pedum quadratorum. Rursum hæc basis assurgat ad altitudinem 27. pedum: prodibit eadem soliditas, quæ prius, nempe 729. pedes cubici.

XVII.

Tetraëdron habet. 12. angulos planos & 4. solidos: Quia 4. plana triangularia in tetraëdro sunt plani anguli 12. & terni plani faciunt unum solidum. Idem tetraëdron constat sex lateribus, tot numerum, quot insunt anguli, ex quo cæditur tetraëdron, ut postea patebit.

XVIII.

Duodecim tetraëdra æqualia complere locum solidum censet Ramus, & hinc Aristotelem expli-

explicat, quando l. 3. cælit 66. pyramidibus hanc proprietatem ascribit. Ac sanè 12. tetraëdra aptè juncta bis sternere planitiem, hoc ostendit, quod duæ tertiæ, quibus unusquisque tetraëdri planus angulus valet, duodecies sumtæ, sint viginti quatuor tertiæ, hoc est, octo plani anguli: solidum tamen angulum tot numero tetraëdia explere nequeunt, manente ad singulas commissuras binorum tetraëdrorum, planitiem sternentium, hiatu. Quem cum octaëdra quatuor, totidem tetraëdris permutata, & binis reliquis aptè inserta expleant, octo igitur tetraëdra cum quatuor octaëdris replebunt locum.

XIX.

Octaëdrum continetur 24. planis & sex solidis angulis, tot nimirum, quot in cubo, cujus octaëdrum quasi quoddam est viscus, sunt plana. Nam quaterni anguli plani unum solidum hinc efformant. Latera verò ad instar cubi habet duodecim.

XX.

In dodecaëdro 60. sunt plani anguli, quia 12. plana quinquangula sunt anguli 60. Cumque terni plani congruant in unum solidum, ut prius diximus; Ergo 20. solidi anguli dodecaëdro obveniunt, quot videl. facies planæ inveniuntur in icosaëdro. Latera quoque dodecaëdri & icosaëdri numero sunt æqualia, 30. nempe.

XXI.

Icosaëdrum agnoscit angulos planos 60. solidos 12. Nam 20. plana vel hedræ sunt anguli plani 60. & horum quini componunt unum solidum. Solidorum autem hæc est singularis in icosaëdro proprietas, quod quantum unus ab alio, tantum aut non multo amplius omnes absint à centro figuræ.

XXII.

Sic igitur comparatū est cum lateribus & angulis quinque corporum regularium, duabus veluti classibus digestorum. Quædam enim primaria sunt, ut cubus, tetraëdron & dodecaëdron: Quædam secundaria, ut octaëdron & icosaëdron.

XXIII.

Modi, quib. altera ab alteris discernuntur, præcipui sunt. 1. Primorum quodvis continetur plano peculiaris generis, cubus quadrato, tetraëdron triangulâri, dodecaëdron quinquangulâri: Secundariorum plana specie conveniunt. Nam utriusque facies sunt triangulâres. Contra. 2. primaria conveniunt angulorum solidorum formis, cum sint omnes trilineares: Secundariorum differunt, siquidem anguli octaëdrici sunt quadrilineares, & icosaëdrici quinilineares. 3. primaria magis ad sedendum comparata videntur, quàm ad movendum: Secundaria porius mobilia facta sunt, quàm sessilia, pensilia, quàm stabilia. 4. primaria concinnius eunt circa axem, centrâ planorum oppositorum infixum: motus secundariorum concinnior est, super axe, transverberante oppositos angulos, quem diagonium in specie vocamus.

XXIV.

Rursum in figuris seu corporibus primarijs cubus est princeps, quippe mediū inter plus & minus; plus tetraëdro, quod intra se celat; minus dodecaëdro, à quo vicissim tegitur ac ceu vestitur. Nam si plano per diagonios ternas unum cubi angulum proxime cingentes, adactō, quatuor tetraëdra æqualia, quorum unum quodvis est pars sexta cubi, & sic quatuor angulos cubi radicitus præscindas, relinquetur tetraëdron cum reliquis quatuor cubi angulis sed diminutis, quod quidem tetraëdron

drum est pars tertia totius cubi. Contra instratis cubo sex æqualibus prismatis pentaëdricis, paulò minus cubo ipso junctim valentibus, & ad cubi latera sic aptatis, ut brevius latus unius quadret longiori alterius, cubus hoc modo vestitus abibit in dodecaëdram. Emergunt enim 12. plana quinquangularia æqualia, dodecaëdri superficiem complectentia.

XXV.

At secundariorum corporum octaëdron est caput, quoniam ex cubo exsculpitur, cum icosaëdram excindatur ex dodecaëdro. Hinc octaëdram cubo; & icosaëdram dodecaëdro æquealtum est, & inscriptum. Illud partem sextam valet cubi sui: hoc dimidio sui dodecaëdri paulò minus est. Modus excindendi talis est, ut connexis tribus trium conterminorum planorum centrīs, unum cubi aut dodecaëdri angulum circumstantibus, planum adigas per connexiones. Nam ita cadit, quicquid de cubo aut dodecaëdro incurrit in oculos, nec de superficie minimum relinquitur, præter sex centra & veluti umbilicos planorum. Succedunt ergò in planorum locum totidem anguli, sex in octaëdro & duodecim in icosaëdro: Contraq; octo anguli cubi permutantur cum totidem hedris seu planis octaëdri; & viginti anguli dodecaëdri transeunt in viginti plana icosaëdri.

XXVI.

Ut autem octaëdram & icosaëdram, numero facierum seu hedrarum, cubum atq; dodecaëdram referunt, tanquam parentes suos: sic formam hedrarum imitantur ambo tetraëdram, veluti communem matrem; & sic de utrorumq; naturam participant, ac proinde merito secundaria nuncupantur.

Alio

XXVII.

Alio quoq; modo octaedrum ex tetraedro nascitur, resectis quatuor tetraedris æqualibus laterum dimidio minorum lateribus tetraedri resolvendi. Nam quod remanet, est parvum octaedrum, semis tetraedri. Quod si autem, ut prius in cubo, ita nunc in tetraedro, sectio transeat per terna centra ternorum planorum unum tetraedri angulum continentium, oriatur loco tetraedri resoluti, aliud longè minus eodem, nempe pars vigesima septima prioris.

XXVIII.

Neq; hoc loco obliviscendum est, quod disgeom. prim. th. 22. diximus, icosaedrum, dodecaedrum & octaedrum quoq; resolvi posse in pyramides, junctis stipatisq; verticibus in centro. Haec ut pyramidum hæc in quovis corpore est ratio, quod in icosaedro paulò breviores sint tetraedricis, & in octaedro adhuc breviores: omnium verò longissimæ in dodecaedro.

XXIX.

Cur autem hæc quinque corpora seu figuræ mundanæ sint dictæ Platonice, causa hæc esse creditur, quod eas præcipuis mundi corporibus ac elementis, cælo, igni, aeri, aquæ, terræ, applicuerint, contra quos disputat philosophus noster l. 3. cæli c. 8. & 12. rectè utiq; si, ut eos accipit ibidem, hoc senserunt, elementa mundi talibus figuris exornata & à se invicem discriminata esse. Quis enim terram cubi, aut ignem pyramidis, æquam icosaedri, aerem tetraedri, cælum dodecaedri formam & speciem externam habere dicat?

XXX.

Sin autem harum figurarum rationibus, elementorum proprietates, quibusdam q notis hieroglyphicis, adumbrare voluerunt, (voluisse non est

nulla suspicio) quid tantopere peccarint, haut video, nisi hoc fortassé, quod philosophiam propriam in allegoricam mutarint. Et tamen aptissima est allegoria, tam quoad genus, quam speciem. Quoad genus: Utenim plana & anguli cujusque corporis sunt ejusdem formæ & magnitudinis: sic elementa constant partibus homogeneis. Sicut igitur figuris hisce in suo genere nihil est simplicius: ita nec elementis.

XXXI.

Quoad speciem verò; sicuti nullum corpus pluribus & majoribus angulis continetur, adeoq; capacius est dodecaëdro: ita cœlo nihil ambitiosius, majus & capacius. Sicuti dodecaëdram planis duodecim: ita cœlum ratione Zodiaci, duodecim plagis distinguitur, quas signa dicimus. Sicuti tetraëdro acutissimi sunt anguli ad incidendum & penetrandum: sic igni vis maxima dividendi & rumpendi omnia. Octaëdram angulos suos quoquo versum pandit: & aer longè lateq; meat ac diffunditur. Icosaëdram est volubile & angustis terminis materiæ plurimum continet: aqua etiam labilis est hinc inde, & impletiva rerum. Terra deniq; cubi modo firma stat & immobilis.

XXXII.

Tolerabilis hæc, ni fallor, est philosophia Platoniorum. Quid verò si quinque his corporibus seu figuris, tanquam decempeda longè famosissima & dignissima, numerum, proportionem, intervalla, ordinem præcipuarum mundi partium, ut sunt sphæræ & curricula cœlestia, dimensa fuisse in extructione mundi, docuerint, & hinc illas *κοινωνίας* vocarint Platonici, ut ex eodem Arist. 1. Metaph. sum. 2. c. 3. quodammodo colligere licet: Certè tùm non ferendos solummodo aut sine reprehensionibus

reprehensione tolerandos, sed ut ipsissimæ veritatis præcones honorandos & interpretatione commodâ juvandos, per omnia sua scripta, & in primis in Epir., astronom. & mysterio. Cosmograph. nec non recentissimis harmonicor. libris, non aspernandis rationibus demonstrat ingeniosissimus Keplerus.

XXXIII.

Porrò latera sæpè dictorum quinque corporum regularium suam definitionem, scientiam ac mensuram ab axe vel diametro spheræ, quam inscribunt, h. e. angulis suis singulis & omnibus attingunt, sortiuntur: quædam immediatè, ut cubi, octaëdri & tetraëdri; quædam mediatè, ut dodecaëdri & icoëdri latera.

XXXIV.

Cumquæ horum corporum axis sive diagonus tendatur per oppositos angulos illorum, excepto tetraëdro, in quo ex angulo tenditur in adversi lateris centrum; anguli verò stent in superficie spheræ. idcirco utriusque & spheræ & corporis idem est axis, diagonus, vel diameter, præter unius tetraëdri axem, axe spheræ, unâ tertiâ hujus axis, breviorē, quippe qui sit pars sesquipla illius, sive duæ tertiæ. Eucl. l. 13. p. 13.

XXXV.

Primò igitur latus cubicum potest trientem potentia axis sui aut spheræ circumscriptæ. E. g. posita diametro s. axe spheræ 2000. partium; quadratum ejus est 4000000, illiusque pars tertia 1333333. est potentia lateris cubici, ac proinde latus ipsum 1155 talium partium, qualium diameter est 2000. Nam tot partes extractio radicis quadratæ ex 1333333, largitur quam proximè. Quod autem hæc & non alia sit ratio diametri ad latus cubicum,

cum, sic evincitur: Diameter plani quadrati de cubo potest duo latera per disp. præced. th. 72. & 92. Et diameter cubi subtendit angulum rectum inter latus cubi & diagonium plani sive hedre quadratae. E. diameter cubi ter potest latus suum. Eucl. l. 13. p. 15.

XXXVI.

Latus octaedri potest dimidium ejus, quod diameter potest: & contra diameter bis potest latus octaedri. Talis enim diameter æqualis est diagonio quadrati per octaedri mediũ. Sic in præcedente exemplo potentia dimidia diametri est 2000000. Ergo radix quadrata 1414 est latus octaedri. Eucl. l. 13. p. 14.

XXXVII.

Latus tetraedri est pars sesquipla potentie diametri sphaerae, h. e. valet duas terrias illius: Et contra, diameter sphaerae potest sesquialterum lateris, h. e. potentia diametri est ad potentiam lateris, sicuti 3. ad 2. Sunt enim tres rectae continue proportionales, axis sphaerae, latus tetraedri & axis tetraedri, ut ex th. 69. præced. disp. ostendi potest. Jam axis sphaerae sesquiplus est axis tetraedri, prima linea tertiae per th. 34. Ergo quadratum ab axe sphaerae etiam sesquiplum est quadrati a latere tetraedri; figura similis ad primam lineam, figurae similis ad secundam lineam, per th. 144. disp. præced. Rursum igitur in nostro exemplo, duae terriae de potentia 4000000. diametri 2000, sunt 2666666, illo umq; radix quadrata 1633 est tetraedricum latus. Eucl. l. 13. p. 13.

XXXVIII.

Latera dodecaedri & icosaedri sunt lineae ἀλογοί i. e. irrationales seu ineffabiles per axem sphaerae, si perfectes cognitionem immediatam. Interim cognoscuntur

gnoscentur & exprimuntur remotè per eundem, adminiculo sectionis divinæ. Latus enim dodecaedricum est majus segmentum lateris cubici eadem sphaeræ inscripti & proportionaliter secti. Eucl. l. 13. p. 17. E. g. latus cubicum erat 1155. bis millesimarum: quare majus segmentum, proportionali sectione factum, est 714. bis millesimarum, quod sic ostendo. Subtensa lateri cubico 1155. & semissi ejus 577; recto angulo connexis, potest utramq; connexam per th. 70. disp. præced. Adde igitur potentias connexarum, nempe 1334025 ad 3329293 habebis potentiam subtensæ 1666952, cujus radix quadrata 1291. est ipsa subtensa. Ex hac aufer dimidium lateris cubici 577. secundum methodum th. 129. disp. præced. restabit majus segmentum pro latere dodecaedri in eadem sphaerâ. Nam subtensa excedit dimidium latus segmento majore totius lateris proportionaliter secti, quemadmodum supra didicimus.

XXXIX.

Si radius circuli, per quinque icosaedri angulos unum circumstantes ducti, secetur proportionaliter, potentia majoris segmenti juncta totius potentia radii constituit potentiam lateris icosaedri per th. 136. disp. præced. Potest autem radius talis quintam partem (800000) de potentia (4000000) axis sive diametri sphaeræ (2000.) Eucl. l. 13. p. 16. cor. 1. Ergo radius est 894 bis millesimarum: qui deinde ad exemplum prius, sectus proportionaliter præstat majus segmentum 552, quàm proximè. Adde jam ad potentiam ejus 304704 potentiam radii 800000. Summa 1104704 radix quadrata 1051 est latus icosaedri questum.

X L.

Latera itaq; quinque corporum mundanorum, eidem sphaerae inscripta sibi succedunt hoc magnitudinis ordine: primum & longissimum est tetraedri, 1633 proximum octaedri, 1414. inde cubi, 1155. mox icosaedri, 1051; denique dodecaedri minimum & brevissimum, 714, omnia quinque in iisdem partibus, in quibus sphaerae circumscriptae diameter assumitur 2000. Eucl. l. 13. pr. ult.

X L I.

Ex eadem comparatione patet, potentias laterum cubi & tetraedri simul sumtas, aequare potentiam diametri sphaerae circumscriptae. Nam 1333333 addita ad 2666666, non nisi unitate absunt a 4000000. Eucl. l. 13. p. 15. corol. 2. Item latus tetraedri potentiam sesquiterium esse lateris octaedri in eadem sphaera, perspicuum est. Sunt enim 2666666 ad 2000000 fere ut 4. ad 3. Eucl. l. 3. pr. 14. cor. 3.

X L I I.

Si duorum orbium alter cubo & octaedro inscribatur, inscripti radius est semissis lateris cubi, inter utrumque orbem inserti, sicut ut circumscriptum angulis, inscriptum centris suorum planorum omnium & singulorum tangat perstringatque: vel quod eodem recidit, radius inscripti potest tertiam partem de potentia circumscripti. Sin ascriptio talis orbium duorum ad tetraedrum fiat, radius inscripti est triens circumscripti. Eucl. l. 13. p. 13. corol. 2. Orbis denique dodecaedro & icosaedro inscripti radius est pars ineffabilis de radio circumscripti, consistens inter duas tertias & tres quintas potentiae radii circumscripti. Hinc assumto radio orbis circumscripti partium 1000, radius orbium, cubo & octaedro inscriptorum, talium partium est

est 577, nempe radix quadrata de tertia parte
 (333333) potentia (1000000) radii assumti (1000)
 vel, quod idem est, dimidium supra inventi lateris
 cubici 1155. Radius orbis tetraëdro inscripti est
 333. sc. pars tertia radii 1000. Radius deniq; orbi-
 um in dodecaëdro & icosaëdro inscriptorum, ferè
 795. Satis de corporibus ordinatis rectilineis.

XLIII.

Quod ad sphaeram attinet, potest illa duobus
 considerari modis. 1. ratione circulorum sibi in-
 scriptorum. 2. ratione superficie & soliditatis suæ,
 sive ex toto, sive parte, simpliciter vel in compa-
 ratione.

XLIV.

De circulis sphaeræ theoremata seqq. notentur.
 1. Circulus maximus idem habet centrum cum
 sphaera, bisecans illam, & a polis suis undiq; di-
 stans æqualiter, spacio 90 Graduum. Poli autem
 sunt extrema puncta axis sive lineæ, in circuli pla-
 num perpendicularis. 2. Circuli maximi sunt
 æquales & se bisecant invicem. 3. Circulus ma-
 ximus alium secans per polos, rectè eum secat, &
 contra, rectè secans bisecat. 4. Bini circuli mi-
 nores & paralleli maximo sunt æquales. 5. Pa-
 ralleli secti ab aliquo maximo per polos suos, rectè
 secantur, segmentis inter se æqualibus: extra verò
 polos secantur obliquè, & quidem, si æquales fue-
 rint, segmentis alternatim æqualibus. Theod.
 in sphaer.

XLV.

Ad superficiem & molem sphaeræ pertinent hæc
 theoremata: 1. Convexum sphaericum est qua-
 druplum areæ circuli maximi. 2. Factus à peri-
 pheriâ circuli maximi per diametrum est sphaeri-
 cum. 3. Cubus à diametro sphaeræ cubum inscri-
 bentis

bentis & stringentis paulò minus est duplus illius, nimirum ut 21. ad 11. quàm proximè. 4. Factus à sextante sphaerici per diametrum, est soliditas sphaerae. 5. Si convexum sphaericum secetur plano ad axem recto, ut segmentum axis ad axem, ita segmentum sphaerici est ad sphaericum. 6. Segmentum sphaerici est æquale circulo, cujus radius subtendit latitudinem segmenti, polo & basi segmenti interceptam. 7. Sphaera veluti componitur ex octo pyramidibus sphaericis, in quas tribus circulis maximis sese ad angulos rectos decussantibus dirimitur. l. 3. cæli c. penult.

XLVI.

Præcipuæ affectiones Cylindri continentur his theorematis. 1. Cylinder est ad corpus parallelepipedum, suis basibus & lateribus stringentis illum, sicuti circulus ad quadratum sui diametri, h. e. sicuti 11. ad 14. 2. Si rectus cylinder stringat sphaeram, superficies cylindræ est æqualis sphaeræ: & segmenta, communi plano ad cylindri axem recto ab utrâq; superficie rescissa, inter se sunt æqualia. 3. Factus à basi cylindri per altitudinem ejus est corpus Cylindri: quod verò fit à peripheriâ basis, per eandem altitudinem est cylindræum. 4. Cylinder est sesquiplus sphaeræ, quam stringit. 5. Si cylinder planis axi parallelis secetur, segmenta sive frustra cylindri inter se sunt, ut segmenta vel portiones basis. 6. Segmenta cylindri, plano per axem transeunte secti, sunt ut segmenta axis, modò sectio non desinat in basin, sed incidat totum cylindrum. Kepl. in stereom. ex Archim. Pappo, Apollon. & aliis.

XLVII.

Coni affectiones insigniores sunt. 1. Si duo sint conus rectanguli, unus inscriptus hemisphaerico, alter circumscriptus, ille basi cum hemisphaerico

rio communicans; hic plano basis dilatato insi-
stens; superficies curva sive conicum inscripti est
sue baseos sesquialterum; dimidium verò baseos
coni circumscripti. 2. Si altitudo coni est æqua-
lis diametro, & basis æqualis est areæ circuli maxi-
mi sphaeræ, conus suo corpore est dimidius sphae-
ræ. 3. Factus à semiperipheriâ basis per latus
coni est superficies conica: at factus à basi coni
per trientem altitudinis, est soliditas vel corpus
coni. Idem Kepl.

XLVIII.

Præter has proprietates corporum rotundo-
rum, sunt aliquæ sectionem & motum conse-
quentes. Quod enim sectio sphaeræ, plano fa-
cta, circulus sit, hoc supra didicimus. Sed & Cy-
lindrus plano ad axem recto sectus, sectionem cir-
culum facit: ellipsin autem, quando planum se-
cans ad axem obliquum est & incline. Similis el-
lipsis gignitur coni sectione, si nimirum planum
sectorium lateris conici, angulum, versus apicem
coni, constituat minorem recto. Sin angulus il-
le aut rectus sit aut major recto, non jam ellipsis
sit amplius, sed parabole aut hyperbole; parabo-
le, cum rectus est angulus; hyperbole, cum ma-
ior recto. Ex quo intelligitur, cur hæ lineæ,
ellipses, hyperbolæ, parabolæ, veteribus dictæ
sint *κόνις τομῆς*, coni sectiones, cujusmodi lineæ
& figuræ sæpè fortuito effinguntur à radiis solari-
bus, subobscuram cameram, per angustum fo-
ramen coni forma intransibus, & à plano pavi-
menti aut parietis objecti diversimodè sectis, ut in
optics pluribus commemorari solet.

XLIX.

Si papyrus aut charta cylindri modo convoluta
secetur *παρά τὴν βάσιν*, i.e. plano contra basin pa-
rallelo.

parallelo, & sic recto ad axem, sectio ἀνελλιπὴν
 seu spiralis erit; & cum explicatur volumen, recta
 linea. Sin planum sectorium fuerit obliquum
 basi & axi, sectio erit σκολιὰ tortuosa. Ibi enim
 ora seu limbus explicati voluminis ita secti con-
 gruit eidem plano. hīc nequaquam, sed pars lim-
 bi altior, pars depressior evadit. Ibi igitur recta
 efficitur; hīc nequaquam, cum fieri nequeat, ut
 ejusdem rectæ pars una sit in uno, & alia in alio
 plano. s. 16. probl. 6.

Quod concernit alterum genus proprietatum
 ex motu, ὁ κύλινδρος ἀθείς εἰς αὐτὸν φέρεται, καὶ γράφει
 αὐθείας, τοῖς ὀρίζοντι αὐτὸν κύκλοις h. e. cylindrus
 propulsus volutatusvè in directum fertur, suorum
 circulorum extremitatibus seu limbis rectas lineas
 describens. At conus, τῆς κορυφῆς κίνησης κύκλω
 περιφέρεται, καὶ γράφει τὸν κύκλον τῶν ὀρίζοντι, h. e.
 manente eodem in loco mucrone, fertur in orbem
 & in Horizontis plano circulum delineat. s. 16.
 probl. 5. Ubi ex eadem sect. probl. 11. obiter no-
 ta, τὸν κύκλον ῥηπτόμῃρον πρῶτον αὐθείαν γράφει, πάντο-
 μῃρον δὲ ἑλικά, ἕως ἂν πείσῃ, h. e. orbem s. circulum
 projectum rectam suo decursu describere ab initio:
 motu verò languescente volutam existere, donec
 labatur orbis

L I.

Recensuimus hactenus velut ἐν συνόψει theore-
 mata geometrica eminentiora per singulas figura-
 rum classes. Ex quibus theorematis problematum
 πανὲ infinita seges pullulat de figuris describen-
 dis, mensurandis, partiendis, minuendis, augen-
 dis, transformandis, absq; vel cum datâ proportio-
 ne. Quorum problematum ordinata series ac
 compages quasi novam geometriæ partem eniti-
 tur

ur, quam practicam & geodesiam appellant. Etsi autem non sit instituti nostri, etiam hanc incudem in presentiam tondere; quin tamen transformatio- nis & auctio- nis mentionem adhuc faciamus, pro- pter diversa philosophi loca omittere non pos- samus.

L II.

Transformare seu reducere figuram, est mutare formam ejus, quantitate spacia servata. Augere vero & minuere est adde- re aut detrahere spacio seu magnitudini, servata forma.

L III.

Transformation- nis species est *τετραγωνισμός*, quadratura, h. e. mutatio seu reductio figuræ ali- cujus planæ, rectilineæ vel circularis, in quadratum ejusdem magnitudinis seu capacitatis. Ac trian- guli quidem in rectangulum oblongum, ac hujus porro in quadratum, seu ut philosophus appellat l. 2. de anim. t. 12. *ἰσοδυναμίας*, est conversio perfacilis. Ut enim rectangulum oblongum in dimidiâ basi & eadem altitudine cum triangulo, æquale est ipsi per d. 75. disp. præced. Sic quadratum, quod a lineâ, medio loco proportionali, inter latera re- ctangulum comprehendit, describitur, æquale est rectangulo, & per consequens ipsi etiam trian- gulo per th. 71. disp. prox. Inventâ ergo lineâ mediâ, inventum est quadratum. Arist. l. cit.

L IV.

Linea medio loco proportionalis inter alias duas invenitur, quando super illas, ut h. l. latera oblongi, continuatas in directam, tanquam super diametrum constituitur semicirculus, & recta per- pendicularis à puncto continuationis ejicitur in peripheriam semicirculi. Hæc enim est mediâ quæ sita, id quod statim ostenditur ex th. 69. disp. prox.

prox. saltem sine ejus connexis cum extremis diametri. Eucl. l. 6. p. 13.

L V.

Sic meniscum s. lunulam sub semisse circuli unius, ac quadrante alterius & ad priorem dupli circuli, primus, quod sciam, quadravit Hippocrates Chius ex naufrago mercatore geometra factus; (*ὁ δὲ πρῶτος τὰς τέχνας*) dum nimirum geometricè demonstravit, talem lunulam æqualem esse oblongo sub radio semicirculi majoris & quadrante radii. Quod deinde oblongum absq; negotio in quadragulum redigi posse, vel ex Arist. l. 2. prior. anal. c. de abduct. discere licebit.

L VI.

Quæ verò arte, quovè ingenio τὸ ἑμβάδον κύκλου hoc est, aream circuli quadrare, vel ut Simplicius loquitur in comm. ad c. 2. l. 1. phys. τὸ κύκλου ἴσον τετραγώνον εἶδαι, circulo quadratum æquale ponere conveniat, id verò ab omni ævo nobilissimos quosq; geometrarū majore conatu, quam successu exercuit. Nam ut eos solos referam, quorum nosser Philosophus meminuit, primò frustra fuit Brisso, cum duobus quadratis circulo ascriptis, uno extra, intra altero, id quod exactè medio inter utrumq; loco situm secat circulum, illi æquale statuit, arbitratus, ea, quæ simul & majora sunt eodem, & minora eodem, (ut hoc loco circulus & quadratum medium simul ambo majora sunt eodem quadrato inscripto, & minora eodem circumscripto,) inter se esse æqualia. Quæ sanè ratio ut maximè sit vera, vera) autem non est, siquidem 5. & 6. exempli gratiâ, sunt & manent inæqualia, tametsi ambo majora sint, quam

7; & minora quàm 4.) quia tamen communis est, nec ex naturâ & visceribus rei desumta, ideò nec debet, nec potest haberi pro geometricâ, sed qui hac utitur, sophistam potiùs, quàm geometram agere putandus est. Arist. 1. post. t. 67. l. 1. soph. elench. c. 11.

LVII.

Fatemur interim, binis quadratis eidem circulo sic ascriptis, ut unum externum, alterum internum circulo sit, intercedere tertium aliquod & medium naturæ cognitum quadratum, quod æquale sit illi circulo; laudandumq; adeò Brisonem fuisse, si ejus ad extrema sua rationem tam dedisset propinquam, ut sensu à verâ dignosci nequeat.

LVIII.

Hippocrates Chius etsi ex arte magis & illius principiis propriis rem fuerit aggressus, tamen & ipse laterem lavit & dum certo saltem generi segmentorum lunularium competentem quadraturam, cuius lunulæ promiscuè applicare studet, $\psi\delta\delta\theta\zeta\epsilon\phi\eta\mu\alpha$ admisit. Arist. 2. prior. c. 31. l. 1. soph. c. 11, phys. t. 11.

LIX.

Mediâ, ut sic loquar, viâ, Antiphon incessit, non quidem nimis communibus, nec tamen rursus valde propriis principiis ad hoc usus, ut extrueret polygonum circulo æquale, deinde ex hoc fingeret æquale quadratû. t. phys. t. 11. & loco cit. ex soph. Nimirum credidit bonus vir, posse peripheriâ circuli continuis divisionibus adeò comminui, nihil ut particulæ minimæ v.g. gradus circuli, differât à subtensis rectis, ac proinde figurâ polygonâ 360 laterum

laterum circulo æquale esse. Quã quidem in re
 impigit in commune principium geometricum,
 quo magnitudo quæcumq; divisibilis dicitur in
 infinitum; atq; ita loco τετραγωνισμῶν, merum ἰ-
 σομαχισμῶν amplexus est; Verba sunt magni Jose-
 phi Scaligeri in præfat. lux cyclom. qui & ipse in
 hoc pulvere nil suis felicior majoribus, panè de-
 coxit autoritatem & famam suam in hoc doctrinæ
 genere.

L X.

Quid igitur, estné ἰπισυτός καὶ ποσειός ὁ ἔκ-
 κλη τετραγωνισμῶν, h. e. scibilis & possibilis quadra-
 tura circuli, an nō est? In medio relinquit hoc phi-
 losophus in præd. c. de quant. Cum autem lu-
 nulae sint quadrabiles, non obstante, quod à plæ-
 risq; objicitur, ignoratã curvi ad rectum propor-
 tione, idcirco cur deterioris conditionis circuli
 sint, causa mihi nondum est putata.

LXI.

Interim donec oriatur ἀπὸ μηχανῆς sive DEUS
 sive artifex, qui nos circulum epistemonice doce-
 at quadrare, contenti simus ad cotidianos vitæ
 usus, invento Archimedis, quo τὸ ἑμβάδον sive a-
 ream circuli, rectangulo sub semiperipheriã in
 rectum extensa, & semidiametro circuli adeoq;
 triangulo orthogonio, sub peripheriã totã & ea-
 dem semidiametro, demonstravit quam proximè
 circulo æqualem; etsi rursus in extensione, utq;
 ita loquar, directione peripheriæ, sive per helicas,
 sive alio modo, non sit nulla planè difficultas &
 incertitudo.

LXII.

Transamus ad amplificationes figurarum in
 datã proportione. Earum exemplum occurrit in
 philosopho c. de motu in postp. ubi dicit quadra-
 tum

tum augescere, in quacunq; velit aliquis propor-
 tione duplá, triplá &c. *γνώμων* *Επιστήμη*, h. e.
 gnomone circumposito, h. e. si uná rectá, quæ
 possit duplum, triplum, &c. lateris propositi qua-
 drati, & quadrato hujusce rectæ ad quadratum au-
 gendum sic adjuncto, ut quadrata hæc binis com-
 prehendentibus lateribus & communi laterum
 angulo sibi congruant. Hoc enim modo quadra-
 tum augendum, aucto erit diagonalis loco & ex-
 cessus sive differentia illorum, gnomonis.

LXIII.

Cum autem talis recta sumenda sit proportio-
 nale medium inter latus quadrati augendi, & illius
 duplam, &c. per th. 127. disp. præced. perspicitur
 hinc, utrumq; & tetragonismum & proportionale
 augmentum ab eodem pendere principio, putã
 inventionem mediæ proportionalis, quam veteres
 dixerunt mesolabium simplex.

LXIV.

Est enim mesolabium aliud, duplex dictum, quo
 capiuntur duæ mediæ proportionales rectæ inter
 duas datas: in cujus inventionem omnium tempo-
 rum mathematici non minus desudarunt, quam in
 circulo quadrando: estq; hoc alterum vel Apolli-
 nis oraculo nobile & *πρωτόγονον* problema in
 geometriâ, quo nimirum padio duplicandus aut
 aliâ ratione augendus sit cubus, & hujus rei gratiã
 parandus gnomon mesographus aut simile instru-
 mentum

LXV.

Quamvis igitur talis mesolabii inventio non
 minus in ambiguo versetur, quam circuli quadra-
 tura, nec injuriã dubites, nunquid duab. lineis aut
 planis aliæ duæ inseri possint continuè propor-
 tionales, nisi lineæ aut plana extrema sint, ut nu-
 merus

merus cubus ad cubum: quin tamen de propinquo rem factam habeamus, nihil vetat; idq; cum aliis, tum hoc imprimis modo, cæteris ni fallor, tutiore & faciliore.

LXVI.

Si datæ rectæ comprehendant parallelogrammum rectangulum, anguloq; parallelogrammi comprehensi regula quædam, sive recta infinita sic applicetur stringens angulum, ut continuationes infinitas laterum comprehendentium, aut his æqualium in parallelogrammo, secet duobus, à centro parallelogrammi, æquidistantibus punctis, quamvis uno: segmenta continuationum intercepta erunt medio loco proportionalia datis, minus quidem secundo, & majus tertio loco.

LXVII.

Rursum autem in decente applicatione secundum modum præscriptum, multum est difficultatis, ac diu sursum deorsum, hæc illâc, motitanda est regula, & quasi palpitatione cæcâ & molestâ subinde periculum faciendum, donec puncta sectionum æqualiter absint à centro figuræ parallelogrammæ. Difficultas augetur obliquitate sectionum, per quam vera puncta ipsarum minus sunt conspicua.

LXVIII

Ergo præcavendi erroris & laboris minuendi causâ, constituto parallelogrammo, & productis quantum satis est, lateribus sive rectis datis, sic age: Ex communi angulo harum rectarum majorem applica minori prius continuatæ; 2. finem applicationis connecte cum altero termino datæ majoris, 3. aufer à connectente partem æqualem diagonio parallelogrammi. 4. partem residuam datæ minori adjuuge. Composita est altera quæsiturum

rum mediarum. 5. Produc datam rectam minorem secundum longitudinem hujus compositæ, h.e. æqualiter ei prolonga: & per finem prolongationis perq; angulum angulo prius adhibito aduersum age rectam, usq; in productionem datæ majoris. Concursus intercipient in productâ median alteram.

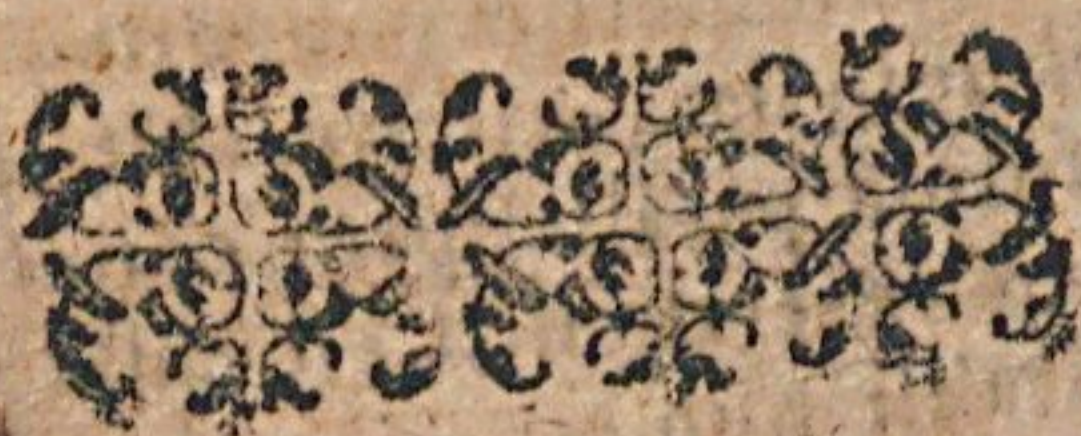
LXIX.

Acquisito mesolabio expedita est ratio augendi cubum datâ ratione. Primò enim ad latus cubi fac esse rectam aliam, eâ in ratione, quâ cubus augendus est, v.g. duplâ. Deinde hanc inter & latus cubi augendi sume median proportionalem prioris. Cubus ad hanc descriptus est duplex cubi ad duplicandum propositi, per th. 4. disput. hujus. Si ad latus cubi sumpta esset tripla, quæ inter has priore loco est media, cubum describeret triplum propositi & sic deinceps.

LXX.

Si latus cubi augendi sit effabile aliquo numero, radix cubica facta à quadrato lateris h.e. plano cubi, per numerum, numero lateris in datâ ratione respondentem, est latus cubi, cubo dato secundum datam rationem majoris. Nam factus ille est numerus solidus, continens soliditatem parallelepipedi recti, cubo dato toties, quoties data ratio exigit, majoris, & pro basi quadratum à numero lateris, pro altitudine numerum habentis, qui ad numerum lateris sit in datâ ratione. Ut igitur hæc soliditas sub formâ parallelepipedi concepta, suscipiat cubi formam, extrahenda est radix cubica. Hæc enim indicabit numerum partium lateris, à quo descriptus cubus cubo proposito secundum datam rationem major sit. E.g. duplicanda sit Apollinis ara formæ cubicæ: habeat autem in latere suo 100
k a pedes

pedes. Numerus huic numero in ratione duplā respondens est 200. Planum areæ sive quadratus numerus à latere 100 est 10000 pedum quadratorum. Duc eum in respondentem numerum 200, tanquam, in altitudinem futuri parallelipedi. Constituetur soliditas parallelipedi ad aram Apollinis dupli 2000000 pedum cubicorum, per th. 21. disp. præced. Ex hoc numero extrahe radicem cubicam. Provenient 125 pedes cum nonaginta novem centesimis unius pedis quam proximè pro latere cubi, magnitudine suâ dupli ad aram propositam. *Quamproximè*, dico; quoniam cubicè multiplicatum paulò plus reddit, quam 2000000. Verùm quia differentia seu excessus non est admodum sensibilis in materiatis operibus, latus hoc eodem loco habetur, quo legitimum & verum. Quod autem leviter, à vero dissentiat, causa est numeri, unde extractum fuit, conditio, qui non est numerus verè cubicus, sed surdus. *Surdorum* autem numerorum & figurarum talibus numeris expressarum latera non esse præcisè stabilia, disput. prox. th. 40. commemoratum fuit. Alias hujus mesolabij duplicis insignes & præclaras utilitates Clavii geometria practica suppeditabit. Aristoteles hinc nos jubet quiescere.



Apostro-

Apostrophe ad Lectorem.

Proposueram, candide Lector, si quis talis mihi futurus es, qui hucusq; producas lectionem, nec, quod commune rerum mathematicarum est fatum, in medio, ne dicam in limine, resiliat; proposueram, inquam, mihi, & pænè sponsione datâ firmaveram, in præfatione hujus opusculi, eâdem methodo reliquarum partium matheseos spicas ex latifundiis Aristotelicis colligere. At enim creverunt pagellæ sub manibus. Ideò ne pro enchiridio volumen daretur, quæ nunc affecta in musicis, opticis, astronomicis, geographicis, mechanicis, & tantùm non consummata habemus, in alium locum tempusq; differimus, simul & edendorum illorum & horum poliendorum consilium, ex tuo de his editis iudicio moderaturi, dummodò vita in hoc rerum omnium fatali turbine suppetit. Interim Catone hoc qualicunq; contentus eris; neq; peritis, sed tironibus, in usum lycæi nostri aut cuius interest, ne omnia deinceps labore molestissimo tam docenti, quam discenti, ad calamum dictanda sint, typis exscripta memineris, quæ hîc legis; non ut classici autores, discantum manibus excutiamus, sed ut potiùs brevitate &

k 3 quâ

quod licet, perspicuitatis ac ordinis luce, ad
evolvendos illos juventutem invitemus.
Hic finis: hic scopus noster. Si quis autem
est hoc animo scripturiens, ut confixis
cornicum oculis, sua pejora veterum me-
lioribus substituat, & ut est in proverbio,
muscerdam loco piperis vendat, cum
cum & improbe noxius sit & stolidè arro-
gans, superiorum imperiis ac co-
ercitione refrænandum
existimo.

Errata.

*p. 23. th. 7. Tetraedrys. p. 32. th. 30. alternat & continuus.
p. 99. th. 68. per th. 59. & verò per th. 66. p. 103. th. 66.
observandum h. l. p. 105. th. 92. ut & th. 70. p. 106. th. 95.
per th. 72. p. 123. th. 17. quot in cubo, insunt.*

FINIS.



1.
s
l
n



Uing IV A 220

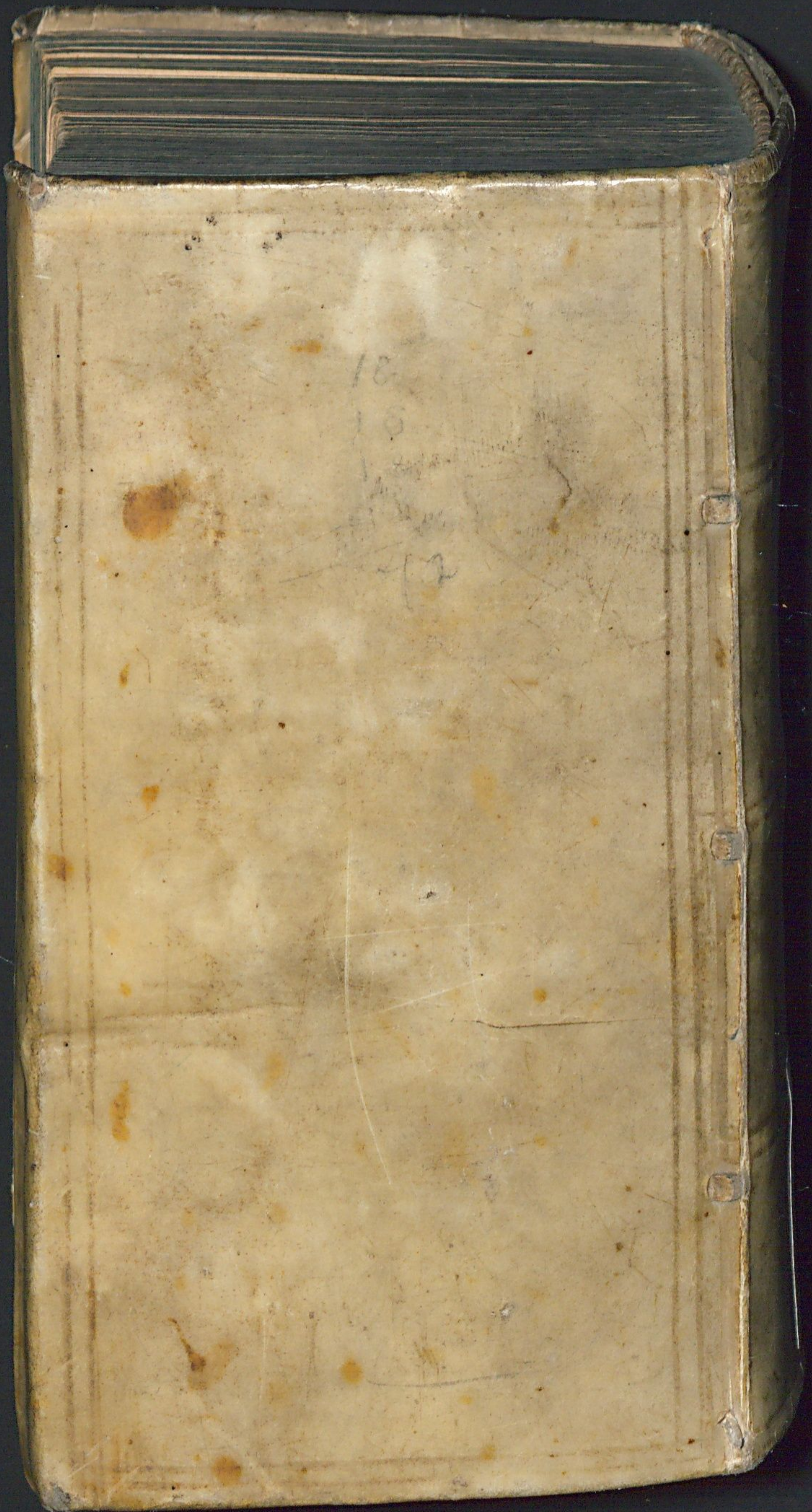
ULB Halle
003 128 660 3

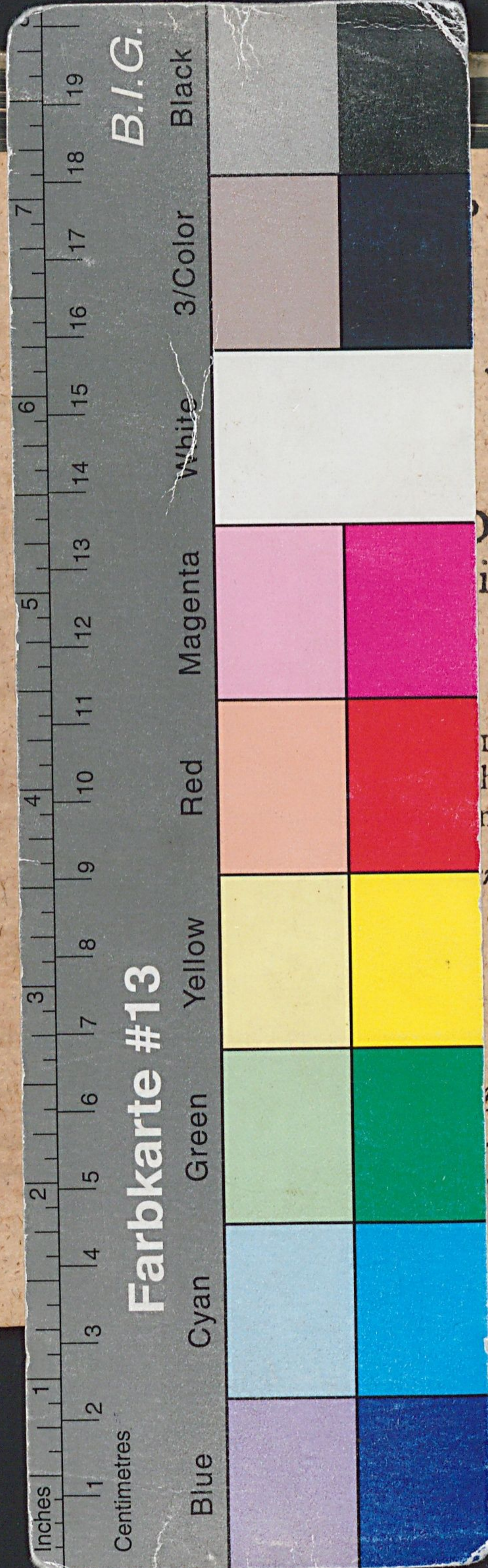


Sb.

7







PARS IV.
ILOSOPHIAE ARISTOTELICAE

Continens

LOGAS MATHE-
maticas ex Aristotelis
operibus,

Studio & operâ

THOMAE MULLERI Profes-
soris Mathematicarum publ. in Acade-
miâ LIPSIENSI

hinc primum exhibitas.



LIPSIÆ,

apud Caspari Cloßemanni.

MDCXXV.

