

~~EX~~ EX BIBLIOTH.  
NATIONIS HUNGAR.  
VITEBERG.

*IV A 220.*

SIGNAT. CLXVCCCXIII.

*24*



7  
P A R S I V.

PHILOSOPHIAE ARISTOTELICAE

*Continens*

ECLOGAS MATHE-  
maticas ex Aristotelis  
operibus,

*Studio & operâ*

L. PHILIPPI MULLERI Profes-  
soris mathematicum publ. in Acade-  
miâ LIPSIENSI

*Nunc primum exhibitas.*



LIPSIÆ,

*Impensis Caspari Closemanni.*

---

ANNO M. DC. XXV.

PART IV

PHILIP  
PHILIP

PHILIP

PHILIP

PHILIP

PHILIP

PHILIP

PHILIP

PHILIP

PHILIP

PHILIP

PHILIP

PHILIP

PHILIP

PHILIP

PHILIP





## CONTINUATIO.



Ristotelem, Principem Philosophorū, ut ceterarum disciplinarum orbis Philosophici, sic mathematicarum scientissimum fuisse, extra est controversiam. Testantur

hoc illius ad nos transmissa monumenta aurea: loquitur temporum suorum mos & consuetudo, quā ut nunc à grammaticis ac ceteris dicendi artibus, ita tunc à mathematicis, Arithmetice præsertim, & Geometria, discendi faciebant initia. Quo respiciens longè optimus optimi discipuli magister Plato, Vir *μαθηματικώτατος* Arithmeticeν *καὶ γεωμετρικῶτατος* appellavit cū alibi, tūm vel maxime in *Timæo* item l. 7. de republ. & in *epinomo*. idemq; Lycei postibus inscribi iussit; *ἔδης ἀριθμητικῶτατος* & *γεωμετρικῶτατος*. Cumq; hoc magistro suo, cui totos viginti annos operam aurium dedisse fertur, multus parasangis perfectior & superior evaserit discipulus Aristoteles in reliquis disciplinis, quoad methodum, ordinem & perspicuitatem, alicubi etiam quoad doctrinæ genus, quis in mathematicis eidem parem ad minus fuisse dubitet? Ac ceterarum quidem philosophiæ partium integra

4 2

syste 2

systemata vel *scouta* nobis habemus ab illo, quibus hodieq; gratis pectoribus fruimur. Solarum mathematicarum nullas accepimus; cuius culpa, etsi incertum sit, Opticorum tamen & astronomicorum & musicorum commentariorum, ab ipso confectorum Diogenes Laërtius meminuit, quos temporum injuriâ intercidisse oportet, hanc absq; literaria rei singulari d.anno, cum non extent amplius inter opera illius. Tot interim monitis, exemplis, sententiis, vocabulis & terminis mathematicis perspersa sunt, quae nunc extant, omnia, quasi sale quodam, parum ut absit, quin ex his solis, etiam de hoc argumenti genere, ad praesentis Isagoges Aristotelicae perfectionem, compilari queat mediocri epitome, & si non basilica, saltem pergula mathematica strui. Periculum certe fecimus, postquam pro Vogeliani venditate scheda, nobisq; ad censendum oblata, nullâ planè ex parte quod videri volebant, se esse probarunt. Ita sine iudicio consarcinatae erant non ex Aristotele selectae, sed ex trivio arreptae: ita nihil, ut me veritas amet, nihil inquam, erat in illis ad unam omnibus pagella, quod rectum acre & solidum iudicium ingenii Vogeliani, pra se ferret, aded, ut quemvis potius abecedarium mathematicum, quàm illum in ceteris ymnias suis viventem spirantemq; Vogelium deduxim. *o*ta *o*ta, autorem credam, & ni fallor, probaturus sim omnibus, qui quid lupinis ora distent, quoniam periti sunt, iudicare sciunt: quem in sinem chartas illas mecum diligenter asservo. Ne non igitur haberet Vogeliam

geliana ἐγκυκλοπαιδεία seu disciplinarum orbis omnes annulos suos, nevé hiatum pateretur, succedere nos oportuit operæ a Vogelio derelictæ & de nostro; nostro autem? Imò ex myrothecii Stagiræis afferentes, quantum potuimus, supplere, quæ deerant, & sarcire lacunam. Nullâ hic ambitione ducimur, quæ procul est nobis; tantum Vogelii, quem juventui studiosa notissimum esse cupimus, & ut sit, omnem lapidem jure merito movemus, amore, & boni publici studio trahimur: ac ægre est nobis, quod propter nimiam festinationem, in quam nos conjecit angustia temporis, non licuerit omnes arculas Aristotelicas excutere, & diligentiam adhibere nostro proposito dignam. Quod magis benevolus lector suarum partium esse noverit, boni consulere voluntatem nostram, & ignoscere diminutæ tractationi, cum quod precipitata fuerit, non elaborata, tum quod ex Ethicis Aristotelicis sciat, diversa inter esse *ἁποτομῶσαι καὶ ἀναρτάσαι*, id est, delineare & excolere, eclogas scribere & *συναποποιῶσαι*. Nos eclogas, aut, si minus, syllogen locorum Mathematicorum ex Aristotele nostro promittimus, non disjectorum tamen & sparsorum, sed continuæ orationis cemento & legitimi ordinis fibulis connexorum. Plenioris doctrinæ cupidos, & qui non particulam artis, sed totam artem, prout sanè par erat, addiscere cupiunt, ad ipsos artifices volumus remissos, quales sunt in Arithmetiis & Geometricis Ramus & Euclides cum Clavii scholii, ejusdem Clavii ut & Merii

Geo-

MATHEMATICA

Geometria practica, Stereometria & Logistica decimalis Hartmanni Beieri, Arithmetica Bernhardi Salignaci: in astronomicis Epitome Astronomica Jo. Kepleri, mysterium Cosmographicum ejusdem, unâ cum Harmonicorum libris, & imprimis Astronomiâ Danicâ: in Opticis præter Euclidem, autor perspectivæ communis, Alhazenus, Vitellio; Paralipomena Kleperi & Dioptrice. In Geographicis P. Bertius, Ortelius, Cluverius; in Musicis idem Keplerus l. tertio Harmonicorum, Ptolomæus item, Calvisius, Lippius: in Mechanicis Guidus Ubaldus & alii. Ab his classicis autoribus nucleum & viscera partis cujusq; peti velim. Mihi satis erit, primoribus labris imbuerè discèntes, & ad Classicos autores legendos invitare. Qui sanè scopus esse debet omnium Compendiorum, nimirum principes autores discèntum manibus inserere, non excutere; ac si esset sæpenumerò major ad hæc voluntas in iis, in quibus requirebatur summa, non sic solidè doctorum penuriâ, per omnes panè Philosophiæ partes, laboraremus.

DIS-



ARISTOTELICA

DISPUTATIO

PRIMA

De

MATHEMATI-  
CIS disciplinis in  
genere.

THESIS I.

**M**athematices vocabulum à Græco verbo *μαθηματικὸν* descendere, nemo nescit; non item, quæ nominis sit ratio. Qui sequuntur Pythagoricos apud quos *μαθηματικὸν* nihil aliud erat; quam *ἀνάμνησις*, id est, recordari, ideò Mathematicen & Mathesin dictam putant, eam, quæ de quantitibus est, doctrinam, quoniam recordatio omnium clarissimè, circa numerorum magnitudinumque perceptionem animadvertitur, id quod Cicero ex Menone Platonis declarat Tuscul. quæst. 1. pusione producto, qui de quadrati dimensione, re Mathematicâ, commodè interrogatus, etsi ab initio responderet, ut puer, tamen complicatam animi notionem, recordando, magis magisque evolvens, gradatim eò pervenit, quasi qui Geometrica didicisset optimè. Ut jam non mirer amplius philosophum nostrum 6. Eth. 8. affirmare ausum, etiam *παιδίον*, adolescentulum, imò puerum præstare aliquid posse in mathematicis, dummodò attentus sit, & commodus præceptor accedat.

## MATHEMATICA

### II.

Enimverò sive habitus ille mathematicus docendo discendoque deinum inseritur animo, sive dudum & ab ortu infitus resuscitatur solummodò & quasi refricatur, quod in medio relinquimus, certum est, confessumque ad nullius rei perceptionem, præter vivam doctoris vocem, (cujus solertiâ succidantur vepreta & exurantur, & superciliosa complanentur aspreta, ut Cœlius Rhodog ait. l. 7. c. 10.) tantam ingenii vim & copiam, tantum acumen, tantum studium, conatum, agitationem, cum memoriæ præstantiâ requiri, quantum ad subtiliores quæstiones de magnitudinibus & numeris. Cumque rursus Pythagoræ *ἡ μαθηματικὴ* idem sit, quod commentator, inquisitor, *ἡ ἀρετή*, ut ex Gellio constat. l. 1. c. 9. credible est, scientiæ quantitatum, mathematicæ nomen *ἡ μαθηματικὴ* nimirum esse.

### III.

*Inventores mathematicum Aristoteles. 1. metaph. I. constituit ἡ ἀρετὴ ἡγεμονικὴ*, id est, monachorum gentem in Ægypto, qui talibus adventionibus otium & solitudinem suam seu sefellerint seu solati fuerint: Strabo necessitatem addit, ut nimirum ars esset, quæ regeret agrorum fines & Nili confusionibus annuis obrutos, cofannis restitueret. Ego Patriarchas malim, penes quos ut aliarum, ita & harum artium prima possessio, & postea cum Ægyptiis communicatio fuit, cum se illuc recepissent.

### IV.

Sitné Aristoteli mathematicæ pars philosophiæ, noli quærere. Dicit hoc ipse conceptis verbis, ubi mathematicos Philosophis annumerat. l. 4. metaph. sum. I. c. 1. & l. 11. c. 3. sum. 2. mathematicam sapientiæ partem facit: l. 12. t. 44. astro-nomi-

nomiam οικειοτάτη φιλοσοφία τῶν μαθηματικῶν ἐπιστημῶν, id est, præcipuam & propriissimam philosophiam inter mathematicas scientias appellat. Vide etiam l. 6. metaph. sum. 1.

(Nota, nos in citandis metaphys. Bessarionis distinctionem, in aliis operibus Pacianam sequi)

## V.

Quin potius de *subjetto* mathematices videamus. Sternit ad hoc viam Choragus noller l. 5. metaph. c. 1. his verbis: ἐστὶν ἐπιστήμη τις, ἢ θεωρεῖ τὸ ὄν, ἢ ἔν, ἢ κατὰ τὸ ἔν ἢ κατὰ τὸ ὄν, καὶ ἄλλο. Ἀλλὰ μετὰ αὐτὸ πρὸς τὸ ἐπιστήμη θεωρεῖται τὸ ὄν τὸ ἐστὶν ὡς οὐκ ἐστὶν, οἷον αἱ μαθηματικὴ τῶν ἐπιστημῶν, id est, datur scientia quædam, quæ ens sub ratione entis considerat & quæ huic perse insunt, quam metaphysicam seu primam Philosophiam dicimus. At Entis sive partem sive speciem ex genere præcipientes aliæ scientiæ quicquid accidunt ei, contemplantur, ut mathematicæ.

## VI.

Ecquod verò sit μετὰ illud Entis, cujus theoriam sibi disciplinæ mathematicæ vendicant, distinctius exponitur initio l. 6. metaphys & l. 2. φυσ. ἀνε. c. 2. τὸ ποσόν nempè καὶ πηλίκον, quorum & quantum, id est, numerus & magnitudo; uno verbo, Quantitas, eaq; ad abstractionem indifferens. Ut enim scientia naturalis corpus mobile considerat cum suis proprietatibus, quas inter etiam est quantitas. l. 1. φυσ. ἀνε. 2. l. 1. cœli. 1. Sic scientiæ mathematicæ quantitatem considerant, modò extrinsecum, modò ἐξ ἐξωθεν, modò ἐξ ἐνδοθεν, modò ἐξ ἐξωθεν, modò ἐξ ἐνδοθεν, concretam cum materia: abstractam, ut Arithmetica & Geometria; concretam, ut astrologia, Optica & similes. Quantitas igitur largissime accepta est μετὰ illud τὸ ὄν, illa

illa entis particula, & *ιδιὰ φύσις*, propria natura quam sibi tractandam mathematicus sumit. 6. metaph. sum. 1.

## VII.

Nec obstat, Philosophum non nisi *ἡ ἀφαιρέσις* *ὁν* Mathematicæ subijcere l. 3. cxl. c. 7. l. 1. de anim. t. 17. l. 6. Ethic. c. 8. quod alibi, nempe 6. metaph. sum. 1. *νοῦν καὶ ἀκίνητον*, intellectione & immobilitate, alibi, ut l. 1. post. anal. tex. 101. *εἰδῶ*, id est, speciem & formam abstractam, libello de lin. commensurab. Ideam vocat, & 7. metaph. c. 10. sum. 2. describit, quod sit *τὸ ἐν αἰσθητοῖς ἔσθ' ἀργον, ἀλλ' ἐξ ἡ αἰσθητοῦ*, id est, existens in rebus sensibilibus quantitas, verum non, ut est sensibilis: Cui consentit c. 2. l. 2. *φυσ. ἀργάστ.* vide etiam præf. *μεγαλ. φυσολογ.* Ptolom.

## VIII.

Hic enim sciendum est, Aristotelem his & similibus locis non ad totam Mathematicen, sed ad certam ejus partem respicere, Arithmeticam nempe & Geometriam, prout se disertè explicat l. 13. metaph. c. 3. sum. 1. Hæ enim *καὶ ἕξιον* mathematica dicuntur. Sicuti contra per abusum vocabuli jus civile mathematicos vocat homines maleficos, ariolos, incantatores, magos, tum Genethliacos, superstitiosos, qui quæ nec facta nec futura sunt, sciunt tamen, genus hominum potentibus insidum, sperantibus fallax, quod semper in civitate simul & veritum, & retentum esse, mietur magis Tacitus l. 1. hist. suæ, an stomachetur, haut facile dixerim. Hi omnes, Jureconsulto sunt mathematici, sed adulterini, sed e mentiti, quiq; honorato mathematicorum titulo, vanitates, crimina, fraudes suas palliabant, eodem fere modo, quo augustum Politicorum nomen hodie in contemptum venit.

## IX.

Est igitur Mathematicæ generatim, summa sive *φυσολογία*

## ARISTOTELICA.

9

entia (nec enim de genere multum contendemus) *sive doctrina quantitatum, ut quantitatum, cum vel sine* *subjecto suo consideratarum.* Nam teste Philosopho *l. 2. φυσ. ἀρχ. t. 18.* sine ullâ falsitatis aut erroris suspitione vel periculo, quantitatem aliquam, v.g. Circulum aut lineam, considerare licet, non consideratâ materiâ, cui inest, qualem considerationem vulgò Mathematicam, *ἀφαιρέσειν* appellant. *ἀδέν,* inquit Philosoph. *l. cit. ἀφαιρέσειν ἔστιν ἀφαιρέσειν τῆς οὐσίας* *χωρὶς οὐσίας,* id est, nihil interest, utro modo consideres quantitatem, nec qui hanc mente abstrahit à materiâ, materiamvè insequentibus qualitatibus, motu, sono, luce &c. mentitur. Scalig. ex. 342.

X.

Et ratio est; quia, ut ibidem addit, res mathematica, non ut *ἰδέα* sive formæ ac essentia rerum naturalium, *τῆ νοήσεως τῆς κινήσεως* sunt *ἀχώριστα*, id est, inseparabiles à motu per intelligentiam, de anim. *t. 13. & 18.* sed ut acie mentis separentur, aptæ naturæ sunt: nec magis apprehensionis in his veritati officit abstractio, quàm demonstrationi per se iustæ ac legitimæ derogat falsa descriptio. *l. 13. metaph. phys. sum. 1. c. 3.*

XI.

Credo enim, notum esse, ut plerunque demonstrationes mathematicæ declarari soleant per diagrammata, *διδασκαλίας χάριν, ὡς μᾶλλον γινώσκοντων, τὸ ἀφαιρέσειν τῆς οὐσίας*, id est, doctrinæ gratiâ, perinde ac si citius rem agnoscant, qui viderint diagramma. *l. 1. cæli text. 104.* Multorum, inquit Philosophus *9. metaph. t. 20.* rationes manifestæ forent, si de rectâ designatione, quæ dividendo fit, certasque lineas ducendo constaret, ut exemplo probatur ibidem & *l. 3. metaph. c. 6.*

Quia

## XII.

Quia tamen demonstratio minimè concludit ex  
 iis, quæ delineata ac divisa fuerunt, sed ex his,  
 quorum istæ crassæ notæ sunt ac rudia symbola;  
 idcirco vera nihilominus demonstratio manet, et  
 iam si sphaera insit diagrammati, dum rectam vel  
 pedalem lineam esse dicit eam, quæ nihil minus,  
 quàm talis est. Non enim demonstrationes ad fi-  
 guras & schemata externa, sed ad intellectum &  
*Algebra* referri debent. l. i. prior. analyt. c. 39. l. i.  
 prior. tex. 80. l. 13. metaph. sum. i. c. 3. Et de hoc  
 casu verum est, quod dicitur: non requiri verita-  
 tem in exemplis. Etsi adhuc verius sit; præstare  
 ad docendum, ut quàm rectissimè se habeat dia-  
 gramma.

## XIII.

Quare tantum abest, ut abstrahens abstrahendo  
 erret fallaturvé, ut non nisi abstractionis ope ve-  
 ras rerum & formarum mathematicarum essentias,  
 ob ruditatem & imperfectionem materiæ sensibi-  
 lis, mirum in modum depravatas, adipiscatur. Dic-  
 enim, ubi locorum exquisita rectitudo aut perfe-  
 cta rotunditas in materiatis inventenda sit? aut ubi  
 est sphaera in rerum naturâ, quæ subjectum pla-  
 num rectum puncto attingat, prout rationes ma-  
 thematicæ evincunt, & non, ut Protagoras obji-  
 ciebat, mathematicos redarguens, parte aliquâ  
 superficiei suæ? l. i. de anim. t. 13. l. 3. metaph. t. 8.  
 lib. de lin. comrens. & incom. Hic, quæ nec sunt  
 necesse possunt in sensibilibus rebus, cernis ta-  
 men in essentiis abstractis, ac oculo alio, quem  
 vocamus *verum*, id est, perspicentiam mentis ut ita  
 philosophus tales formas non injuriâ *veritatis* men-  
 tales & intelligibiles dixerit: *divinitus vero*, quia  
 semper

semper eodem modo se habent nec mutari solent.  
l. 6. metaph. sum. 1. c. 1. 2. metaph. t. 16.

## XIV.

Cum autem nulla sit disciplina, quæ non utatur abstractionibus, tenenda est distinctio inter mathematicam & aliarum disciplinarum abstractionem. Cæteræ disciplinæ abstrahunt à materiâ singulari & corruptibili, v. g. cælum concipiunt ac intuentur animo, non hoc cælum. 3. metaph. text. 9. & l. 1. cæli t. 92. Alias ad interitum rei, ejus in animo scientia interiret. ibid. & c. de relat. in prædic. At mathematicus interdum abstrahit ab omni materiâ, tam sensibili, quàm intelligibili, singulari & universali, & ut diximus, quantitatem concipit & intelligit, non attentâ materiâ; uno verbo, sumit eam, ut *ἄριθμος*, id est, essentiam ac formam, quæ per se substat proprietatibus suis, nec fit in subjecto. l. 1. post. t. 101.

## XV.

*Ἀριθμητικὸς* in definitione mathematicæ adhibita; *Quantitatum*, ut *quantitatum*; modum considerandi proponit, & hoc innuit, etsi inter disciplinas mathematicas aliquæ non removeant cogitatione subjectum, in quo inest quantitas, ut optice vel harmonicæ; tamen nec illam *τὴν ὄψιν*, id est, Visum, neque hanc *τὴν φωνήν*, id est, vocem, aut sonum considerare, ἢ ὄψιν, ἢ τὴν φωνήν, ἀλλ' ἢ *ἄριθμὸν καὶ ἀεὶ ἐκείνους*, id est, non ut est visus aut vox, sed ut ambo lineæ sunt & numeri, eorumque rationes subeunt l. 13. metaph. c. 3. sum. 1.

## XVI.

Disciplinæ quantitatem purè, simpliciter & abstractivè considerantes, *purè mathematicæ* inde dicuntur, & duæ sunt. *Arithmetica* & *Geometria*; illa de

de quoto; hæc de quanto in specie dicto; illa de numero; hæc de magnitudine: utraq; separatim ponens, quod non est seperatum. l. 13. metaph. sum. I. c. 3. idq; propterea, ut sit accuratior & perfectior intelligentia illorum, secundum ea, quæ prius l. 13. dicta sunt.

## XVII.

Cæteræ disciplinæ omnes σκοπεῖσι μὲν μαθηματικὴν ζῳαμην (συμμετρήματα, ἐπιπέδων, στερεῶν) ἀλλ' ἔτι ἢ μαθηματικὴν, ἀλλ' ἢ φυσικὴν, i. e. considerant quidem lineam mathematicam, (tūm quæ sunt hujus generis alia, punctum figuram, planum, solidum.) verumptamen non ut mathematicam, sed ut physicam. Quā limitatione tamen non modus considerandi, sed consideratæ rei necessaria conditio significatur, quasi dicat: *Talium disciplinarum subjectum adæquatum esse τὸ ποσὸν μέγεθος μὲν τῆς ὕλης*, quantitatem materiæ confusam, & sensibili qualitate aliquâ præditam ac ceu vesitam. 2. φυσ. ἀκρ. c. 2. l. 1. cælit. 9. 2. quæq; ad quantitatem nudam & exutam hocce sensibilibis qualitatis amiculo ita se habeat, quemadmodum cutivitas ad limitatem. dicto loc. & initio l. 6. & 10. metaph.

## XVIII.

Atq; propter hanc qualitatis materiæ ad quantitatem adjunctionem hæc disciplinæ σιωποῦσι evadunt τῇ φυσικῇ, id est, finitimæ scientiæ naturalis, habentes κοινὰ προβλήματα τῶν μαθηματικῶν ζῳαμην ἢ φυσικῶν. τὸ ἰδρὸν γὰρ ἄς ἀφ' τῶν μαθηματικῶν δὴ λείπει τὸ ἢ πρὸς τῶν φυσικῶν, id est, problemata scientiis Mathematicis & Physicis communia. Nam quæ ratione hoc ita & cur sit, per mathematica liquet: res verò ipsa sive subjectum & quod sit ex physicis clarum est, in princip. quæst. mechanic. l. 1. post. t. 69. & 100.

Re&amp;



## XIX.

Rectè igitur hæ disciplinæ *φυσικῶν* dictæ sunt philosopho 2. *φυσ. ἀποδ.* 2. Vulgo *mixta* & *impura*. Item *ὑπόθετοι*, hoc est, subordinatæ vel *subalternatæ* puris. Primò enim subiecto cum iisdem conveniunt, tam materialis, quam formalis ratione, nisi quod materiali parti superadjiciunt sensibilem qualitatem, quâ solutum est materiale partiarum & subalternantium. Deinde quæ in subalternantibus & puris demonstrata sunt à priorè & conclusionis habuerunt rationem, in inferioribus & impuris sine probatione sumuntur instar principii seu elementi. Quo respectu Euclidem suam Geometriam & Arithmetica *τῶν στοιχείων*, id est, elementorum nomine inscripsisse credibile est, etsi & aliam inscriptionis rationem habuerit. In his autem duobus naturam subalternationis consistere, discimus ex philosopho cit. locis, & tex. 75. & 86. l. 1. prior.

## XX.

Considerans hoc Philosophus l. 4. metaph. c. 1. suam 1. Arithmetica & Geometria *primas scientias* appellat; cæteras secundas. Sicut enim prima philosophia principia condit disciplinarum inferiorum, unde *κρυφαὶ ἁρρητιστικῆ* dicitur: sic Geometria & Arithmetica in principiis sibi subalternantium mathematicum elaborare diximus 2. sicuti prima philosophiæ subiectum sub se continet subiecta reliquarum philosophiæ partium, ut audivimus theū; sic in subiecto Arithmetice & Geometriæ reliquorum mathematicum subiecta includuntur, quodammodò, nō secus ac pars in toto inclusa est. Est n. quantitas cum motu, aut sono, aut luce q: pars aut species quantitatis generatim sumtæ l. 1. post t. 60 3. Sicuti prima philosophia in nititur principiis *omnium communissimis*, ut impossibile est idē simul

esse & non esse : ita in Arithmetica & Geometria multò communiora principia dantur , quàm in reliquis matheſeos partibus , ea nimirum quas *καὶ τὰς ἀνωτάτας* , communes & tantùm non inſitas in noſtris mentibus notions , item *ἀξιωματικὰ κενὰ* , dignitates & axiomata communia nuncupant. l. i. post t. 74.

## XXI.

Talia ſunt e. g. *εἰ ἐνὶ καὶ ταυτῶ ἴσα , καὶ ἀνάλογα εἰς ἑαυτὸν ἴσα* ; id eſt , Uni eidemq; æqualia , & ſibi invicem æqualia pronunciamus. Item , *δοῦν τῶν ἴσων ἴσα ἀφαιρέσειν ἴσα λείπεται* , id eſt , ſi ab æqualibus auferantur æqualia , reſtabunt æqualia. l. i. prior. c. 24. l. i. post. t. 74. Item *διπλασίον , τὸ εἰς ἴσων ὑπερέχειν* : ἡμισυ τὸ εἰς ἴσων ὑπερέχειν , id eſt , duplum eſt , quod æquali , ſeu altero tanto ſuperat ; dimidium quod altero tanto ſuperatur l. 6. top. cap. 9. Item *ὁ ἀρθήγωνος ἴσος* , id eſt , angulus reſtus eſt angulus æqualitatis vel ut Euclides ; Anguli reſti inter ſe ſunt æquales. in ſine quaſt. mechan. Hæc , inquam , & ſimilia principia , quorum magnam ferruginem Euclides præmittit elementis ſuis , & naturã ſuã nōta ſunt omnibus ſanã mente præditis , & tam numericis , quàm magnitudinibus conveniunt , unicuique *καὶ ἀλογίαν* , ſecundum proportionem. l. i. post. t. 74. & 69.

## XXII.

Proinde ſicuti philoſophiæ partes reliquæ ſplendorem accipiunt à primã philoſophiã , nec quifquam unquam , ſine aliquã illius cognitione , perfectus Philoſophus exitit : ſic mathematica inferiora , ut Aſtronomia , Optica , clariffima evadunt , mathematicam autem , h. e. arithmeticã & Geometricam nō ignorantibus Copernic. l. i. revolūt. Ariſt. l. i. post. t. 102. lateremq; lavat , qui harum

*ἡ ἀλφάβητος* in cæteris operæ precium facturum se sperat, quicquid etiam suaviter ebrius somniat. Hæ sunt alæ, quibus volandum est per cælestes campos: hi baculi, quibus terra peragrandæ.

## XXIII.

Habet igitur utrumq; matheseos genus, purum & mixtum sua tam cognitionis quam rei principia, vel ut Philosophus loquitur 1. post. t. 103. *ἡ δὲ ὄν καὶ τῶν ἰδ. id est, ex quibus & circa quod. Cognitionis*; ut 1. axiomata modò dicta & ad propositum sive ad subjectam materiam scitè accommodata & contracta; (id enim est καὶ ἀλογίαν sumere:); 2. propositiones antea demonstratas ex axiomatis; 3. axiomatis affinia *ἀλήθεια καὶ λήματα*, id est, postulata & lemmata. v.g. bina quævis puncta jungere per rectam: dato puncto datoq; intervallo circulum describere: lineam rectam producere ad lubitum. *Rei*; ut subjecti & specierum ejus variarum definitiones. Ita arithmeticus primò omnium definit numerum, & per suas species ac classes distribuit: Geometer lineam rectam, circulum, angulum rectum definit. *ibid.* & 2. post. t. 72. 6. *Metaph.* text. 1.

## XXIV.

Horum principierum ope optimas & firmissimas, perfectissimasq; demonstrationes mathematicas concinnat, præsertim propriè sic dictus, adeò ut hac in re mathesis cæteris disciplinis omnibus palmam præripiat, soleatq; Philosophus mathematicum docendi genus pro accuratis. & exquisitis. usurpare. *Ptolom.* l. 1. *μικρὰ συντάξ.* in præfat.

## XXV.

Quod autem objiciat aliquis ex c. 7. l. 2. *moral.*

ad Eudem. in mathematicis nulla dari principia nisi  $\alpha\alpha\delta'$   $\delta\epsilon\gamma\iota\sigma\tau\eta\varsigma$ , id est, per similitudinem. Resp. Aristotelem principia mathematicorum ibi loci vocare similitudinaria, non simpliciter, sed in comparatione ad principia moralia humanarum actionum, cum quibus in eo conveniunt, quod utraque suorum effectuum causæ sint, ita ut mutatis sublativè ipsis mutantur tollanturvè effectus: rursus autem differunt, quoniam mathematicorum principia necessaria sunt effectibus & immutabilia, utpote ad unum ordinata: at homo, qui suarum actionum fons est ac dominus, cum sit in horas mutabilis, etiam variat ac suspendit actiones, & non raro contraria molitur & instituit. Est igitur, quod principia mathematica non se habent, ut Ethica. An propterea non erunt vera principia  $\delta\ \mu\eta\ \gamma\acute{\alpha}\nu\epsilon\iota\tau\omicron$ .

## XXVI.

Quot sint numero discipline subalterne in encyclopediâ vel systemate orbis mathematici, etsi difficiles explicatus habeat: quinque tamen probabiliter numerari videntur: Una, quæ in sonis quantitatem considerat, discretam præsertim, quam *Musicam* dicimus: altera, quæ expendit eandem in luce & umbris, ut *Optica*: rursus alia, quæ de hac in motibus cælestibus dispicit, ut *Astronomia*: adhuc alia, quæ numerum & magnitudinem partium superficiæi terrenæ perscrutatur, ut *Geographia*: Una denique circa modulos potentiarum ac virtutum moventium operosa, *Mechanica* dicta.

## XXVII.

Non negamus interim plures recenseri, putâ *Logisticâ*, *Geodesiâ*, *Cosmographiâ*, *Chronologiâ* illiusq. partem ecclesiæ computum,  $\pi\epsilon\tau\epsilon\sigma\tau\alpha\tau\iota\kappa\omicron\upsilon\ \delta\iota\ \acute{\alpha}\sigma\tau\epsilon\ \lambda\omicron\gamma\iota\kappa\omicron\varsigma$ , quod hodie

hodiè *astrologia* dicitur; item architectonicen &c. Verùm superflue, ni fallor. Aut enim numero idem sunt cum quinque prædictis, ut Cosmographia cum astronomiâ & geographiâ, partes simul sumptæ cum toto: aut ad easdem reducuntur, tanquam appendices aut fructus & exercitia, quo pacto Logistica ad arithmeticen, geodesia ad geometriam, Chronologia & astrologia ad astronomiam referenda videtur; aut denique non sunt magis matheseos, quam aliarum disciplinarum, physicae, medicinae &c. propriae censendæ, quod cum omnibus pariter communicent, illarumq; præviãam noticiãam requirant, veluti architectonice, de quâ Vitruvius testatur his verbis. l. i. c. i. *Quis se architectum profitetur, literatus sit, peritus graphidos, eruditus geometriã, optices non ignarus, instructus arithmetica, historias noverit complures, Philosophos diligenter audiverit, musicam sciverit, medicinae non ignarus sit, responsa Iureconsultorum calleat, astrologiam celiq; rationes cognitas habeat.*

## XXVIII.

Atq; ex hoc uno liquere potest, quales & quantas commoditates soli architecturæ, & per eam humanæ vitæ afferat mathesis. Quid verò in cæteris vitæ partibus, disciplinâ & Facultatibus? Nempe Theologis i. ad hoc conducit, ut scripturæ loca plurima solidius intelligant, & divinorum miraculorum magnitudinem animo plenius consequantur. *Sisteit, inquit in aureâ suâ Genesi Lutherus, Sol ad Josue preces. Id quantum miraculum sit, ex astronomis quere.* Item: descriptio temporis non est otiosè addita, cum dicitur; Caluisse tùm solem, hoc est, ad meridianum ascendisse. Hæc est explicatio ex arte astronomica.

2. Prodest theologis, ut quod in ipsorum studio summè necessarium est, res gestas suis temporibus, gentes suis locis ac sedibus aptè digerant, & ut Deum in operibus ejus agnoscant, summè potentem, sapientem, bonum. Extremæ potentix est, omnia posse condere: sapientix, ita condere, ut nec ad speciem pulchra nec ad usum meliora opera fieri potuerint, ut potè mathematicè, hoc est, in numero, pondere, mensurâ conveniente condita. lib. sap. c. 11. Cic. 2. de nat. Deor. Scalig. ex. 249. l. 1. & 3. Bonitatis denique, voluisse ita condere, non tam propter se, quàm propter nos & nostros usus. Scalig. ex. 250. Cic. 2. de nat. Deorum in fine,

## XXX.

Non erat itaque, quòd Aristippus cum suis a seculis 3. metaph. 1. 3. omnem boni ac pulcri considerationem mathematico eriperet & hoc nomine aspernaretur scientiam illius. Sit ita: non demonstraret mathematicus per finalem causam: nihil de bono aut pulcro tradat conceptis verbis: At tradit opere & re ipsâ, ostendendo nimirum & ex professo explicando, quid *τάξις*, quid *συμμετρία*, quid *ὡσεϊσθρον*. In his autem tribus, videlicet decenti ordine situque partium, commensuratione legitimâ, debitâ magnitudine, (id enim hoc loco significat *τὸ ὡσεϊσθρον*) vim, rationem ac formam pulchritudinis, tanquam in suis causis aut speciebus, consistere, ac omnia quæ participant his tribus, ornata, pulchra, bona esse, ex Vogeliana *καλλιλογία* pluribus addiscet lector. Cumque *τάξις* καὶ *ὡσεϊσθρον* plurimis rebus causæ fiant in genere causæ finalis, etiam hoc modo efficitur, ut mathematicæ scientiæ finis, adeoque *ἡ καλῆ*, pulcri & boni

boni rationem quadantenus habeant. *Quadantenus*, inquam: Nam simpliciter loquendo οἱ μαθηματικοὶ λόγοι τὸ εἶναι αὐτῶν ἔχουσι, id est, mathematici discurtus & sermones, id cuius gratiâ, sive finem, non continent. Scalig. ex. 342. ex l. 3. rhetor. Arist. sed hæc obiter. Prosequamur mathematicæ utilitates.

## XXXI.

Plato itaq; agnitionem Dei ex magnificentiâ & pulcritudine suorum operû vocat ascensum mentis ad id, quod est, eamq; vim & laudem mathematicæ tribuit, cum 7. l. de rep. & in Epin. quod sit ἀπειρασιτικὴ φιλοσόφου ἀγνοίας πρὸς τὸ εἶναι ἕξει, εἰς ἐκείναι τὸ ποῦ, εἰ δ' εἴη τὸ εὐδαίμονές τε τὸ εἶναι, id est, quod mentem philosophi attollat eum in locum, ubi degit ens beatissimum, quod sit μετὰ σπιρικὴν εἶναι ἐπὶ τὴν εἶναι θεῶν, id est, convertat intellectum ad inspectionem entis, quod nos faciat καλὸν εἶναι ἕξει τὴν εἶναι ἀγαθῶν ἰδέας id est, facilius perspicere essentiam & formam ipsius boni, & quæ sunt id generis emblemata & flosculi complures, quibus hunc matheleos fructum non minus venustè, quam graviter complectitur.

## XXXII.

Jureconsultos instruit & juvat studium matheleos in regundis finibus, in alluvione judicandâ, in herciscundâ familiâ, hæreditate partiendâ, damno & lucro dividendo, secundum mentem testatoris, contrahentium consensum, boni & æquæ normam. Alias non rescripsisset uterque imperator, Diocletianus & Maximinus: *Artem geometria (subintellige arithmetice) quoque) discere atq; exercere publice interest.* Nimirum videbant illi & usu ipso deprehendebant, non tantum jus dicentibus & legumlatoribus, verum etiam Reip. propugnandæ.

gnatoribus quos Imperatores, principes & duces vocamus, adjumenti & emolumenti plurimum ex his & similibus artibus accrescere in gerendo bello, ordinandâ acie, castris metandis, expugnandis & tutandis urbibus &c. Plato loc. cit.

## XXXIII.

Quorsum medicis geometria conducat, filio Thesalo integro epistolio præcipit Hippocrates parens, nimirum ad ossium luxatorum repositionem, attritorum resectionem, terebrationem &c. tum & ipsorum ossium situm atq; ordinem & totam structuræ motusq; rationem pervidendam, quod & Aristotelis libellus de mot. anim. egregiè confirmat. Idem Hippocrates eodem in epist. arithmetica m̄ artem ad dijudicandas febrium intensiones & remissiones, ad circuitus & crises morborum &c. Conferre non minus verè, quàm expressè afferuit. Astrologiæ quoq; honorificam mentionem non semel fecit & in primis lib. de aère, aquis & loc.

## XXXIV.

Philosophum in philosophiâ, præsertim Aristotelicâ & Platonicâ cacutire sine hoc matheseos lumine, in præmio innuimus & supra in thesibus nec Aristoteles ipse diffitetur, cum nos. e.g. in doctrinâ cæli & meteororum identidem ad astronomorum, Babyloniorum & Chaldæorum, quorum temporis florebant in orbe, theoremata & *μαθηματικὸς* remittit i. meteor. 3. & 6. 2. cæli 1. 60. t. 103. & 112. quando item Iridis explicacionem, meris geometricis & opticis fundamentis aggrediar l. 3. meteor. c. 6. idq; jure factum l. 1. post. t. 100. defendit: *Scire, inquit, quod sit Iris, proprium est phisici: Optici autem simpliciter aut secundum scientiam mathematicam, καὶ τὸ μαθηματικόν.* Tales usus innumeros commentatio hæc nostra suppeditat.

Omni-



## XXXV.

Omnibus deniq; in Musarum castris versantibus ad sapientiam & prudentiam lumen profert. Ad sapientiam, acuendo ingenium, iudicium subigendo memoriam exercendo & firmando, adeo ut non vereatur Plato asserere arithmetica & id generis artibus imbutos *εις τῶν τε τὰ μαθηματικά δεξιῶν φαίνετο*, i. e. ad ceteras disciplinas omnes promotos & acres apparere, & hinc arithmetica & geometriam *κατὰ τὰς ἀστρονομίας* i. e. Viam ad eruditionem appellat, cui Hipp. loco antea laudato totidem verbis aslipulatur. Ad prudentiam in vitâ & morib.; dum animos nostros a perturbationib. affectuum ad moderationem & tranquillitatem, a fastu ad modestiam, ab iracundia ad mansuetudinem, a dejectione & anxietate ad magnanimitatem a turpitudine & ataxia ad decus & elegantiam inflectit, traducit, revocat eisdemq; imperus convenientes & laudabiles inserit ac instillat: Quib. in rebus efficiendis astronomiam imprimis & musicam excellere præter Ptolom. l. 1. *μυσ.* *εὐνομάζ.* graphice ostendit Arist. l. 8. *polit.* c. 5. Cic l. 4. de finib.

## XXXVII.

Semper autem ingenuis mathematicum cultoribus ob oculos versetur pronunciatum philosophi l. 1. *o. Eth.* c. 5. *μαθηματικὴ γίνονται καὶ εὐνομάζονται καὶ ἀστρονομία*, i. e. geometriae sunt, & singulari rectius assequuntur, quib. amor & studium geometriae adest. Hoc soletur fastidium primum, hoc perumpat aditus, ac certo sibi apud animam suam persuadeat, mathematicen esse difficilem, non verâ, sed opinione illorum, primo in limine qui resistunt, & prius quam elementa gustarint, totum studium injustè damnant ac abijciunt ignaviter: tanto ordine dispositu & concatenatione admirabili devincta membra, atq; mathematica Arist. l. 3. de anim.

ARITHMETICA  
ARITHMETICA  
ARISTOTELICA.

*Partim ex variis locis operis  
Aristotelici collecta, partim ex  
Euclide suppleta.*

THESIS I.

**A**rithmetica nomen habet à numeris, cir-  
ca quos versatur, tanquam circa suum  
objectum adæquatum & genuinum, à  
quo etiam definitur, quod sit ἀριθμὸς ἢ  
ἀριθμὸς ἐν τῷ ἄλλῳ, id est, numeri, quā numerus sci-  
entia.

II.

Respicimus hac limitatione ad distinctionem  
numeri l. 4. φυσ. t. 102. traditam, quā numerus  
ἄλλος id est, totaliter sumeus, distinguitur in eum,  
qui cum magnitudine & materiā conjunctus est,  
& à Platone 6. de republ. μαθηματικὸν vocatur,  
quasi sub manibus positum dicas: & in eum, qui  
separatus est & abstractus à quanto & quali, quem  
Philosophus ἀριθμητικόν, μαθηματικόν, μαθηματικόν, εἰδι-  
κόν, id est, arithmeticum, mathematicum, solita-  
rium, formalem, Plato Ἀριθμητικόν, id est, menta-  
lem appellat 13. metaph. sum. 3. c. 1. & 2. 5. Ethic.  
3. Plat. in Philebo & l. 6. de republ. Hoc enim nu-  
mero numeramus alterum, materiæ immersum.  
Unde quantum numerans numerus à magnitudi-  
ne, tantum quoque à numero numerato differt.

II.

Sunt autem, magnitudinis & numeri hæc insi-  
gnia

gniora discrimina. 1. Magnitudo est *συσχῆς*, continua, id est, res talis, cujus partes communi termino cohærent: numerorum nullus est communis terminus, sed partes numeri sunt *ἀμενύδραιοι*, id est, inter se discretæ. 2. Magnitudo est cum *θῆσι* & figurâ: numerus cum *τάξι*, id est, ordine solummodo & sine positione ac figurâ ullâ. 3. In numeris minimum datur, non maximum: In magnitudine maximum, non minimum. 4. In illis propriè loquendo paucum invenitur & multum; in hac magnum & parvum. 5. Magnitudini addi potest & detrahi citra mutationem speciei ac formæ: In numeris addito ablatovè quoque eorum, ex quibus est numerus, non est amplius idem numerus, sed diversus, tamen si minimum sit ablatum additumvè. Ideo numeri essentijs comparantur. c. de quant. in post. 3. phys. t. 68. l. 5. metaph. t. 32. l. 8. t. 10.

## III.

Quandoquidem ergo arithmetica non minus, quàm geometria tantum curat, quæ sunt *διὰ ἀφαίρεσις* per abstractionem, eam posterius numerorum genus, videl. numerantium, sibi propositum habere, adeoq; numerum, quâ numerum contemplari, & sic *ἡ ἀριθμῶν τῆς ἐν ἀριθμῶσις εἶναι*, ex paucioribus & simplicioribus constare, quàm mathematicen ex adjunctione situs ac figuræ ad quantitatem, h. est, geometriam, ex his conspicuum arbitror. Nimirum simplicius est, quod est *ἀπὸ θῆσεως*, quàm quod cum *θῆσι*. .1. post. t. 178. in præm. metaph. c. 2.

## IV.

Rursum hic numerus numerans modo generatim sumitur, ita ut etiam unitatem complectatur & includat; modo specialiter & *ἰδίως*, propriè, ut cum definitur a philosopho l. 3 metaph. t. 16. & l. 10.

t. 90 & 91. *ἡ πλειονότης* *μενόμενον* multitudo & cumulus unitatum. Quo in significato unitas non tam comprehenditur sub numeris, quam iisdem opponitur, oppositione relativâ & quæ est ad aliquid, 10. metaph. t. 91. hoc est, clariùs dicendo; Unitas non tam est numerus hoc sensu, quam principium, pars & mensura numeri; nec, ut aliquis multitudinis numerus, resolubilis est in partes, quia nullas habet, loc. cit. & 10. metaph. t. 2. 1. post. t. 14.

## V.

Si quæ verò dividitur unitas, dividitur ratione magnitudinis, cui inest & prout numerati rationem habet: Eaque divisio numeris fractis præbet originem, quippe, qui nihil sint aliud, nisi pars aut partes unius integri, v. g. horæ, ulnæ &c. suis partibus divisi & numerati. E. g. qui tres quadrantes nominat, dicit tres partes alicujus totius, quod in quatuor æquales partes fractum intelligitur, & quibus tamen tres solummodò accipiendæ sint.

## VI.

Nequaquam autem casu putandum est fieri, quod numerantes decimo quoque ab unitate gradu revertamur ad unitatem, complicantes illam cum denario aut denariis, dicentesq; undecim, duodecim &c. Viginti unum, viginti duo &c. Verùm hujus rei certam aliquam causam esse id ostendit, quod omnes pænè homines per decadas numerent nulli per triadas aut tetradas &c. exceptis Thracibus, qui periodos quaternarias, ob stuporem & imperitiam, adhibebant. s. 15. probl. 5.

## VII.

Quidam hoc à perfectione & prærogativâ denarii esse existimant, quæ consistit in 4. præcipuè. 1. Denarii omnis generis numeros, pares impares, quadratos cubos, longos planos, primos compositos ambitu suo comprehendit. 2. Componitur

ex

ex quatuor prioribus digitis, ut vocant, 1. 2. 3. 4. additis in unam summam. 3. in decem numeris, geometricè progredientibus nec plures sunt nec pauciores quatuor cubicis. Quantum autem tribuerint Pythagonici quaternario, Tetrachis eorum ostendit, quâ, de Keplerus ex Joach. Camer. l. 3. Harmon. in principio. 4. Mundus denario continetur, novem spheris & globo elementari, tanquam nucleo. Arist. loc. cit.

## VIII.

Sed hæ rationes parvæ sunt efficacis. Verior causa videtur, quod homo, Protagorâ dicente, sit omnium rerum mensura. Cum igitur nascatur is decem digitis in ambabus manibus & pedibus, quare veluti  $\psi\eta\phi\upsilon\varsigma\ \epsilon\chi\omega\upsilon\ \epsilon\ \delta\iota\kappa\epsilon\iota\varsigma\ \alpha\rho\iota\theta\mu\acute{\omega}\nu,\ \tau\acute{\epsilon}\tau\tau\omega\ \tau\acute{\omega}\ \pi\acute{\omega}\ \pi\acute{\lambda}\acute{\eta}\ \delta\ \chi\eta\iota\ \tau\acute{\omega}\ \kappa\alpha\ \alpha\rho\iota\theta\mu\acute{\omega}\nu$ , i. e. proprii & nativi numeri calculos penes se habens, eo numero reliqua circa se posita dinumerat. Imò videtur ab his partibus corporis nostri, aliis numeris digitorum, aliis articulorum, aliis compositorum nomen inditum Arist. ibid.

## IX.

Digitus est omnia numerus denario minor ac inferior, cujus, ut sic loquar, novem sunt species: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. Articulus est numerus unius aut plurium denariorum sive decadum, ut, decem, viginti, triginta, centum, mille &c. Dicitur etiam  $\acute{\alpha}\ \pi\omega\ \gamma\acute{\omega}\ \lambda\alpha\gamma\ \ominus$  seu rotundus numerus. Compositus deniq; numerus est qui ex articulo & digito conflatus major est denario, ut undecim, tredecim, viginti unum, centum quinq; &c.

## X.

Jam quod cæteris mentis conceptibus & vocibus in sermone; idem numeris accidit, ut quamvis ex se nullâ figurâ sint præditi, possint tamen scribi & pingi certis notis, signis, ac characteribus, & his mediantibus in oculos incurrere. Hinc

## XI.

Hinc ut literarum, sic numerorum, apud alias gentes, aliæ sunt notæ arithmetice. Antiquissimæ & simplicissimæ notæ puncta videntur & virgulæ fuisse, sed majoribus numeris consignandis minus aptæ. Successerunt his apud Romanos & Græcos literæ alphabeti, & his rursus proximis seculis, sive de corruptis literis Græcis natæ, sive à Saracenis & Indis ad nos transmissæ, notæ peculiare, quas hodieq; passim usurpamus & Cyfras dicimus, omnium facilimæ usû, & ad exprimendos quantumlibet vastos & immanes numeros accomodatissimæ, v.g. arenularum, ad tantam molem efficiendam necessariorum, quanta est hæc mundi machina.

## XII.

Quemadmodum enim soni vocum innumerabiles paucis literarum notis terminati sunt omnes: sic scribendis numeris quibuscunque & quantiscunque, adhuc pauciores notæ sive elementa, nempe novem significantia, quæ totidem digitis respondent, & unum per se ἀσπυ, non significans, circulus nimirum, in quem desinunt articuli, sufficiunt, loco tantum illorum & ordine decenter variato, perinde, ut literis usu venit. Idem enim elementum vel nota loco dextimo ac primo posita seipsam semel significat; secundo, & ad sinistram proximè sequente loco seipsam significat decies; tertio cæties; quarto millies; quinto decies millies; &c. Circulus quoq; etsi per se nihil valeat, auget tamen hujus ordinis respectu valorem exterarum. e.g. Unitati semel præscriptus facit, ut non amplius unum, sed decem significet.

## XIII.

Affectiones & proprietates numerorum quod attinet, harum insigniores recensentur à philosopho 4. metaph. t. 5. l. post. t. 31. 5. metaph. t. 20.

α. β. γ. δ.

ἁπλοῦς, σύνθετος, ὁλοῦς ἀεὶ ὁλοῦς, ὑπερθετός, ἰσομετρῶς  
 ἰσόμετρον, ἰσόμετρον, id est, primum, compositum,  
 paritas imparitas, commensuratio, æqualitas, ex-  
 cessus, defectus. His & similibus proprietatibus  
 cum numeri discernuntur, fit, ut sæpè differen-  
 tiarum aut specierum nomine veniant 4. top. 2. &  
 6. top. 4. Figurationem verò numerorum, secun-  
 dum quam numeri sunt plani, solidi, æquilate-  
 ri, oblongi, quadrati, cubi (1. post. 1. 31. & 75.)  
 remittimus ad geometram.

## XIV.

Primorum & Compositorum numerorum ex-  
 plicatio petenda est à generatione eorundem. Ge-  
 nerantur numeri & existunt addendo vel multi-  
 plicando. Addendo; quando numerus numero  
 jungitur, & cum eo coalescit in alium numerum,  
 qui summa dicitur vel totus. Multiplicando,  
 cum propositis duobus numeris iisdem vel diver-  
 sis, alter sibiipsi toties conjungitur & aggregatur,  
 quoties unitas continetur in altero, & fit novus  
 numerus, cui nomen factu est vel productu. l. 13.  
 metaph. c. 3. & 3. Euclid. l. 7. def. 14.

## XV.

Quæ in re uti vis & natura additionis & multipli-  
 cationis sita est: sic apparet inde, additionem &  
 multiplicationem partim convenire inter se, partim  
 differre. Conveniunt; quod in utraq; fiat  
 compositio, unio seu aggregatio numeri ad nu-  
 merum. Differunt; quia in additione simplex est  
 & nuda binorum aggregatio: in multiplicatione  
 verò iterata, & ut dicam, multiplex. Quod sic  
 intelligendum. Quando addis, tunc semel & sim-  
 pliciter numerum adjungis numero. At cum mul-  
 tiplicas, alterum multiplicantium multipliciter &  
 toties adjungis sibiipsi & velut exaggeras, quoties  
 unitas metitur alterum.

Hinc

## XV.

Hinc iidem numeri alium constituunt additi, alium multiplicati. E. g. 2. & 3. per additionem composita & unita sunt 5. per multiplicationem verò 6: Quia 3. per 2. multiplicans 3. Sibiipsis bis aggregas & componis, scilicet secundum multitudinem unitatum in binario; quod non fit in additione.

## XVI.

Cum igitur numeri duobus modis orientur, additione & subtractione: prior generis communis & ceu essentialis est numeris omnibus, cum omnes fiat multitudines ex unitatibus collectæ; posterior non item. Nam 2. 3. 5. 7. 11. 13. &c. tantùm extiterunt per simplicem additionem: at 4. 6. 8. 9. &c. non additione solummodò, sed etiam multiplicatione existunt.

## XVII.

Prima itaque numerorum proprietas hæc est, quod alius sit primus, alius compositus. Primus, qui non nisi addendo constitutus est. Compositus, qui etiam multiplicando.

## XVIII.

Sitnè aliquis primus an compositus numerus, resolutio patet facti compositioni opposita, & vel subtrahendo vel dividendo facta. Quare de his primò dicamus.

## XIX.

Subtrahere est minorem numerum simpliciter & semel auferre ex majore, ut sciatur residuum, quod ablato additum composuit totum. Dividere est numerum ex numero non simpliciter, sed toties auferre vel subtrahere, quoties subtrahi potest. Unde postea intelligitur, nunquid talis ablati seu dividens numerus, multiplicando fecerit dividendum. Nam si à divisione nihil relinquitur, fecit: si aliquid remanet, hæc fecit. Quod cum ita sit, subtractionem additioni, & multiplicationem divisioni ex adverso correspondere certum est.

Divi-



## XX.

Divisio exacta, in qua nihil relinquitur, mensuratio dicitur: & numerus exactè dividens, nihil ut deficiat aut redundet, dicitur mensura 10. metaph. 1.3. eaq; ipsa est, quæ multiplicata per quotientem suum, produxit dividendum. Ubi quotientem voco numerum, secundum quem & per quem metiens metitur metiendum. Quotiens autem dicitur, quod ostendat, quoties mensura seu divisor subtrahi possit ex dividendo, & quoties in eo contineatur. Jam ad rem ipsam. XXI.

Quando numerus propositus ita comparatus est, ut nullo numero, præterquam sola & unica unitate sit mensurabilis, primum esse sciendum est, & factoribus carere. Quando verò præter unitatem alios insuper numeros pro mensura suo admittit, compositus judicandus est; & factores habere. Faciens n. metitur & metiens facit. Quare majorem inæquæ, quam in *esse* rationem habens Euclides, numerum primū & compositum ab hoc signo describere maluit 1.7. defin. 11. & 13. Primus est *ἁπλοῦς*, compositus verò, *ἁπλοῦς* πρὸς ἑαυτῷ. *ἁπλοῦς* πρὸς ἑαυτῷ.

## XXII.

Numerorum porò compositio gradus suscipit, estq; unus compositior altero. Unde quia faciens idem est cum metiente, sequitur, ut quot creatores sunt alicujus numeri, totidem sint mensura & contra. E. g. 6. tantum sunt à 2. & 3. Ergò tantum mensurantur à 2. & 3. Contra 12. non tantum ab his sunt & mensurantur, verum etiam à 1. & 6. à 3. & 4. Sic numerus 3040. quem Plato 1.5. de leg. distribuendis ordinib. civiū se legit, unde sexaginta factores atq; mensuras continet. XXIII.

Sicut a. binorum facientium numerorum unus facit faciendum per alium, ita & metitur factum per eundem; aut ut vulgò loquimur, unus divi-  
forem

forem agit, alter quotum; unus pars est, alter nomen partis, & viceversa. E. g. quemadmodum 6. fiunt à 2. per 3. sive à 3. per 4. ita etiam mensurantur à 2. per 3. vel à 3. per 2. Quare duo sunt pars tertia de sex, & tria sunt pars dimidia vel secunda de iisdem sex, sc. secundum nomen ejus numeri, per quem pars quæque metitur dividendum, Euclid. l. 7. prop. 39.

## XXIV.

Atque hęc jam pertinet nova numerorum sive proprietates sive differentia, quæ numerus numeri pars dicitur, aut partes, aut multiplex. Pars est *ἄριθμὸς ἀριθμὸν καὶ μετρεῖται ὁποσοῦσις αὐτῷ, τὸν μείζονα ὁ ἐλάττω* l. cœli t. 47. l. 5 metaph. t. 30. i. e. numerus numerum mensurans aliquoties, majorem minor. At partes sunt numerus minor, qui non metitur majorem, ut 3. sunt pars, quarta de 12. scilicet secundum nomen Quoti, per quem hæc 3. metiuntur 12. At eadem 3. non sunt pars de 5. quod non metiuntur illa: interim sunt partes quinarum, quia continent 2 Unitates, quarum quæque est una quinta de quinario proposito.

## XXV.

Multiplex, *πλλαπλίσι* est numerus numeri, major minoris, cum is mensuratur à minore, ut 6. est multiplex ad 3. & 2. cum ab iis mensuretur. Pars igitur & multiplex se respiciunt, ut relatum & correlatum, & dimidium v. g. est pars dupli, contraque duplum est multiplex dimidii. in prædic. C. de relat. 4. topic. 4. 5. top. 6. Sed his rationum doctrina afferet plus lucis. Sequitur tertia proprietates.

## XXVI.

Omnes numeri commensurabiles sunt invicem, quoad unitatem. Nam quia nullus numerus non constat ex unitatibus, omnes igitur symmetri sunt uni-

unitati. Τὸ ἐν, inquit Philosoph. 10. metaph. 1. 91.  
 Ἐξ ἀριθμῶν ἀρχὴ καὶ μέτρον, id est, Unitas numeri &  
 principium & mensura. Et Pachymerius: Τὸ κοινὸν  
 μέτρον πάντων τῶν ἀριθμῶν μονάδα, id est, Commu-  
 nis mensura omnium numerorum est Unitas. Vi-  
 de etiam 10. metaph. 1. 1. & 5. metaph. 1. 20.

## XXVII.

At secundum reliquos numeros illi tantum  
 commensurabiles sunt invicem, quos unus idem-  
 que numerus in alium aliumque multiplicatus ge-  
 nuit, & hinc etiam metitur eisdem. E. g. 4. & 6.  
 commensurabiles sunt à binario, quoniam bina-  
 rius utrumque fecit 4. per 2. & 6. per 3. Qui verò  
 non sunt procreati ab uno aliquo per alios, cum  
 destituantur communi factore, etiam communi  
 mensurâ, quoad quidem hos reliquos numeros,  
 destituantur, necesse est.

## XXVIII.

Sicut autem supra numerum primum diceba-  
 mus cum Euclide, quem metitur sola unitas; &  
 compositum, quem alius quoque aliisve numeri  
 metiuntur: ita nunc sunt primi, quorum commu-  
 ne metrum est sola unitas; & compositi, qui non  
 tantum unitate, sed alio quoque aliisve numeris  
 commensurabiles sunt. Quâ ratione duo fiunt ge-  
 nera numerorum primorum & compositorum;  
 Unum ἑαυτῶν, id est, ad seipsum & per se, ut  
 prius genus; alterum πρὸς ἀλλήλους, id est, ad se in-  
 vicem & inter se, ut posterius. 4. metaph. 5. Eu-  
 clid. 1. 7. defn. 12. & 14.

## XXIX.

Hinc enim accedit, ut qui sibi primi sunt nu-  
 meri, in comparatione compositi fiant, & contra  
 sibi compositi, dum ad alium referuntur, sint pri-  
 mi, E. g. 4. sunt compositus numerus à 2. per 2.  
 Eadem

Eadem tamen ad 5. vel 7. comparata sunt illis primus numerus. Contra 5. sunt sibiipsis primus numerus: at in collatione ad 15, aut 10, compositus sunt numerus.

## XXX.

Sintne primi an compositi inter se numeri oblati altera & continua divisione majoris per minorem, & hujus per residuum, rursusque; novi residui per residuum prius, cognoscitur. Nam si nullus quotus emergit, per quem proximus divisor metiatur suam dividendum, antequam divisione perveniat ad unitatem, iudicio est, numeros oblatos inter se primos esse: Sin occurrit aliquis, compositi sunt inter se: tumque aut divisor aut quotus novissimus est eorum communis mensura maxima. E. g. 10. dividunt 32. relictis duobus. Hoc residuum metitur minorem per 5, Ergo 32. & 10. compositi inter se sunt numeri; & 5. est communis mensura maxima. Contra 32. & 7. sunt inter se primi, quia dividendo devenitur ad unitatem. Eucl. l. 7. propos. 1. 2. & 3.

## XXXI.

Sicut enim unus idemque numerus compositus saepe numero obnoxius est pluribus mensuris: ita duorum aut plurium numerorum inter se compositorum saepe variae mensurae communes esse possunt, ex quibus tamen una est maxima, eam vi polens, ut per eam compositi redeant ad numeros inter se primos. E. g. 12. & 6. communiter mensurantur ab his tribus numeris, 2. 3. 6; Verum, inter illos, 6. est maximum metrum commune, redigens illos, ad 1. & 6: numeros inter se primos. Eucl. l. 7. propos. 35.

## XXXII.

Communis mensurae maxima ex adverso veluti respon;

respondet communis dividuus minimus, à *μετρώσιμος*, qui est numerus ad duos aut plures ita multiplex, ut inter id generis multiplices omnes (plures enim esse possunt) sit omnium minimus. E.g. tam 24. quam 6. communiter sunt dividui seu mensurabiles, adeoq; multiplices ad 2. & 3. verùm 6. sunt dividuus minimus. Sic in musicis communis dividuus minimus ad omnes terminos majores 7. sectionum harmonicarum nempe 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. sunt 120. Euclid. l. 7. p. 36. & 38.

## XXXIII.

Si numeri sint inter se primi, factus ab illis est communis dividuus minimus. Sin compositi sint ad invicem, factus ab altero, per alterius partem, à mensurâ communi maximâ denominatam, erit communiter dividuus minimus ab utroq; ut 2. & 3. sunt numeri inter se primi. Ergò communis illorum dividuus minimus sunt 6. Contra 24. & 16. sunt inter se compositi, eorumq; commune metron maximum 8. Quare pars octava de 24. h. e. 3 (sc. secundum nomen mensuræ maximæ.) per 16. vel pars octava de 16. h. e. 2. per 24. multiplicata, facit communem dividuum minimum 48. Eucl. loc. cit.

## XXXIV.

Cohæret dictis quarta proprietas numerorum, à *ἀπέλιον* nempe & *ἀπέλιον* hoc est, par & impar. Aut enim numerus dicitur *ἀπέλιος* id est, in duas æquales partes à binario dividuus est, & par dicitur, græcis *ἄρτιος*: aut non est dividuus, temper unitate differens à pari, vocaturque impar, *ἀπέλιος* 2. post. l. 69. & seqq. 9. metaph. in fine 6. top. l. cor. 5.

## XXXV.

Quod si numerus à numero pari mensuretur per partem, ut 8. à 4. per 2. dicitur *διπλασιος ἀρτιος*, pari.

pariter pars, Aristoteli i. mag. moral. *ισότης* *ισότης*  
 æqualiter æqualis, cujusmodi numeris Pythago-  
 ras vim & naturam justitiæ adumbrare volebat.  
 Tales sunt omnes numeri à binario dupli. Eucl. l.  
 9. prop. 32.

## XXXVI.

Numerus à pari per imparem mensurabilis à  
 dividuus, ut 12. à 4. per 3. arithmetice *ἰσότης* *π*  
*ερίσως* dicitur, pariter impar. Quam ad classem re-  
 ferendi sunt omnes numeri, quorum dimidium  
 non est par numerus. Eucl. l. 9. p. 33.

## XXXVII.

Deniq; numerus ab impari per imparem men-  
 surabilis, ut 15. à 5. per 3. dicitur *ἰσότης* *ἰσ*  
*ῶς*, impariter impar. Ex quibus descriptionibus  
 vides, ut hæc proprietas consequatur ad priores  
 affectiones.

## XXXVIII.

Omnium verò proprietatum in numeris ante-  
 signanz sunt *λόγος* *καὶ ἀνάλογια*, ratio & propor-  
 tio. Quæ etsi reperiantur quoq; in magnitudini-  
 bus, imò omnibus in universum rebus, tam per  
 accidens, quam per se quantis, v. g. motui, sono,  
 luci, tempori, viribus & ponderibus se immisce-  
 ant. i. post. t. 40. 4. metaph. t. 5. & sic extra sub-  
 jectum suum patere videantur, quod neutiquam  
 in proprietatibus fieri debere, arguit Philosophus  
 2. post. 69. aliã ramentatione numeris, aliã ma-  
 gnitudinum generi & ceteris rebus competunt,  
 adeò ut ne quidem *συναίμας* de iisdem predicari  
 videantur. i. post. t. 74. 2. post. t. 96. Zabarella in  
 comm. super h. loca.

## XXXIX.

Apparet hoc cum aliunde, tum ex eo, quod ra-  
 tio;

iones quorumcunq; numerorum sint effabiles, hoc est, certo numero explicabiles, quod de magnitudinibus sive concretis, sive abstractis, haut afferi, nec Scaligero concedi posse, quod ex. 321. numerum comitem dixerit omnium proportionum, infra intelligemus.

## XL.

Ratio, λόγος, nonnullis proportio est duorum numerorum (quos in hoc negotio terminos vocamus, eò quod terminent, claudantq; rationem) mutuus respectus & habitudo, secundum quam unus æqualis est alteri, vel inæqualis, comparatione intellecta, quæ subtrahendo fit aut dividendo. ex def. 2<sup>a</sup>, l. 5. Eucl.

## XLI.

Æquales numeri dicuntur, qui sunt iidem: inæquales, qui diversi. Ταῖς ἴσας, inquit Philosoph. 13. metaph. sum. 3. c. 2. καὶ ὅλως ἀδύνατον ταῦτα ἰσολαμβάνειν ἐν τοῖς ἀριθμοῖς, id est, æqualia & eadem ac nullatenus differentia, idem in numeris significare arbitramur: & contra diversum & inæquale itidem coincidunt, secus atque in magnitudinibus, ubi non tantum æquales, sed etiam inæquales magnitudines ejusdem generis & naturæ esse convenit, nunquam diversorum.

## XLII.

Prout ergo numerorum comparatio subtrahendo initur aut dividendo, pro eo duo quasi summa rationum genera existunt: Unum arithmeticarum rationum, (liceat ita, doctrinæ gratiâ, nomen rationis accipere.) per subtractionem: alterum geometricarum, sive κατὰ ἰσοχλίαν dictarum rationum, per divisionem. Est enim arithmetica ratio, habitudo numerorum, quâ unus differt ab alio, exce-

dens illum, aut deficiens ab eodem, quæ differētia subtractione cognoscitur. Geometrica verò est habitudo numerorum, quæ unus continet alterum, & vicissim alter continetur in altero, dividendo percepta.

## XLII.

Rursum geometrica & κατ' ἰσότητά ac simpliciter dicta ratio, pro modo continentia spargitur in duos ramos, nempe in rationem æqualitatis & inæqualitatis. Ratio æqualitatis una est & simplex, quando videl. numerus numerum semel duntaxat continet, & quidem exactè; qualis ratio cernitur inter duos numeros æquales. Nam ut idem numerus metitur, sic continet seipsum per unitatem, adeoq; semel. Sic ratio heroici pedis, id est, dactyli aut spondei est ratio æqualitatis. In dactylo enim duæ breves syllabæ comparantur ad unam longam duab. brevibus æquipollentem, & sic 2. ad 2. æqualia ad æqualia referuntur. Idem fit in spondeo, cuius utraq; syllaba longa est. At in Jambo est ratio inæqualitatis, siquidem brevis syllaba ad longam est, ut 1. ad 2. l. 3. rhetor. C. de num. orat.

## XLIII.

Ratio inæqualitatis est, quando numerus numerum pluries continet, quàm semel, aut semel quidem, sed non exactè: Ideoq; rursum pro modo continentia dividitur in tres classes seu genera, quorum permissione adhuc alia duo nascuntur, ut ita quinque sint in universum rationes inæqualitatis 1. λόγος πολλαπλάσιος, ratio multiplex. 2. λόγος ὑπερμέγεθους, ratio superparticularis. 3. λόγος ὑπερμεγέθους, ratio superpartiens. 4. ratio multiplex superparticularis. 5. ratio multiplex superpartiens. f. 19. probl. 35.

## XLIV.

Multiplex ratio dicitur, in quâ major terminus mino-



minorem pluribus vicibus continet, & quidem præcisè seu exactè; contraq; minor terminus pars est majoris, qualem rationem Arist. tribuit intervallo luminarium & terræ. i. meteor. 8. Ratio superparticularis est, cujus major terminus semel continet minorem, & unam in super minoris particulam. Superpartiens deniq; est ratio, cujus major terminus minorem itidem semel continet, unam cum aliquot particulis minoris. Rationes, ex conjunctione multiplicis cum superparticulari aut superpartiente oriundæ, intelliguntur ex dictis.

## XLV.

Hinc in multiplice ratione minor terminus toties ablatus à majore, quoties licet nihil relinquit: in superparticulari relinquit dimidiam, tertiam aut quartam &c. partem: In superpartiente relinquit duas partes, sic affectas, ut ne redeant ad unam partem v. g. duas tertias, duas quintas &c. tres quartas, tres quintas &c. quatuor quintas, quatuor septimas &c. non autem duas quartas, tres nonas &c. Nam duæ quartæ revocantur ad dimidiam; & tres nonæ ad unam tertiam redeunt.

## XLVI.

Rursum unumquodque genus denuò distinguitur in suas species: multiplex in duplam, triplam, quadruplam, decuplam, centuplam &c. διπλάσιον λόγον, τετραπλάσιον, πενταπλάσιον, δεκαπλάσιον, ἑκατοπλάσιον, & sic in infinitum. Superparticularis in ἡμιόλιον, sesquialteram vel sesquiplam; ἐπιτέτριτον, sesquiterciam; ἐπιτέτεταρον, sesquiquartam &c. Superpartiens in ἐπιδιμωρῆν, ἐπιτριμωρῆν &c. latinè superbitertiam, superbiquinam, superbisepetimam &c. vel supertriquartam, supertriquintam &c.

Non autem putandum est, quasi sit ulla ratio certis terminis mancipata & astricta, sed eadem specie ratio in numeris terminis applicari potest: inter quos tamen duo sunt minimi & primi, qui efficiuntur ex majoribus per eorum communem mensuram maximam. Sic dupla ratio intercedit inter 2. 1: 4. 2: 100. 50. &c. sed 2. & 1. minimi sunt & primi termini hujus rationis, qui eliciuntur quoque ex majoribus v. g. 100. 50. divisus ab eorum mensurâ communi maximâ 50. Sic rationis hemiholiz vel sesquiplaz minimi termini sunt 3. 2. majores 6. 4: 24. 8. &c. Sic ratio supertripartiens undecimas minimis terminis utitur 14. 3. majorib. 42. 9. &c. Quidam tales primos & minimos terminos, radices proportionum appellant, etsi radicis vocabulum aliter sumatur à philosopho 5. Polit. 12. videl. pro numero in partes datam rationem habentes fecit. Sic radix rationis sesquialterius est 5; sesquiterteriz 7. Ut enim 5. secantur in 2. & 3. Inter quæ est ratio sesquialtera: sic 7. in 4. & 3. dividi possunt, sesquiterteriam rationem continentia.

## XLVIII.

Sed & hoc observandum, rationes inæqualitatis hæcenas commemoratas, & suis classibus digestas, dici rationes majoris inæqualitatis, quod in iis major numerus referatur ad minorem, & quasi præcedat in ratione, minor autem consequatur. Quod si viceversa terminus minor est antecedens, & major consequens, eò quòd relatio fiat minoris ad majorem, vocatur ea ratio minoris inæqualitatis, cujus totidem sunt genera, quos prioris, iisdem appellata nominibus, nisi quod cuiq; nomini præponitur particula SUB, & v. g. pro multiplice submultiplex nominatur, pro sesquialtera subsesquialtera &c. ad significandum

dum minorem terminum esse partem aut partes majores v. g. in subdupla dimidiam, in sesquialtera duas tertias, & sic de cæteris.

## XLIX.

Perspicuum ex his arbitror attento lectori, rationis arithmetice essentiam ac ceu animam consistere in distantia seu differentia; geometricæ vero in continentia binorum numerorum, certo distinctoq; numero, secundum quem bini illi differunt à se invicem, aut se mutuo continent, continenturque, specificatâ, nuncupatâ ac dimensâ. Quam ob causam numerus hic interdum species, quantitas, & modus rationis, interdum index, nomen vel denominatio dicitur: Arist. 2. post. t. 96. incrementum.

## L.

Atque hujus numeri vi & respectu accidit, ut rationes, quæ in se alioquin meræ sunt relationes, nudæq; habitudines numerorû, tamen participant non paucis numerorum affectionibus, dicanturq; compositæ divisæ, æquales inæquales, majores minores, de quibus rebus tantò nunc diligentius differi convenit, quantò plus faciunt percipiendis non mathematicum solummodò, sed universæ philosophiæ mysteriis quàm plurimis, quæ sine hac cognitione manerent thesaurus absconditus.

## LI.

Compositio & divisio spectatur in rationibus geometricis, æqualitas & inæqualitas, illiusq; incrementa & decrementa etiam in arithmeticis, quas deinceps vocabimus differentias, seu distantias; Rationis vocem de geometricâ tantùm usurpantes,

Ratio rationi componi sive addi dicitur, quando unius rationis quantitas s. nomen multiplicatur, per alterius quantitatem, vel quod eodem recidit, quando similes & homologi termini multiplicantur invicem, ad habendam summam rationis utriusque. Eucl. l. 6. def. 5. Est autem antecedens antecedenti & consequens consequenti similis & homologus. Idem l. 5. def. 11. Sic ratio duplæ triplæ composita facit sextuplam: quoniam 2. & 3. in se ducta 6. efficiunt. Ratio sesquialtera 3. 2. (musici tertiam vocant) Junctæ sesquitertriæ 4. 3. (quæ est musicorum quarta) componit & accucumulat duplam inter 12. 6. vel in terminis primis & minimis 2. 1. (diapason dictam in musicis.) Nam 3. terminus antecedens rationis prioris, per 4. antecedentem posterioris, facit 12. Et 2. consequens prioris, per 3. consequentem posterioris, facit 6. Arist. section. 19. probl. 34.

## LIII.

Videtur ad hoc compositionis genus referri posse duplicatio & triplicatio rationis. Nam in duplicatioe rationem aliquam sibi ipsi componimus: in triplicatioe rursus eandem rationem jungimus duplicatæ. Hinc duplicatio & triplicatio rationis à Ramo definitur, quod sit rationis, suis sive nominibus sive terminis, bis aut ter positæ, multiplicatio per seipsam, ut si nomen triplæ bis positum per seipsum multiplicet, efficiet duplicatam prioris, noncuplam nimirum. Sin ter positum nomen ordine multiplicet, erit ratio triplicata, vigecupla septupla. Vide l. 5. Eucl. def. 10.

## LIV.

Contra ratio ratione dividitur, aut minor ex majore sub-

Subtrahi dicitur, quando vel nomen unius rationis dividitur à nomine alterius, vel quod eundem effectum habet, quando heterologi termini multiplicentur invicem, ut quanta sit differentia rationum dividendarum, sciatur. E.g. ratio dupla à sesquialtera divisa, loco differentiae dat sesquiterciam.

## L.V.

Aliud verò compositionis & divisionis genus, & quod meliore jure additionem & subtractionem dixeris, est, quo non rationes ipsae aut earum quantitates, sed termini rationum componuntur & dividantur, additione & subtractione propriè & verè sic dicta. Quo sensu compositio rationis est utriusque termini, antecedentis & consequentis, simul sumtorum, i.e. additorum invicem, relatio ad unum eundemque vel antecedentem, vel consequentem terminum; & contra termini alterutrius ad summam amborum. Euclid. l. 5. defin. 14. v.g. rationis 3 - 2. terminos 3 - 2. adde: summam 5. refer ad antecedentem 3. vel consequentem 2. & contra, dicitur ratio composita.

## L.VI.

Divisio rationis in hoc sensu est excessus ejus, quo terminus terminum superat, relatio ad terminum minorem, & contra. Sin ad majorem terminum hujus excessus comparatio fiat, dicitur *εὐστροφὴ λόγος*, reversio rationis. Eucl. l. 5. defin. 15. & 16.

## L.VII.

Hinc additio duarum aut plurimum rationum eodem consequente praedictorum, est relatio summæ terminorum antecedentium ad communem consequentem. Et subtractio est relatio differentiae majoris antecedentis à minore ad consequentem communem. Quo pacto Aristotel. 3. rhetor. Praemis rationem 3 - 2. componi dicit dactyli 2 - 2. & Jambi 1 - 2. rationibus addi-

additis. Tandem est quoddam compositionis & divisionis genus, quo termini homologi adduntur & subtrahuntur invicem, de quo in doctrina proportionum.

## LVIII.

Equalitas rationum aut differentiarum græcis *ἀνάλογια*, latinis proportio & proportionalitas dicitur; & termini in eadem aut æqualibus differentis vel rationibus constituti; ab hac analogiæ analogi vocantur. 5. Eth. 3. In eadem, dixi, *vel æqualibus rationibus aut differentiis*. Nam æquales differentie sunt eadem differentia, & æquales rationes sunt ratio eadem, sicuti æquales numeri sunt idem numerus, teste philosopho loco prius citato ex l. 13. metaph.

## LIX.

Quandoquidem ergo quavis ratio vel differentia binis terminis continetur & includitur, ut supra dictum fuit, necesse est ad constituendam analogiam tam arithmetica, quam geometricam, (hæc enim est summa divisio analogiæ ex rationum generibus petita. 2. Eth. 6. 5. Eth. 3. 5. polit. 1. & alibi passim.) quatuor ad minimum terminos præstò esse. Το ἀνάλογον, inquit Philosophus, ἐν τέτταρσιν ἐλαχίστοις, id est, proportionale in 4. terminis minimum consistit; actum quidem in discretâ proportionem: potestate in continuâ. loc. cit. & 1. magn. moral. c. 31.

## LX.

Rursum enim utraque proportio, arithmetica & geometrica, dispefcitur duobus generibus. Unum est proportionis *διηρηθῆναι*, de junctæ, interruptæ aut discretæ. Alterum proportionis *συνεχῆς* continuæ s. conjunctæ. In discretâ proportionem est

α. β. γ. δ. πρὸς γ. β. id est, primus terminus ad secundum, sicuti δ. γ. πρὸς γ. δ. id est, tertius ad quartum: (Utitur enim Philosophus ad exprimendos terminos, loco nominum Cardinalium, literulis alphabeticis.) In continuâ verò primus terminus se habet ad secundum, sicut idem secundus ad tertium. Ubi secundum terminum bis nominari, manifestè audis. Uno igitur termino ἢ ἀπλοῦς λέγεται ὡς δύο id est, utitur instar duorum, & sic etiam ad continuam proportionem 4. termini suo modo concurrunt. Arist. loc. cit.

## LXI.

Discretæ siye interruptæ proportionis nomen inde est, quod in eâ binis æqualibus rationibus, primi ad secundum, & secundi ad tertium, intervniat una tertia & diversa ratio, inter secundum & tertium, priores interruptens: quod non accidit in continuâ, ubi bini quique termini vicini, quomodocumq; excerpti, secundum eandem rationem, non interruptâ serie, cohærent. Quomodo verò discreta in continuam mutanda sit, secundo & tertio termino in unum conflatis, atque ita sublato hiatus inter illos, suo loco dicetur.

## LXII.

Quantum igitur definitus sit minimus numerus terminorum analogorum; non est tamen maximus: sed possunt uniusque proportionis, tam discretæ, quam continuæ, termini accumulari propagatiq; in infinitum. Quæ propagatio vel incrementum terminorum continuæ proportionis, progressio vocatur, & sui generis differentiis dividitur in arithmeticam & geometricam. Illius exemplum cernitur in naturali serie digitorum, quorum quisque à suo proximo & vicino unitate distat. Hujus verò in his v.g. numeris 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. &c.

In

In geometricâ progressionē, considerationem meretur, quod nullius progressionis continuæ termini celerius & tantopere auferant, atq; ejus, quæ est secundum rationem multiplam aut submultiplam, ut si rationem 1. 5. i. e. subquintuplam tantum sex gradibus extendas, jam ab unitate ad 78125. ascenderis. h. m. 1. 5. 25. 125. 3125. 78125. Quò respiciens Ceneus ad declaranda velocia incrementa flammæ ex scintillâ parvâ, hujus progressionis similitudine usus est, referente philosopho post. t. 92. *Ad declaranda*, inquam; non demonstranda. Fecellit se bonus vir, si se demonstrasse ex his opinatus est & Aristoteli ob *ἀνυπόθετον* jura debuit risum.

## LXIV.

Continua proportio geometrica sibi proprium habet præ discretâ, i. quod in eâ ratio extremorum componatur ex omnibus rationibus intermediiis, ut horum numerorum continuè proportionalium 1. 2. 4. 8. extremi 1. & 8. continent rationem 1. 2. & 2. 4. & 4. 8. Nam per 8. 52. antecedentes illarum termini, 1. 2. 4. in se ducti faciunt 8: & consequentes 2. 4. 8. continuè multiplicati faciunt 64. Atque rationis 8- 64. radices sunt 1- 8. Altera proprietas est, quod ratio primi ad tertium duplicata sit rationis primi ad secundum; & ratio primi ad quartum triplicata dictæ rationis primi ad secundum, ut ex 8. 53. clarum est.

## LXV.

His præmissis, proportionis arithmeticæ & geometricæ discrimina accuratius explicanda sunt. i. differunt definitione & naturâ. Proportio arithmetica est *ἰσότης τῶν ἀποπέων ἢ ἀφαιρέσεων*, i. e. æqualitas differentiarum seu intervallorum inter binos



## ARISTOTELICA.

45

numeros. Geometrica verò est *ἰσότης*, *ταυτότης*, *ὁμοιότης* & *λόγος* æqualitas, identitas, similitudo (nam idem significant hæ voces per *θ.* 41.) rationis aut rationum, quas inter se habent bini numeri. Rationis autem vocabulum hîc *ἰδίας* accipimus pro continentia. l. 5. Eth. 3.

## LXVI.

2. Differunt genesi & ortu. Numeri arithmetice proportionales existunt per additionem æqualium numerorum ad diversos numeros non attentâ magnitudine diverforum, E. g. si ad 3. & 9. adjungas 3. & 3. efficies 6. & 12. quæ cum 3. & 9. proportionem arithmeticam continent. Tam enim 6 & 12. sex unitatibus distant invicem, quàm 3. & 9. At si habito respectu ad magnitudines diverforum numerorum, adjicias utr. que similia, exorientur numeri geometricè proportionales, ut si tribus & 9. utrinq; similes partes adjicias v. g. trientes, 1. & 3. summa scil. 4. & 12. cum tribus & novem, erunt in proportione geometricâ. Idem erit adjunctis æquæ multiplicis v. g. triplis, quadruplis &c. vel quod eodem recidit, multiplicatis 3. & 9. per eundem numerum p. 3. aut 4. &c. ut fiant 9. & 27. aut 12. & 36. Rursum enim sicuti 3. ad 9. Sic 9. ad 27. aut 12. ad 36. 2. Eth. 6.

## LXVII.

3. Discriminantur proprietatibus. 1. In proportione arithmetica continuâ, medius terminus *ἰσότητος* *ἀπὸ τῶν ἐκτῶν τῶν ἀκρῶν*, id est, æqualiter abest ab utroq; extremorum. In geometricâ *ἰσότητος* *ἰσότητος* *ὁμοιότερος ἐστὶ τῷ εἰρη ἀκρῶν*, similior & vicinior est uni extremo, quàm alteri, modò huic, modò illi. 2. Eth. 6. & 8. 5. polit. 1.

## LXVIII.

Hinc quod obiter aspergo, virtutem ibidem comparat

parat dux noster cum medio geometrico. Utenim medium hoc jam majori extremo propius accedit, jam minori: Sic virtus aliquando excessui proximior & similior apparet, v. g. fortitudo audaciæ; aliquando cum defectu plus affinitatis alere videtur, ut parsimonia cum tenacitate. Et propterea *οἱ ἀρεοῖσι τὰ δικάζοντα τῆς μέσης χάριτος καὶ ἀπαθῆνται* <sup>ἴσμεν</sup>, id est, extrema litigant & contendunt invicem de media sede, & quasi loco cispellunt medium. Sic vitia medietates, adeoq; virtutes haberi volunt, seque in locum illarum ingerunt. Audax viri fortis, ambitiosus magnanimi, timidus cauti personam appetit & sumit.

## LXIX.

Medium geometricum distributivæ justitiæ propositum est: arithmeticum commutativæ. Nam distributiva diversis personis geometricè æqualia, decernit v. g. Miloni plus demensi concedit, quam tironi, cuiq; nempe pro virium & stomachi ratione: at permutativa diversis tribuit arithmeticè æqualia, secundum numerum personarum, non secundum dignitatem. E. g. tanti vendit aut locat equum balneari, quanti episcopo. Sed in *λίαν*.

## LXX.

Secunda itaque differentia h. duarum proportionum, arithmeticæ & geometricæ, penes suas proprietates hæc est, quod in numeris geometricè proportionalibus, factus à mediis binis (ut in discreta) aut medio numero per se ipsum (ut in continua proportionione.) æquatur factò ab extremis, nisi reciproca proportio fuerit, qua de postea: ut in his numeris geometricè analogis 3. 9. 12. 36. factus à mediis 9. & 12. nempe 108. æquatur factò ab extremis 3. & 36. Sic in continuè proportionalib.

3. 9. 27. factus à medio 9. per seipsum, hoc est, 81. itidem æqualis est facto ab extremis 3. 27. In arithmetice verò proportionalibus non ita: sed aut summæ binorum mediorum, aut si unus est medius, idem sibi met additus æqualis est summæ extremorum, ut in his numeris 1. 2. 3. 4. medii 2. & 3. tam sunt 5. quàm 1. & 4. & 2. sibi addita sunt 4. sicut etiam 1. & 3. Nec id tantum verum est de binis proximis sed etiam de binis remotioribus, modo à medio vel mediis æquidissent hinc inde.

## LXXI.

Fuerunt hastenus analogiæ divisiones. 7. in arithmeticam & geometricam: deinde utriusque in continuam & discretam; ambæ in philosophiâ Peripateticâ celeberrimæ. Sequitur alia, non minus in eadem trita, veruntamen solam geometricam proportionem atinens, quam supeditat ordo vel sumtio terminorum diversa. Hujus enim respectu quædam proportionēs sunt directæ; quædam everse seu reciproce.

## LXXII.

Directa proportio dicitur, quando fuerit, ut primus antecedens ad suum consequentem, sic secundus antecedens ad suum. E. g. pondera suis molibus sunt directe proportionalia. Nam ut majus pondus ad majorem molem, sic minus pondus ad minorem molem priori homogeneam & conformem l. 1. cæli t. 48.

## LXXIII.

Proportio reciproca, Aristoteli 8. phys. t. 80. ἀναστροφή ἢ λόγος, rationis everio, quibusdam retaliatio est, quando ut primus antecedens ad antecedentem secundum, sic ἀνάπαλις, viceversa & retaliando, consequens secundus ad consequentem primum. E. g. Τὸ τάχος ἢ ἰλάπτεον σάμασι.

ἔχει πρὸς τὸ β' μείζονα, ὡς τὸ μείζον σῶμα πρὸς τὸ ἑλαττοῦ  
 id est, Celeritas minoris corporis sic se habet ad  
 celeritatem majoris, ut majus corpus habet se ad  
 minus. V. g. si majus corpus duplum est minoris,  
 celeritas minoris dupla erit ad celeritatem majoris.  
 3. cæli t. 27. 2. cæli t. 44.

## LXXIV.

Esse hanc proportionem ἀνάπαιλα, tūm ipsa ter-  
 minorum sumtio monstrat, tūm asseritur à philo-  
 sopho 1. cæli c. 7. his verbis: Τὴν ἀνάλογίαν, ἢ τὴν  
 βάρη ἔχουσι, οἱ ἄστρατοι ἀνάπαιλα ἔχουσι, id est, quam  
 proportionem inter se habent pondera, eam tem-  
 pora reciprocè habent. Nam quod ibi corpus di-  
 xit, hîc pondus appellat; quod ibi celeritatem, hîc  
 tempus, siquidem & pondera sunt corporum, &  
 celeritates tempore definiuntur. Similis locus in-  
 venit in quaestionibus mechan. c. de vecte, ubi  
 dicit: Intervalla sive longitudines ἀντιπεπληθύνουσι,  
 id est, se reciprocè habere ponderibus & viribus, h.  
 e. sicuti majus pondus ad minorem potentiam, sic  
 intervallum minus ad intervallum majus.

## LXXV.

Diligenter autem notandum, etsi in proportio-  
 nibus directis factus à mediis terminis æquet fa-  
 ctum ab extremis, tamen in proportione recipro-  
 cā id fecus habere, utpote in quā facti à binis prio-  
 ribus, æquantur facti à binis posterioribus. E. g.  
 si antecedens primus 4. est ad antecedentem se-  
 cundum 2. sicuti consequens secundus 6. ad con-  
 sequentem primum 3. apparet, 4. per 3. tantum  
 dem facere, quantum 6. per 2.

## LXXVI.

Proportionibus tria accidunt. 1. Τὸ ἰσῶδες, altera  
 ratio. 2. συνήσεις καὶ διαίσεις, compositio & divisio.  
 3. τὸ διήρη, exaquatio. Alternatio est sumtio similis  
 termini ad similem, antecedentis ad antecedentem,  
 & con-

& consequentis ad consequentem. Oportere autem directè proportionalia proportionari quoque alterne, meminit philosophus 1. post. t. 40. 2. post. t. 96. 5. Eth. 3. & demonstrat Eucl. lib. 5. p. 16. E.g. si sit  $\alpha$ . ad  $\beta$ . Sicuti  $\gamma$ . ad  $\delta$ . erit quoque alternando  $\alpha$ . ad  $\gamma$ . Sicuti  $\beta$ . ad  $\delta$ . 3. de anim. t. 32.

## LXXVII.

Compositio & divisio duum est generum: Una terminorum homologorum; altera heterologorum. De priorè dux sunt regulæ. Una de compositione; altera de divisione.

## LXXVIII.

Prior regula hæc est: si termini homologi componantur addendo, ἕσται τὸ ὅλον πρὸς ὅλον, ὡς πᾶσι ἐκώτερον πρὸς ἐκώτερον, h. e. totum ad totum, sive summa omnium antecedentium ad summam omnium consequentiam erit, sicuti alterum ad alterum, h. e. sicut unusquisq; antecedentium ad suum consequentem. 5. Eth. 3. Aut ut brevius dicam, tota sunt in ratione partium similium. 2. de anim. t. 9. 7. metaph. c. 12. E.g. sicuti pars aquæ ad aërem ex eâ productum, qui pars est totius elementi aëris; ita totum elementum aquæ ad totum elementum aëris. 1. meteor. 3. & 8.

## LXXIX.

Posterior regula sic habet: Si sit ut totus ad totum, sic ablatum ad ablatum aut contra, h. e. si ut antecedens ad antecedentè & consequens ad consequentem, erit etiam reliquus ad reliquum, h. e. differentia antecedentium, ad differentiam consequentium, sicuti totus ad totum, aut ablatum ad ablatum. Brevius & clarius; ὡς πᾶσι τὸ ὅλον πρὸς ὅλον, καὶ τῶν μετέωρων πρὸς ἐκώτερον. i. e. Sicuti totum ad totum, ita pars similis ad similem partem 1. hist. anim. 1. l. 3. cæli t. 47. l. 1. cæli t. 26. E.g. quemadmodum. totus homo ad totum equum: sic pes aut oculus humanus ad pedem oculumve equinum.

Sunt hæc duæ regulæ fundamentum justitiæ distributiivæ. Ut enim meritum est ad meritum, aut noxa ad noxam, sic præmium ad præmium, & pœna ad pœnam. Quando igitur patriæ servatori plus honoris tribuitur, quam unius civis; aut scelerato vita, improbo libertas saltem eripitur, æquabilis & justa est distributio, quoniam compositioni & divisioni proportionis assimilatur. Jus autem constat proportionem. 5. Eth. 3. Sed hæc obiter.

## LXXXI.

Compositio & divisio terminorum heterologorum continetur hac regulâ: Numeri conjunctim proportionales, etiam divisim proportionales sunt & contra. Euclid. L. 5. p. 17. & 18. Sensus est: Sicuti summa vel differentia terminorum heterologorum rationis unius ad terminum suum alterutrum: Sic summa vel differentia terminorum rationis alterius ad similem terminum & contra. E. g. si ut 1. ad 2. ita 3. ad 6. erunt etiam componentæ antecedentes consequentibus suis, 3. ad 2. sicuti 9. ad 6. & dividenti (vel potius subtrahenti per 3. 36.) 1. ad 1. Sicuti 3. ad 3. Illic in ratione sesquialtera; Hic in ratione æqualitatis.

## LXXXII.

Exæquatio rationis est sumtio extremorum, mediis præteritis & neglectis: & tunc locum habet, quando binis aut pluribus rationibus iisdem vel diversis, in uno ordine, comparantur totidem, æquales rationes in ordine altero, ita ut prima prima, secunda secunda &c. ordine in utroque, respondeat; Erit enim sicuti primus primi ordinis ad ultimum suum, sic primus secundi ordinis ad ultimum suum. E. g. Si ut 2. ad 3. & 3. ad 4. & 4. ad 5. ita 6. ad 9, & 9 ad 12, & 12. ad 15, fuerint, erunt etiam

etiam 2. ad 5. Sicuti 6. ad 15. primi ad ultimos, in eadem ratione, nempe subduplá sesquialtera. Eucl. 1. 5. def. 17. & pr. 22. Tantum de rationibus inter se æqualibus. Addamus pauca de inæqualibus, earumq; excessu & defectu.

## LXXXIII.

Binarum rationum major est, cujus antecedens per consequentem alterius producit numerum majorem, ut in musicis tonus perfectus major est imperfecto. Ille enim est, ut 9 - 8: Hic ut 10 - 9. Atqui 9. antecedens prior in 9. consequentem posteriori plus facit, quam 10. antecedens posterior in consequentem priorem 8. Sic Arist. 2. meteor. 11. dicit rationē longitudinis τῆς διαμέτρου, id est, terræ habitatae majorem esse ratione 5 - 3. putā si sit, ut 5 - 2. Ex quibus perspicitur, duplam rationem v. g. majorem esse sesquialterā & hanc sesquitertiā, sesquitertiā sesquiquartā &c. Contra subsesquiquartam majorem esse subsesquitertiā, & hanc subsesquialterā, rursusq; hanc subdupla.

## LXXXIV.

Duorum inæqualium numerorum minor ad eundem majorem rationem habet, quam minor, & si habeat majorem rationem, est major. E. g. 4. cum duobus sunt in majore ratione, quam 3. Quatuor enim 2. bis continent: tria verò 2. semel duntaxat continent, cum parte dimidiā illorum. Contra idem ad majus servat minorem rationem, quam ad minus: aut ut Philosophus loquitur, 2. Eth. 8. Τὸ ἴσον πρὸς τὸ μείζον ἔλαττον, καὶ πρὸς τὸ ἐλάττω μείζον, id est, æquali majori comparatum minoris induit rationem; & minori comparatum induit rationem majoris v. g. ratio 2. ad 4. minor est ratione eorundem ad 3. Nam ad quatuor collata 2. sunt pars dimidia; tribus verò collata sunt pars sesqui-

d 3.

altera

altera. Jam pars dimidia minor est sesquialtera. Eucl.  
l. 5. p. 8. & 10.

## LXXXV.

Utrisque tam æqualibus, quam inæqualibus ratio-  
nibus accidit continuatio: Quæ nihil est aliud,  
quam duarum aut plurium rationum, terminis suis  
discretarum, in uno communi termino copulatio  
vel unio; perficiturque altera multiplicatione an-  
tecedentis ex ratione posteriore in utrumque termi-  
num rationis prioris; & contra consequentis ex  
priori in utrumque posterioris. E.g. continuanda sit  
ratio sesquitercia 4 : 3. rationi sesquialteri 7 : 2. Pri-  
mò antecedens 4. per 3. & 2. facit 12. 8. Rursum  
consequens 2. per 4. & 3. facit 8. & 6. Loco itaque  
priorum 4. terminorum discretorum 3 - 2. 4 - 3. ori-  
untur tres alii, 12 - 8. 6. eandem rationem conti-  
nentes, quam priores quatuor continebant. Ut n.  
3. ad 2. Sic 12. ad 8. Et ut 4. ad 3. Sic 8. ad 6. Atque  
ita medii duo priores conflati sunt in unum. &  
sublati hiatus, rationes has dispungens & ceu  
interrumpens, ut 0. 61. dicebamus.

## LXXXVI.

Quod si denuò continuatis rationibus tertia sit  
continuanda v. g. 2 - 1. duc, ut prius, anteceden-  
tem continuandæ in omnes tres modò inventos  
12. 8. 6. & consequentem in ultimum inventum  
6. Prodibunt loco sex numerorum, 12. 8. 6. 21.  
quinq; alii, 24. 16. 12. 6. in quibus ratio 24 - 16. est  
ratio 12 - 8 : ratio 12 - 6. est ratio 8 - 6 : Ratio denique  
12 - 6. eadem est cum ratione 2 - 1. Rursum itaque sub-  
latus hiatus inter 6. & 2. numeris in unum con-  
flatis.

## LXXXVII.

Sufficiant hæc eclogæ arithmetice ex monumen-  
tis Aristotelicis, quæ & lucem, ni fallor, afferent  
illis, & industriam lectorem inservient ac præpara-  
bunt cum ad Euclidem intelligendum, tum ad per-  
spici-



ARISTOTELICA.

53

Spicienda fundamenta doctrinæ: Logificæ, quæ est quasi fructus aut exercitium theorematum arithmeticoꝝ, hæctenus propositorum.

LXXXVIII.

Nam cum duabus veluti partibus contineatur hæc Logistica, speciebus & regulis; sanè quid aliud sunt species, nisi præcepta de genesi & analysi numerorum? & regulæ quid aliud sunt, quàm methodica ratio terminum proportionalem ignotum eruendi, ex datis terminis reliquis, ad eandem pertinentibus proportionem?

LXXXIX.

Cedò n. cur in regulâ proportionis directæ, quam Auream ab usu, de Tri a tribus numeris barbarè appellant, pro inveniendò quarto, factus à secundo & tertio dividitur à primo, & habetur quæsitus? Nonnè quòd in hoc genere proportionis factus à mediis æquatur factò ab extremis? secundum  $\theta. 70.$  &  $75.$  Atqui factus dividitur ab uno facientium per alterum, secundum  $\theta. 22.$  &  $23.$  Ita q; factus à mediis divisus à primo, tanquam uno facientium, reliquum & quartum ostendat necesse est.

X C.

Cur in regulâ de Tri eversâ non secundus in tertium, sed primus in secundum multiplicandus, & productus per tertium est dividendus, si quartus innotescere debet? Resp. ex  $\theta. 75.$  quia factus ab extremo & medio priorè, æqualis est factò à medio & extremo posteriorè. XCI.

Cur in regulâ societatis, quæ maximam artem docet (Scal. ex 321.) sine quâ nemo sit verè prudens (Plato in epinom.) cur inquam, in hac regulâ, symbolum vel fors cujusq; multiplicatur in commune lucrum, factus dividitur à summâ omnium symbolorum, ut quantum unicuiq; pro ratione symbolorum, ex communi massâ debeat sciri possit? R. ex  $\theta. 78.$

4

quia

quia quemadmodum omnia symbola ad massam  
vel lucrum commune, sic symbolum cujusque ad  
lucrum suum affectum est.

## XCII.

Cur in progressionibus arithmeticis, e.g. ab 1.  
ad 12. secundum differentiam unitatis, factus a 13.  
summâ extremorum (1. & 12.) per 6. semissem nu-  
meri, qui, quot sint termini progressionis hujusce  
indicat, (nempe 12.) prodat omnium terminorum  
summam 78. causam videt, qui 0.70. attentius con-  
siderabit. Nam quia summa binorum a mediis  
æquidistantium, in progressionem arithmeticâ, co-  
rres æquatur summæ mediorum, quot sunt com-  
binationes, ergo si numerus combinationum,  
qui semper æqualis est dimidio numero termino-  
rum progressionis, multiplicet summam mediorum,  
necesse est summam exire, summæ omnium ter-  
minorum æqualem. Progressionem geometricam  
latere nunc patior.

## XCIII.

Quin & multiplicatio & divisio occultâ propor-  
tione informantur, ideoq; vim, naturam ac ratio-  
nem multiplicandi ac dividendi multo perspicias  
evidentius, & memoriâ comprehendes melius, si  
noveris, esse sicut 1. ad multiplicantem, ita multi-  
plicandum ad productum, & contra: similiterq; in  
divisione ita esse 1. ad quotum, sicuti divisor est ad  
dividendum & contra: neq; id noveris tantum,  
sed etiam, quid hæc comparatio sibi velit, ex pro-  
portionum doctrinâ non nesciveris.

## XCIV.

Nihil nunc dico de numeris fractis, quorum  
omnis tractatio fundatur in proportionibus. Huic  
autem tractationi admodum cognata est numera-  
tio rationum, etsi rursus differat in multis, prout  
sanè differre debet, siquidem aliud est fractio, aliud  
ratio.

ratio, quod nunc pluribus persequi non possu-  
mus.

XXXCV. ΟΤΣ

In primis autem & evidentissimè vis proportio-  
num se exerit, in Logistica *ἰζηκενταδόν* vel sexage-  
nariâ, quæ est doctrina de numeris ab uno inte-  
gro, sexagecuplâ ratione, sursum deorsumq; pro-  
gredientibus; sursum per collectionem integro-  
rum ad sexagenas primas, secundas, tertias &c.  
deorsum per contrariam divisionem integrorum  
in scrupula prima, secunda, tertia &c. ut ita sexa-  
gena *συνηπικτόν*, ἢ *καὶ συναγωγόν*, id est, collectivum  
integrorum; scrupulum verò *ἀφαιρετικόν*, i.e. divi-  
sivum & ut ita loquar, comminutivum integri.  
Nam sexaginta integra unam sexagenam primam  
constituunt; sexaginta sexagenæ primæ efficiunt  
unam secundam, & sic deinceps. Contra sexage-  
sima pars integri est unum scrupulum primum; se-  
xagesima pars primi est scrupulum secundum &c.  
Cujusmodi scrupula Græci *ἰζηκενταδόν* & *λεπτά*, id est,  
sexagesimas & minuta, quidam phisicas minutias  
appellant, quod phisicis rebus, i.e. motibus cele-  
stibus numerandis apta sunt: Unde & artem nu-  
merandi tales numeros Logisticam astronomicam  
dixerunt, quippe quæ astronomis egregia nume-  
randi compendia suppeditet. Majora tamen adhuc  
sperem a Logistica decimali seu *δεκάλογον*, quæ est  
ars supputandi per *δεκάλογον*, i.e. numeros decuplâ  
ratione incedentes, quæ nunc ars magis magisque  
incipit frequentari, postquam summa illius facilitas  
& promptitudo, Hartmanno Bejero mon-  
strante, plenius innotuit, qui hac  
de re videatur.

d 5

GEO.

GEOMETRIA  
 GEOMETRIÆ ARI-  
 STOTELICÆ.

*Pars prima*

De

*Figuris & differentiis figu-  
 rarum.*

THESIS I.

**M**agnitudinem, Græcis μέγεθος ἢ πηλοότης esse quantitatem continuam, h. e. extensionem substantiæ corporeæ, per quam illa communi eoque indivisibili termino partem partem copulat, & secundum hunc terminum communem divisibilis est in infinitum, cum metaphysicis & logicis physici docent. l. II. metaph. in fine. l. 3. *Φυσ.* t. 69. & 20. l. 6. *Φυσ.* t. 3. I. de ort. & int. c. 2. 2. meteor. c. 2. & alibi.

II.

Magnitudo hæc subjicitur & ad tractandum considerandumque proponitur geometriæ, non tamen quocumque modo ac ratione, sed ut certis finibus ac terminis inclusa est, in quocumque tandem corpore existat, sive in terra terrenisque corporibus, sive in cælo & cælestibus, sive denique in accidentibus illorum, puta motu, sono, luce &c. Nam & hæc ratione corporum, quibus insunt, magnitudines participant. l. categ. de quant.

III.

Etsi enim Geometria non à cælo, non à sideribus non aliunde nomen adepta sit, sed à terrâ: terrâ tamen nna cum suæ naturæ cognatis corporibus non est totale subiectum geometriæ, sed tantum  
 pars

pars ejus notior ac familiarior, utpote quæ cotidie nobis, manus inter pedesq; versatur.

## IV.

Genera magnitudinum numero sunt æqualia dimensionibus. Dimensiones autem tot sunt, quot rectæ perpendiculares excitari possunt, ad idem punctum, in diversas plagas. Possunt autem tres solummodò: Una in longum; altera in latum seu transversum; tertia in profundum seu altum. Tres igitur dimensionis adeoq; magnitudinis species: Linea, superficies & corpus solidum sive moles. Linea in unam dimensionem patet: superficies in duas: corpus in omnes, quod propterea *ἡ ἰσοδιαστάσις* dicitur & perfecta magnitudo. Quod enim præditum est omnibus dimensionibus, quomodo non sit perfectum? 1. cæl. c. 1. & 1. 3. metaph. t. 17.

## V.

Ideo quoq; *ἡ ἰσοδιαστάσις* ἐν τῷ ἑκάστῳ, ἐπὶ δύο τὸ ἰσώμενον, ἐπὶ τρεῖς τὸ σῶμα στοιχείων ἢ ἄλλῳ ἰσῶμενον. hic. linea unico saltem modo; superficies duobus; Corpus tribus modis & sic *ἰσώμενον*, undiquaq; & ex omni parte continuum est ac divisibile. loc. cit. & l. 1. cæli t. 59. l. 2. cæli t. 8. l. 5. metaph. t. 12. & 13.

## VI.

Porrò linea continuatur & dividitur à punctis; superficies à lineis; Corpus à superficiebus, ita ut terminus communis, secundum quem fit continuo & divisio in quoq; magnitudinis genere, semper uno gradu inferior sit magnitudine suâ. Cumq; terminus terminans sive extremum magnitudinis alicujus sit ejusdem generis cum termino dividente aut copulante: terminatio potiori jure superficiebus & corporibus inesse videtur, quàm lineis. Nam lineæ duob. tantum punctis clauduntur, si rectæ fuerint; imò nullis, si circulares. Contra Super-

Superficies & corpora omnimodam habent circumscriptionem, nec ut lineæ duobus punctis, ita superficies vel spacium duabus lineis terminari potest, sed ad minus tres rectas pro sui definitione requirit. t. 105. & 106. l. 4. physic.

## VII.

Superficies & corpora hoc modo definita & circumscripta figuræ dicuntur, & formæ, Græcis *ἡγεῖα*. Est enim figura nihil aliud, quam spacium (p. superficiale aut solidum.) sub aliquo aut aliquibus terminis contentum. Sub aliquo; ut circulus & sphaera, hisque cognatæ species, ut ellipses &c. Sub aliquibus; ut rectilineæ figuræ. Hinc figurarum duo suprema genera; nempe *ἡ ἐπιπέδου* (vocabulo *ἐπιπέδου* *ἡγεῖα* sumto) *καὶ ἡ στερεῶν ἡγεῖα*, hoc est, superficialis & solida figura. 2. Cæli c. 4. l. 2. de anim. l. 5. metaph. t. 35.

## VIII.

Cum igitur figuræ non nisi ratione differant ab id genus terminatis magnitudinibus, reip̄a verò idem sint cum iisdem: fit, ut modò figura modò magnitudo nominetur pro subjecto Geometrie, & hæc exinde definiatur Heroni Alexandrino & ceteris prisca *ἡ ἐπιστήμη ἡγεῖα καὶ ἡγεῖα καὶ ἡ ἐπιπέδου καὶ ἡ στερεῶν καὶ ἡ περιπέδων καὶ ἡ ἐπιφανῶν καὶ ἡ γραμμῶν καὶ τῶν ἐν τούτοις παθῶν καὶ ἡγεῖων*, hoc est, scientia magnitudinum & figurarum, & has includentium ac terminantium superficialium & linearum, nec non affectionum & habitudinum iisdem competentium. Est enim perinde ac si dicas; Geometria est scientia magnitudinis, quatenus est figurata.

## IX.

Quid? quod geometria non definiatur solummodo ex figuris; sed etiam distinguatur penes easdem.

eadem in *ἐπιπέδῳ* & *σφαιρῶν*, hoc est, in  
 eam quæ de superficiebus agit, & in eam, quæ est  
 de corporibus vel solidis. Nam quod *ἡ ἀρχὴ*  
*ἢ τὸ πρῶτον* five *ἀρχὴ* attinet, quæ ratione magnitudinis  
 cæteris duabus partibus adjungi posset, sciendum  
 est, id quod *ἡ ἀρχὴ* Euclidæ comprobatur, à  
 veteribus reductam illam ad priores duas partes,  
 non secus atque linea reducit ad figuras, quarum  
 est terminus. Aliàs pro angulis quoque peculiaris  
 geometriæ pars constituenda foret.

## X.

Nec obstat, quod ut linea superficiæ, sic vicin-  
 sim superficies corporis sit terminus, quo pacto omnia  
 tandem redirent ad unam stereometriam. Est enim  
 diversa ratio. Planorum proprietates absque  
 solidis cognosci possunt. Lineæ planorum & corporum  
 anticipatam notionem requirunt, & faciendam  
 ipsis sit aliquid, five de factis demonstrandum:  
 E.g. lineam bis care nequis, aut ostendere, factum,  
*ἢ τὸ πρῶτον*, id est, quemadmodum oportebat  
 facere, nisi quid triangulum, & quibus affectionibus  
 præditum sit, prænoscas.

## XI.

Quid vero est illud, quod de magnitudinibus & figuris  
 cognoscit aut quaerit geometer? Resp. præcipua affectio,  
 quæ geometria spectat in figuris, est *ἡ ἀρχὴ*  
 æqualitas & inæqualitas, menturando intellecta. Ubi  
 mensurare voco, intelligere modum rationemque  
 magnitudinis ac figuræ, sitne æqualis vel inæqualis,  
 sibi vel alteri, laterum & angulorum vel  
 spaci ratione; & si inæqualis, quanta sit  
 inæqualitas, sitne effabilis certo numero, an  
 minus. Itaque huc referendæ sunt omnis generis  
 analogiæ seu proportionales figurarum, atque  
 partitiones s. sectiones, autiones & diminutiones.

tiones, nec non transformationes variaz. Ut enim suo loco apparebit, vim æqualitatis & inæqualitaz, eis hæc omnia suis definitionibus includunt.

## XII.

Primum ergò ac præcipuum sive munus sive scopus ac finis geometriæ est *μετρεῖν*, metiri seu mensurare, adeò ut hinc nomen sibi quæsierit. Alterum & huic proximum est de contactibus, parallelismis, loci repletionibus, ascriptionibus magnitudinum ac figurarum dispicere, propterea, quod omnis magnitudo sit cum situ. At hæc omnia aut situs sunt, aut situm proximè consequuntur.

## XIII.

Tandem de ortu figurarum haut est mediocriter sollicitus geometer, ut quo pacto, aut quibus principiis constitatur unaquæq; & describatur, quo modo item constituta resolvatur, peritus sit. Quam ad rem, quid prima sit aut secunda figura, quo sibi ordine compositionis succedant, ad explicandum sumit.

## XIV.

Quando igitur figurarum æqualitates & inæqualitates, proportionales, similitudines, contactus &c. scrutatur, & scrutando intelligit, nemo est, qui non dicat geometram *ἡραρεῖν*. At cum idem extruere doceat aliquam figuram, extractam certo modo resolvere, partiti, augere, transformare, ascribere, &c. sit nescio quomodo, ut in his *μοῖσθ*, operanti similior videatur, etsi & tùm nihil aliud spectet agatvè, nisi ut constitutiones, resolutiones, incrementa figurarum &c. Contempletur in suis causis, atq; ita intra scientiæ limites & cancellos, etiam hæc faciens reverà maneat. An id accidit eà de causâ, quoniam, quæ mente concepit, calamo imitatur & radio, & nonnunquam ad vitæ usus humanæ pro re nata transfert?

Quic-



## XV.

Quicquid sit, profluxit ab hac *καταχρηστικῶς* verborum, distinctio tum propositionum geometricarum in theoremata & problemata, quorum illis demonstrandum aliquid & cognoscendum; His efficiendum & describendum proponitur: tum Geometriae ipsiusmet in Theoricam & practicam. Illa definit in cognitione & bonum suum quasi in seversum habet: Hæc foras progressa bene cogitata bene architectatur, dum vel agrum v. g. metitur, aut vasis capacitatem explorat, aut aram duplicat, non profectò novis principiis aut diversa methodo, sed merâ applicatione *ἰσχυρίας* ad materiam sensibilem.

## XVI.

Quod si exercitium hoc geometricum instituitur in materiâ multiplice, explicatus habente variis, prolixos atq; operosos, quin exoriatur novum disciplinæ genus, re ipsa distinctum à geometria, nullum est dubium: Sic enim optica, musica, astronomia, mechanica prognatae sunt, cum farraginem illam & turbam phrasum ac terminorum diversissimorum unâ eademq; arte complecti non liceret. At si materia sit rudis, simplex atq; uniformis, ut in *γεωδῆσι*, quæ præcepta geometrica terrenis & crassis corporibus applicat, nunquid eandem diversam disciplinam dicere debeam, hæreo non nihil, ideoque supra geometriæ sive appendicem sive fructum illam constitui. 3. *μεταπαρ.*

## XVII.

Quid enim invenitur in *γεωδῆσι*, quod non ante docuit *γεωμετρῆς*? nisi quod aut definitum, mensuræ genus proponit, cum in geometria sit liberum & indefinitum, aut cum diversis modis ac viis eadem efficere & consequi docet *γεωμετρῆς*,

tes admonet discipulum, quænam via conveni-  
entior sit proposito. Quorum hoc ingenii potius  
quàm peculiaris artis esse; illo non magis artes  
multiplicari, quàm astronomia per diversitatem  
instrumentorum diversa efficitur, nemo diffice-  
bitur.

## XVIII.

Sed & Algebra sub geometriâ potius, quàm  
arithmetica comprehendenda videtur. Algebram  
dico scientiam magnitudinum numeris assimilan-  
tium, aut numerorum pro magnitudinibus ac fi-  
guris se gerentium; quod fieri posse docet ipse phi-  
losophus 1. poster. t. 30. & 1. 3. phys. 26. v. g. quan-  
do Unitates disponuntur in formâ trianguli, qua-  
drati, oblongi, gnomonis, cubi, prismatis &c. cu-  
jus longè præstantissimæ & divinissimæ scientiæ  
pars non contemnenda est doctrina de extractio-  
nibus radicum, sive analysi lateris quadrati aut cu-  
bici, quam arithmeticæ minus aptè tribui cum Ra-  
mo existim. o.

## XIX.

Contrarium quidem sentire videtur philoso-  
phus 1. post. t. 60. extra geometriæ fines & quasi  
supra vires ejus positum dicens, demonstrare, quod  
duo numeri cubi inter se multiplicati cubum effi-  
ciant. Quid autem, si philosophus in hoc exem-  
plo popularis sit, ut sæpè in hoc opere? Impossibi-  
le est utique, ut id generis theoremata, non dico  
probare, sed vel capere possis, donec quid cubus,  
quæ illius genesis, quæ analysis, ex geometriâ di-  
cideris.

## XX.

Aut igitur geometrica in arithmeticis, aut hæc  
in illis præpostera confusione tractari, aut alge-  
bram

bram pro geometriæ particulâ haberi necesse est. Aut si omninò figurarum magnitudines, quando numeris exprimentur, mancipandæ sunt arithmeticæ, cur non tota doctrina de magnitudinibus commensurabilibus & incommensurabilibus locomoveretur, & ex geometria relegatur in arithmeticam? At enim his missis, breviter *ἡγίαις ἐν τῷ πρώτῳ* videamus 1. quæ & quot sint genera seu differentiæ figurarum tam superficialium, quàm solidarum. 2. quibus quæque proprietatibus constet.

## XXI.

Omnis figura superficialis aut plana est aut curva, simpliciter aut mixtîm. Plana figura, græcis *ἐπιπέδον* *ἐπιπέδον* ἢ *ἐπιπέδον* ἢ *ἐπιπέδον* ἐστίν, ἡντις ἐστὶν ἡ ἰσοπέδον, hoc est, quæcunque rectis suis lineis, quibus includitur, ex æquo & ita interjacet, nullibi ut sit elatior aut humilior. Curva verò, cujus species sunt gibba, convexa seu protuberans, & cava, partes suas inæqualiter sitas habet, quasdam sublimius, quasdam depressius. Eucl. l. 1. in def. 5.

## XXII.

Rursum figuræ planæ differentias suas capiunt à lineis. Quare ab his ordientes dividimus lineam in rectam & inflexam. Esse autem lineam nihil aliud, quàm *μήνη* ἢ *ἀπὸ ἀπὸ*, id est, longitudinem latitudinis expertem, & ut ita loquor, illatibilem, ex superioribus clarum est. 5. topicor. c. 6.

## XXIII.

Recta linea, *ὁρθὴ γραμμὴ*, est brevissima extensio, ab uno puncto ad aliud s. de lin. 1. insecab. Tota itaque jacet in eodem plano, inter extrema sua puncta æqualiter: nec fieri potest, ut ejusdem reipar

pars in uno plano & alia in alio inveniatur f. 16.  
probl. 6.

XXIV.

Linea inflexa, *ῥομφαία καὶ καμπύλη*, vulgò curva & obliqua linea est, quæ sumtis in eâ punctis non interjacet æqualiter, sive in se redeat, sive minis. Sunt enim harum linearum duo rursus genera summa: Quædam *πάλιν καὶ ἄρχὴν ἀνακρίπτεισσι*, id est, reflectuntur ad principium suum, 1. cæli t. 48. & ut Poëta optimus loquitur, in sese voluntur sua per vestigia: Quædam finem à principio distinctum retinent.

XXV.

Quæ finem ex principio neunt, rotundæ dicuntur & tres sunt: 1. peripheria seu circumferentia. 2. ellipsis. 3. linea *ὠοειδὴς* seu ovalis, quò etiam *φαιγεῖδῃ* lenticularem referimus. 2. cæli t. 27. Harum hoc est discrimen, quod sola peripheria *ἴσας ἐξ ἑαυτῆς ἐκ τῆς μέσης*, id est, rectas ex medio spatii à se comprehensit habet æquales: reliquæ dux non habent. Ut autem ellipsis imperfectior est peripheria, unde & nomen habet: ita rursus ovalis deficit à perfectione ellipseos. Ellipsis enim est veluti peripheria æqualiter compressa: ovalis autem est peripheria inæqualiter compressa.

XXVI.

Inflexarum suis finibus à principiis suis distantium, aliæ altis magis accedunt ad rotunditatem, hoc ferè ordine. 1. sunt helices *πείλοιδες*, latinis volutaræ ordinatae *Muschellinien* / 2. *ὠοειδοειδὴς* seu spiricæ vel spirales; quibusdam *κοχλιοειδὴς* *Schneckenlinien* / 3. *κισσοειδὴς* hederaceæ aut cylindræ, *Schraubelinien*. 4. *σκολιαι* tortuosæ & serpentinæ. *Schlangealinien*. 5. parabolicæ & hyperbolicæ, *Brennlinien*. De harum aliquibus infra dicemus.

XXVII.

Est autem operæ precium τῆς ἀθροίσεως τῶν φαιγεῖδων καὶ ὠοειδῶν.

ἄρμῆς, id est, rectæ & circumferentialis lineæ di-  
 scrimina colligere in unum fasciculum. Nam se-  
 cundum hæc duo genera linearum mox ipsas etiam  
 figuras distinguemus. 1. in rectâ lineâ principium  
 à fine, utrumq; à medio est discretum loco. 1. cæli  
 t. 12. In circumferentiâ nequaquam, sed hæc τῆ  
 ἀρχῆς ἢ ἑσώτα πτερυγὶ τὸ πῆμα, id est, extremum coheret  
 cum initio. 3. *φυσ. t. 73. & 76.* 2. In rectâ unicum  
 est principium & unicus finis. In circumferentiâ  
 fines & principia simul & nulla sunt, & infinita:  
 nulla actu; potestate infinita, tot nimirum, quot  
 in eâ puncta licet accipere. Licet autem, ut in  
 continuo, infinita. 2. de ort. & inter. t. 68. 3. *φυσ.*  
 t. 76. Hinc 3. recta est *πεπεροσμένη*, finita: circum-  
 ferentia infinitatem quodammodo affectat. Et  
 propterea. 4. ἡ ἀνὴρ καὶ πρὸ ὁμοιοῦς τῆ διείκει ἐστὶν ἀεὶ καὶ  
 ὁπποῦσιν; τῆδε ἔκλυα ἀδέποισ, id est, rectæ semper  
 & quacunque ratione licet adijcere ad incremen-  
 tum ejus; circumferentiæ verò nullatenus. 1. cæli  
 t. 12. l. 2. t. 23. 5. Circumferentia proinde simpli-  
 cior est ac perfectior, & hoc ipso prior, quàm recta.  
 ibid. & 8. *phys. t. 75. l. 5. metaph. t. 11.* nec injuriâ  
 dixit, quicunque dixit; rectâ lineâ creaturas, cir-  
 cumferentiâ creatorem adumbrari. 6. Recta nul-  
 lum spacium comprehendit: circumferentia, ne-  
 quidem existere potest, non incluso spacio, a cujus  
 medio æqualiter abest. 7. Circumferentia in istâ  
 suâ simplicitate summâ, tamen contrariorum quo-  
 dammodo particeps est; curvatis nempe & con-  
 vexitatis. Recta linea est minus simplex, nihil ho-  
 rum in se habet. in quæst. mech. & 1. t. cæli t. 25.

## XXVIII.

Quamvis ergò pro diversitate linearum hæctenus  
 enumeratarum plura genera figurarum assignari  
 possint;

possint: tamen respectu habito ad has duas species  
 cæteris quodammodo digniores lineam rectam  
 putat & circumferentialem, omne *ἄλλο ἐπιπέδον ἢ*  
*σφῆρα* *ἢ σφαιροειδὲς*, ἢ *σφαιροειδὲς*, ἢ *σφαιροειδὲς*  
*καὶ ἄλλο σφῆρα* *ἢ σφαιροειδὲς* *ἢ σφαιροειδὲς*  
*σφῆρα* *ἢ σφαιροειδὲς* *ἢ σφαιροειδὲς* *ἢ σφαιροειδὲς*  
 15. probl. 5. id est, figura plana aut est rectilinea,  
 aut obliquilinea, aut ex his mista. Ac rectilinea  
 quidem à pluribus rectis lineis continetur quas  
*ἄκρα*, latera dicimus; Obliquilinea ab una tan-  
 tum lineâ, quàm *περίφραξις*, circumferentiam,  
 principem obliquarum, modò vocamus. Mixti-  
 linea deniq; figura lineis utriusq; generis constat,  
 aut ad eam reducitur.

## XXIX.

Pars, rudimentum & inchoatio figuræ rectili-  
 neæ angulus planus dicitur, & nihil est aliud,  
 quàm spacium *ἢ ἄλλο*, id est, in concursu aut  
 commissurâ binorum laterum figuræ, (quæ re-  
 spectu anguli novum nomen suscipiunt, & crura  
 dicuntur.) collectum ad unum punctum. l. 5. me-  
 taph. t. 30. f. 15, probl. 1. Nam cum angulus angu-  
 lo major sit aut minor, non igitur nudo concursu  
 definiri potest, sed essentia illius consistit in exi-  
 guo spacio, quod à concursu illo duarum linea-  
 rum colligitur & adducitur in mucronem. Hoc au-  
 tem spacio semel constituto, nihil refert, quam  
 longa sint crura.

## XXX.

Angulus pro ratione concursus, situsque eru-  
 rum, vel est rectus vel obliquus. Angulus rectus,  
*ἄλλο*, est, cujus crura perpendicularia sunt  
 invicem. Erunt autem perpendicularia, quando  
 alterum alteri sic insistit, ut nec annuat nec abnu-  
 at illi, sed æqualiter interjaceat ipsi & productioni  
 ejus,

ejus, spacium, in quo jacet, ἴσῳ Ἀγίρῳ, id est, æqualiter dispescens, & sic duos angulos ἐπιξῆς, id est, deinceps sitos seu contiguos ὁμοίως, similes & æquales efficiens. I. 15. probl. 1. f. 16. probl. 4. & 11. l. 2. cæli t. 100. & 103. l. 4. cæli t. 33. in fine quæst. mechan.

## XXXI.

Quemadmodum enim perpendicularis ab uno eodemque termino singularis est & unica, nec πολλὰς κἀρεῖς πρὸς ταυτὸ ἐπίπεδον γίνονται περιῶσαι αὐτὰ, id est, plures perpendiculares eidem plano conveniunt, ita ut fecent, loc. cit. Sic rectus angulus & vicino suo, quo cum in eodem plano extenditur, & sibiip̄si perpetuò æqualis, adeoque unus est & idem, & sic prior obliquis & norma illorum indexque. I. de anim. t. 85.

## XXXII.

Angulus obliquus est, cujus crura acclinia sunt vel declinia: Acclinia in acuto; declinia in obtuso angulo. His enim speciebus anguli obliqui discriminantur, quod videl. alius sit acutus, ὀξεία γωνία; alius obtusus, ἀμβλεία. Jam sicuti recta rectæ perpendiculariter incidens duos deinceps angulos rectos efficiebat: Sic cum eadem in eandem incidit obliquè, unus deinceps sitorum sit acutus, & alter obtusus, ita tamen, ut ambo simul sumpti duos rectos adæquent. Eucl. l. 1. l. 8. top. loc. 41. c. 2.

## XXXIII.

Ex hoc autem consequitur, ut alter alterius complementum sit ad duos rectos, adeoq̄; acutus tanto minor fiat recto, quanto obtusus major est eodem. Quorsum respiciens cum Euclide philosophus acutum definivit τὸν ἐλάσσονα ὀρθῆς, eum, qui minor

minor est recto; & obtusum *ἢ περί τῆς μέτρων ὀρθῆς*, majorem recto 1. topic. 13. & f. 19. probl. 8.

## XXXIII.

Ob eandem causam *αὐτὴ περὶ μέτρων ἰσότης*, i. e. Omnes anguli, quotquot circa idem punctum super eadem recta ordinari statuiq; possunt, tametsi numero centies mille fuerint, non tamen nisi duos rectos valent: qui verò ab utraq; parte rectæ, sepiunt & circumstant unum aliquod punctum illius, nec plures nec pauciores valent rectos simul sumti, quam quatuor. 9. metaph. t. 28.

## XXXIV.

3. Et hoc inde consequitur, angulum angulorum, ultra apicem anguli prioris *ἐκβαλλόμενος*, productis, incluso, seu ut vulgò loquimur, verticali suo, (*ἢ κατὰ κορυφὴν*,) æqualem esse. Nam quia tales anguli duo, sibi per verticem aut crucem oppositi, unà cum interjecto angulo communi, bis binos rectos adæquant, per antecedentia: Ergò demto illo communi, æquabuntur invicem, per com. ax. Quæ habent idem complementum ad æquales summas, inter se sunt æqualia. f. 15. probl. 4.

## XXXV.

His expositis redeamus ad rectilineas figuras, & earum differentias varias persequamur. 1. enim ex angulorum situ distinguuntur in eas, quarum anguli, singuli & omnes, foras spectant; & in eas, quarum suorum angulorum mucrones partim intus, partim extus versos habent. Illæ manent intra sua latera; hæ terminos & latera sua veluti excedunt. Illæ Keplero primæ dicuntur & radicales: hæ autem 1. 1. harmon.

## XXXVI.

Prioris generis figuræ rursus, pro numero laterum



rerum & angulorum, subdividuntur in classes numero infinitas, siquidem lateribus quoq; & angulis nullus certus numerus præscriptus est, sed datur in his progressus in infinitum. Quæ tamen frequentius occurrunt figuræ, ægmen quasi ducentes & in acie stantes, hæ sunt: τριγώνον, τετραγώνον, πεντάγωνον, εξαγώνον, επτάγωνον &c. i. e. triangulum, quadrangulum, quinquangulū, sexangulum, septangulum, &c. ferè usq; ad πεντεκαιδεκάγωνον. i. e. quindecangulum; quæ quid sint, ipso nominum suorum sono, & ut ita dicam, habitu indicant.

## XXXVIII.

Quia verò numerus laterum numero angulorum in his figuris æqualis est, propterea, quod unumquodvis latus binis angulis commune sit, & contra quivis angulus binis lateribus indigeat: idcirco ex lateribus quoq; & possunt & solent distinguī in trilateras, quadrilateras, quinilateras, selateras, septilateras &c. quæ tamen non nisi appellatione & respectu certo à prioribus differunt; re ipsa vero conveniunt.

## XXXIX.

Primus itaq; & simplicissimus ordo est triangulorum; quæ partim ex angulis distinguuntur in ῥεθῶνα, ἀμβλυγώνια, & ὀξυγώνια, id est, rectangula, obtusangula & acutangula: Partim ex lateribus in ἰσολευξείσοσκελῆ καὶ σκαληνὰ, id est, in æquilatera, æquicrura & varia. Ita fiunt sex in universum differentia triangulorum, quæ deinde varijs modis permiscentur invicem. Arist. passim & imprimis. i. post. t. 4. s. metaph. t. 10.

## XL.

Triangulum rectangulum constat uno recto, cū duobus acutis: obtusangulū obtuso uno, cū duobus

itidem acutis. Acutangulum deniq; omnes acutas habet. Causa hujus rei infra perspicietur. Sic æquilaterum omnia latera invicem habet æqualia: æquicrurum duo solum modò: in Scaleno seu Variò nullum latus alteri est æquale. Ubi nota, quodvis latus respectu anguli sibi objecti & duobus lateribus reliquis, tanquam cruribus inclusi, basis & subtensam dici; excepto triangulo rectangulo, in quo lateri, quod angulo recto adversum est, basis & hypotenusæ vel subtensæ nomen tribuitur.

## XLI.

Proximum à triangulis locum in ordine figurarum planarum rectilinearum occupant Quadrangula, duabus classibus rursum divisa; nempe parallelogrammorum & trapeziorum. Parallelogrammum est figura quadrilatera quadrangula, cujus bina quæque opposita latera sunt parallela. Trapezium verò seu mensula est figura quadrilatera, cujus duo saltem aut etiam nulla opposita latera sunt æqualia. s. 15. probl. 1.

## XLII.

Lineæ parallelæ seu æquidistantes illæ habentur, quæ quantumlibet, & vel in infinitum protractæ, nusquam sibi annuunt, concurruntvè, sed eandem vel æqualem distantiam semper & ubique inter se servant. 1. post. t. 88.

## XLIII.

In lineis parallelis rectis rectâ sectis, tria genera seu formæ angulorum existunt. Primum genus est τῶν ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέγ, id est, internorum & ab eâdem secantis parte constitutorum. Alterum τῶν ἐντὸς καὶ ἐναντίων, id est, itidem internorum sed ab utrâq; secantis parte alternè sitorum. Tertium ἐστὶ τῶν ἀπεναντίων, id est, ab eâdem secantis parte

con-

contrariè & non deinceps sitorum, ita ut unus cõ-  
 trariè sit, alter *ἐπί*. 2. prior. c. 17.

## XLIV.

Interni ab eadem parte vel sunt recti & similes; vel obliqui & dissimiles, duobus tamen rectis æquales, prout nempè secans perpendiculariter secat, aut minus. Alterni inter se sunt æquales & similes. Nam quia unus alternorum, cum suo ejusdem partis cointerno, duos rectos æquat, ut jam diximus; & hic cointernus alteri alterno deinceps situs est, ac proinde cum illo itidem duos rectos æquat, per *θ.* 31. demto igitur hoc cointerno communi, alternum coalterno suo & æquari & conformari necesse est. Eadem planè ratione probabis, etiam *τὸς ἀπεναντίας* sitos æquales inter se esse & similes.

## XLV.

Porrò parallelogrammorum quatuor sunt species, angulis & lateribus discriminatæ. Prima est quadratorum, quæ græcis *κατὰ ἰσοχλίαν τετραγώνια* vocantur. Secunda est *τῶν ἰσομήκων*, id est, Unâ parte longiorum, quàm alterâ, uno verbo, oblongorum s. rectangulorum, in specie dictorum. 2. post. t. 30. & alibi. Tertia est rhomborium; quarta ultimâq; rhomboidum s. rhombiformium.

## XLVI.

Quadratum & rhombus sunt parallelogramma æquilatera; illud rectangulum; hoc obliquangulum. *Ἐτερόμηκες* & rhomboides verò parallelogramma sunt inæqualtera; illud rectangulum; hoc obliquangulum. Quare sicuti ex quadrato leniter compresso fit rhombus: sic *ἰτερόμηκες* seu oblongum simili compressione abit in rhomboides. Manentibus enim lateribus, anguli recti mutantur in obliquos.

## XLVI.

Quaecumque autem sit parallelogrammum, beneficio binarum linearum, sese in aliquo diagonij puncto decussantium, & binis conterminis lateribus parallelarum in quatuor, particularia parallelogramma dispesci potest. Horum bina diagonio transfixa ut sic loquar, diagonalia dicuntur Aristoteli quæst. 2. mechan. μικρά τετράπλευρα, id est, parva quadrangula: Reliqua bina τὰ τῶν ἐπὶ τῆν Διάμετρον, ἢ Διάγωνίον, παραλληλογράμων παραπληρώματα. id est, eorum, quæ circa diagonium confistunt, parallelogrammorum, vel ut verbo dicam, diagonalium complementa. Bina autem complementa hæc, unâ cum alterutro diagonali, vocantur gnomon, in post præd. c. de motu.

## XLVII.

Diagonius, q. Διά τῶν γωνιῶν acta recta est ἡ ἐκ γωνίας εἰς γωνίαν ἀχθῆσα γραμμὴ, διχα διμεῖσα τὸ σχῆμα, id est, linea ex angulo in oppositum angulum producta, bifecans figuram parallelogrammam, unde etiam diameter vocatur. Sicut enim circulus bifecatur à diametro: Sic parallelogrammum à diagonali, & quidem citra destructionem seu dissolutionem figuræ, quoniam figura aliàs secundum angulos, per quos transit diagonalis, composita est & velut incisa. s. 15. probl. 1.

## XLVIII.

Quod ad sequentes in ordine figuras attinet, quinquangulas, sexangulas, septangulas, &c. uno nomine polygonas seu multangulas, ex æqualitate & inæqualitate laterum & angulorum eodem modo classibus suis distribuuntur, ut quadrangulæ. Unde alteræ ex alteris æstimentur.

## XLIX.

Auctarum figurarum præcipuæ sunt stellæ:  
nam

nam reliquæ potius duæ aut plures figuræ sunt, quam una; stellæ autem dicuntur à formâ suâ. Nam dum angulos ita sitos habent, ut unius apex alter-natim extra & alterius intra sit, stellæ species nasci-tur, eaq; secundum numerum prominentium an-gulorum, quinquangula, sexangula, &c. Tales fi-guræ oriuntur, continuatis figuræ alicujus primæ & radicalis lateribus non contiguis ad occursum mutuum: Ideo radicalem stellæ figuram ad minus quinquangulam esse oportet, quoniam in simpli-ciore, ut triangulâ vel quadrangulâ, productiones laterum non concurrunt, sed aut parallelæ ma-nent, ut in quadrangulâ, aut etiam amplius diver-gunt & à se invicem abscedunt, ut in triangulâ. Et tantum de figuris rectilineis. Sequitur de circu-lo & illius partibus. Hic enim princeps est inter fi-guras obliquilineas, ellipses, *μησικες* lunulas &c.

## L.

*Κύκλος ἐστὶ σχῆμα ἐπίπεδον τὰς ἐκ τῆς μίσης ἰσας ἔχον.*  
id est, circulus est figura plana eas, quæ sunt ex me-dio (quod centrum dicitur) hoc est radios vel semi-diametros, æquales habens. Hoc autem perinde valet, ac si *περιφερὸν γεγραμμένον* dicas, l. 2. cæli t. 27. & 3. rhet. c. 6. Interdum vox circuli sumitur pro solâ circumferentiâ; tumque spacium planum circulo inclusum vocatur *τὸ ἐμβαδὸν τῆς κύκλου*, latinis area circuli.

## L I.

Quamvis autem circulus actu sit *ἀγώνιον σχῆμα*, expertus angulorum figura. 5. metaph. t. 19. Quia, tamen in illo par & æqualis ubique est inclinatio, & velut angulus peripheriæ sibi ipsi semper æqua-lis & similis, ideo potestate totus est angulus, & hinc Aristotel. 3. Cæl. t. 69. *ὅλη γωνία*, Platoni *πῶλον γωνία* dictus fuit.

## LII.

Circuli partes duum sunt generum: Quædam *τμήματα* dicuntur, hoc est, segmenta vel sectiones, quædam *τομῆς*, sectores. Segmentum est portio circuli, quam ructa circulo inscripta intercipit & avellit: Quæ recta basis segmenti postea dicitur. Sic Iris in physicis est sectio minor circuli majoris, vel minor majoris, interventu Horizontis, tanquam lineæ rectæ, abscissa. 3. meteor. c. 2.

## LIII.

Recta circulo inscribi dicitur, quando suas extremitates applicat circumferentiæ ab utrâq; parte. Harum inscriptarum, quæ innumeræ esse possunt, maxima est diameter, nimirum recta per centrum inscripta, bisecans circulum in duo segmenta æqualia, quæ dicuntur *ἡμικύκλια*, semicirculi. l. 15. probl. 2.

## LIV.

Sector circuli, *τομῆς*, est portio illius sub duab. rectis ad centrum vel peripheriam angulum facientibus, & sub arcu peripheriæ, cui rectæ illæ insistant, quiq; basis sectoris dicitur. Hinc alius sector in centro; alius in peripheriâ. Eucl. l. 3.

## LV.

Fuerunt hætenus duo genera figurarum planarum. Restant figuræ mixtilineæ seu variæ, cujusmodi sunt modo commemoratæ partes circuli, aliæq; variis orarum sive marginum suorum plexibus, secundum genera linearum inflexarum suprâ tradita, variegatæ, quæ certo numero comprehendinequeunt.

## LVI.

Dicendum nunc esset de diversis formis superficierum

cierum curvarum. Verum enimverò quoniam ex corporibus, quibus insunt, rectius intelliguntur, idcirco ad corporum differentias varietatesq; rectè progredimur.

## LVII.

Corpora mathematica sive solidæ figuræ duum sunt generum: Solida in specie sic dicta, & inania seu cava. Illa tota sui plena sunt: Hæc aliud à se, diversum corpus cavitare & ut ita loquar, alvo suâ recipiunt, illa conformantur tantum ab extra: hæc internam & externam conformationem habent.

## LVIII.

Solida corpora iisdem ferè differentiis dividuntur, quibus figuræ superficiales. Quædam enim sunt *ὀρθογώνια* rectilinea: quædam rotunda seu orbicularia; quædam mixtis superficiebus constant. Dicantur varia seu mixta. 2. cæli c. 4. 3. cæli t. 40.

## LIX.

Solidum rectilineum est corpus *ὑπερῶσιν ἐπιφανείαις ἀπὸ ἐπιπέδων*, id est, à pluribus superficiebus (intellige, planis) comprehensum, & lateribus illorum scitè commissis aptatisque veluti coactum. 2. cæli t. 23. Hæc autem plana nova nomina tum sumunt, & hedræ dicuntur, quod iis insideant & statumentur corpora. 1. 3. cæli t. 71. Acies verò, secundum quam binorum planorum bina latera committuntur, & in unum coalescunt, vocantur latera solidi.

## LX.

Anrequam verò solidorum rectilineorum differentias persequamur, tenere convenit, quid sit angulus solidus. Angulus solidus est spatium, in concursu trium aut plurium angulorum planorum

rum

rum ad idem punctum collectorum, & cruribus suis decenter junctorum. Debent autem anguli plani, solidum composituri, summam, quatuor planis rectis minorem, efficere. Nam quatuor recti sibi commissi non assurgunt in unum solidum, sed planitiem sternunt, & locum replent, ut postea discemus. Eucl. lib. II. LXI.

Solida itaque recti linea sunt in triplici differentiâ: Una est pyramidum: Altera prismatum: Tertia polyedrorum. LXII.

Pyramis est solidum rectilineum ab uno plano (basin pyramidis vocant) triangulis æqualibus ad unum punctum (quod est vertex seu apex pyramidis, collectis fastigiatum, 1. 3. cæli t. 44. & 69. Dividitur 1. secundum figuram basis, in triangularem, quadrangularem, quinquangularem, & c. 2. Ex numero hedrarum in tetraëdram, pentaëdram, hexaëdram, & c. hedris semper unâ pluribus, quam sint anguli vel latera basis.

## LXIII

Esti autem tetraëdram generatim sumtum, quamvis pyramidem significet, basi triangulâ constantem: *ἰδίας τὰ μέτρα, καὶ κατ' ἕξιν* tetraëdram dicitur pyramis, quatuor triangulis æqualibus & æquilateris contenta.

## LXIV.

Prisma ( *ἀ πρίσμα* q. germanicè dicas ein *Zimmer* / *Stoß* oder *Kloß* ) est solidum rectilineum comprehensum a planis, quorum aduersa duo ( quas bases ut plurimum dicimus ) parallela æqualia & similia sunt, reliqua verò parallelogramma. Differentias sortitur, ut pyramis, ex numero hedrarum. Aliud enim pentaëdram est prisma (cujusmodi formâ cuneus habet. 17. quæst. Mechan.) aliud hexaëdram, aliud polyëdram. Et horum unumquodque rursus ex specie angulorum suorum, aut rectangulum est aut obliquangulum. 65. Pril-



## LXV.

Prisma pentaëdrum latus aut basin triangularem habet: hexaëdrum quadrangularem, & sic consequenter, hedris cujusque prismatis primario exuperantibus angulos vel latera basis. Ideò quæcunque prismata pluribus constant quàm sex hedris, & uno nomine prismata polyedra vocantur, ex basium figuris distinguuntur in quinquangula, sexangula, &c.

## LXVI.

Hexaëdra prismata peculiariter subdividi solent in parallelipeda & trapezia. Illorum binæ quæque aduersa plana seu hedræ parallelæ sunt: horum bases solummodò parallelæ.

## LXVII.

Parallelipeda sex continentur parallelogrammis totidemq; sunt formarum ac specierum, quot erant parallelogramma ipsa in ordine figurarum planarum; nempe cubus, seu tessera (ein vierecker gleichseitiger Stoek) Oblongum sive columna quadratarhombicum corpus, & denique rhombiforme.

## LXVIII.

Cubus & rhombus solidus sunt parallelipeda isocædra, sex æqualibus quadratis aut rhombis inclusa & ceu contignata. Oblongum & rhomboides solidum sunt parallelipeda anisocædra; illud rectangulis hedris, hoc obliquangulis.

## LXIX.

Tertia classis solidorum corporum polyedra complectebatur, non ea, quæ modo in prismaticu censu locavimus, sed quæ sui sunt generis, & absolute polyedra dicuntur, duabus iterum classibus distincta. Aut enim planis ejusdem formæ constant, in quorum numero in primis celebrantur Octaëdru, dodecaëdron, icosaëdron, l. 3. cæli r. 72. Aut componitur ex difformibus planis, ut sunt tredecim corpora Archimedea, de quibus consulendi artifices, & in primis Kepl. l. 2. harmon. 60. Octoë-

## LXX.

Octaëdron est solidum sub octo triangulis æquilateris & æqualibus: Icosaëdron sub ejusmodi triangulis viginti: Dodecaëdron sub ejusmodi pentagonis, (æquilateris sc. & æqualibus) duodecim. Unde jam nominum singulorum rationes explicantur. Et hæc etiam de solidis rectilineis.

## LXXI.

Solida rotunda sunt corpora *ἢ ἑπιφανείᾳ ἢ ἑνὴν ἑσφῆραν*, id est, Unicâ superficie contenta, quam gibbam dicunt & convexam. 2. cæli t. 23. & seq. Suntq; vel primaria, ut Sphæra sive globus, vel secundaria, ut Sphæra oblonga seu compressa, corpus *ὠοειδὲς*, ovale, & id generis similia. t. 27.

## LXXII.

Sphæra est rotundum solidum *ὡς τὸ μέγεθος ἢ κέντρον ἴσον*, id est, a medio sive centro in omnem ambitum æqualiter extensum, t. 27. l. 7. metaph. Cujus superficies gibba sphæricum dicitur *ὡς τὸ ἑπιπέδον ἢ ἑσφῆρα*, id est, *ὡς τὸ πῦρ*, ut *ὡς τὸ πῦρ*, 2. cæli t. 51. h. e. interpretante Cicerone 2. de nat. deor. nihil asperitatis habens, ut rectilineæ figuræ, nihil offensivum, nihil incisum angulis, nihil eminentis aut lacunosum. Interim potestate *ὡς γὰρ ἡ γῆ ἐστὶν*, est quasi angulus quidam. 3. cæli t. 72. isque acutissimus t. 69. Quod si Sphæra hæc comprimatur leniter, mutabitur in oblongam aut ovalem formam, prout æquabilis aut inæquabilis compressio fuerit, mediumq; in figurâ punctum inæqualiter distabit à superficie illius.

## LXXIII.

Tandem solida varia dicuntur, quando superficies gibbæ cum planis miscentur in unius structuram corporis aut molis. Talia corpora sunt conus & cyl

& Cylinder: ille pyramidi, hic prismati conformatione & quibusdam proprietatibus respondens.

## LXXIV.

Conus, (*ein Kegell*) est solidum varium duabus superficiebus constans, quarum altera plana & circularis basi cono præstat, altera gibba (*conicum*) à basi circulari æqualiter fastigiatur ad verticem. Dicitur etiam turbo & meta, item pyramis rotunda; & pro ratione anguli ad verticem, dividitur in rectangulum, acutangulum (cujusmodi est epitomium rotundum, *ein Zapffe*) & obtusangulum. l. 15. probl. 5. & seq. 16. probl. 5.

## LXXV.

Cylinder & columna rotunda (*eine Walze* / *oder Mandelhdls*) est solidum varium, tribus superficiebus terminatum, duabus planis circularibus, æqualibus & parallelis, & unâ gibbâ (*cylindraceum* vocant,) inter duas planas æqualiter extensâ. Tali figurâ crescunt arborum trunci, & plerarumque caules stirpium l. 16. probl. 9. Eandem formam habent scytalæ, juga & succulæ. quæst. mech. 9. & 13.

## LXXVI.

Ad solidâ varia quoque pertinent partes sive frustra conorum & globorum, uti sunt coni curti seu decacuminati, item segmenta, se&ores & pyramides sphericæ.

## LXXVII.

Conus curtus s. mutilus est solidum varium, sub duobus circulis parallelis & inæqualibus, & parte conici, dictis circulis interceptâ. Et hic simplex est curticonus. Compositus autem fit, quando duo simplices & æquales, circulis suis majoribus, inter se conjunguntur.

## LXXVII.

Segmentum sphaerae est solidum varium, sub plano circulari & parte sphaerici. Estque vel *hæmisphaerium*, semiglobus, vel semisphaerico majus aut minus. Segmentis quoque annummeramus, quæ tympana dicuntur philosopho 3. meteor. c. II, videlicet, corpora varia, sub duobus circulis parallelis & inæqualibus, & parte sphaerici, inter dictos circulos comprehensâ, quam Zonam appellare solent. His tympanis segmentum majus à segmento minore ejusdem sphaerae differt.

## LXXIX.

Sector sphaericus est solidum varium sub conica superficie, & basi, quæ sit pars sphaerici. Ideo conii nomine insignitur is à philosopho, dicto cap. III. 3. meteor. à quo tamen rursus discernitur, quod veri conii basis plana sit; hujus autem gibba gibbo sphaerico.

## LXXX.

Pyramis sphaerica est solidum varium à tribus sectoribus planis & æqualibus ad unum punctum collectis, & parte sphaerici, tanquam basi comprehensum. Talibus pyramidibus octo sphaericam molem contineri dicit philosophus I. 3. cæli t. 40. quarum nempe singulis pro basi sit octans sphaerici.

## LXXXI.

Differentiæ corporum inanium seu Vasorum numero ferè sunt æquales differentiis solidorum. Dantur enim 1. pyramides & conii excavati, ut calices & similia pocula, item cacumina turrium quarundam & pilei quidam. 2. prismata cava, ut capsæ aquarum, cistæ penuriarum omnis generis. 3. Globi seu sphaerae velut exenteratae, quæ orbis dicuntur. 4. Conii curti simplices & compositi intus inanes, quas cupas & dolia nuncupare consuevimus. 5.

Cylindri cavi, ut modius, putens, &c. Vide etiam P. 279. astronom. Opt. Kepleri, ubi ostendit, quomodo ex mutuo complexu umbræ terrenæ & æriæ, nigrioris & dilutioris, per refractionem luminis, existant cavitates Conicæ non unius formæ. Nobis de figurarum differentiis ac generibus hæc dicta sufficiant.

GEOMETRIÆ ARISTOTELICÆ EX EUCLIDE SUPPLETÆ

*Pars Secunda.*

*De Ortu & proprietatibus figurarum.*

THESIS I.

**S**uperiore disputatione quandam quasi illustrationem figurarum instituimus. Deinceps, quibus natalibus stirps, unaquæque clueat, quod ingenium, quæ indoles ejus, cognoscendum erit.

II.

Ut autem in alijs rebus de minimis sæpè maxima nascuntur: sic universa hæc familia figurarum, tam latè fusa, quippe totum occupans mundum, tamen à contentissimo initio ducit originem, puncto nimirum.

III.

Punctum, σημειον vel σημεν, μονος εστι θεου εχουσα, i.e. Unitas est cum positione 1. d. anim. t. 68. vel adhuc brevius; εστια θεου, essentia positiva, cum è contrario numerus εστια sit αδιεστη. essentia sine positione. 1. post. t. 178. & 186. 5. metaph. t. 12. 13. metaph. t. 3. c. 3.

f a

4. Quam.

## IV.

Quamvis autem magnitudinis omnis principium sit punctum; ipsum tamen magnitudinis planè expers est, ac proinde ἀμεγής καὶ ἀδιαιρέτος, im-  
partibile & individuum, jure ut mireris, cum a ni-  
hilo parum absit, quomodo magnitudinem pro-  
ducatur.

## V.

Compositione non producit, cum nulla sit pars  
magnitudinis. 4. phys. c. 107. Alias omnes lineæ  
commensurabiles forent: Tum additione puncti  
augesceret magnitudo. Atqui punctum puncto  
infinities aggetum, ne pulviculo quidem auctio-  
rem magnitudinem reddit l. 6. phys. 1. & 2. 1. de gen-  
& int. c. 12 l. 3. cæli l. de lin. infecab. Ut igitur mag-  
nitudo fiat ex puncto, moveri fluereque punctum, &  
ut ita loquar, de loco in locum proficisci oportet.

## VI.

Itaque ex motu fluxuq; puncti magnitudinum  
genera prodeunt hoc ordine: ἡ σιγῆ παὶ κινήσεις  
ἡ ἀμεγής καὶ ἀδιαιρέτος, ἡ ἀμεγής καὶ ἀδιαιρέτος ἐπιπέδον 1. de anim.  
l. 68. εἰς ἐπιπέδον κινήσεις ἐπιπέδον 2. cæli t. 24. h. c.  
punctum fluens lineam gignit, puta genesis mathe-  
matica: linea verò extra suæ tractum longitudinis  
fluens in transversum, creat superficiem: Super-  
ficies sursum deorsumvè mota constituit molem  
solidam s. corpus.

## VII.

Jam quod magnitudinem aliquam produxit,  
par est, ut eandem contineat, dividat ac terminet.  
Quo pacto punctum ὀρίζεις πᾶς καὶ ὀρίζεις καὶ διαρῆξις  
ἡ ἀμεγής, id est, definit quodammodo & continet ac  
dividit longitudinem; longitudo superficiem, su-  
perficies corpus terminat, copulat, dividit, 4. phys.  
t. 105. & 106. 3. phys. t. 40. l. 1. de ort. & int. c. 2. l. præd.  
c. de quant, l. de lin. infecab.

8, Ita

## VIII.

Ita quisque terminus suæ magnitudini partim, actu, partim potentiâ inerit; actu in extremitate; potentiâ in medio: ibi finitè, hîc infinites. Nam cur non? Cum nulla sit pars magnitudinis à se terminatæ & ortæ. Punctum verò non in lineis duntaxat, sed etiam in superficiebus & corporibus inveniri clarum est, cum & hæc, lineâ mediante, ex se procrearit.

## IX.

Quandoquidem autem figura, quædam quasi ratio est conformatioq; magnitudinis; idcirco sicuti motus magnitudinem facit, ita ratio motus facit figuram. Aut enim linea recta, v. g. circini pedibus comprehensa, in orbem movetur, circa terminum suum alterutrum fixum, & fit circulus; quâ ex re linea talis ἢ τὸν κύκλον ἀπέφασσα, id est, circuli delineatrix dicitur in mech. quæst. aut utroq; sui termino libera, liberè & æqualiter fluit extra se & ad latus, fiuntque parallelogramma omnis generis, rectangula vel obliquangula, prout fluxus recto aut obliquo fit angulo, & vel æqualis est lineæ fluenti, vel inæqualis.

## X.

Fluxus æqualis secundum rectos angulos producit quadratum: idem fluxus secundum angulos obliquos dat rhombum. Fluxus inæqualis πρὸς ἰσῶς, hoc est, ad rectos angulos, largitur ἑτερόμηκες & ad obliquos, rhomboides.

## XI.

Ubi nota fluxum ad rectos angulos factum, quo vel quadratum vel rectangulum constituitur, geometris comprehensionem dici & magnam similitudinem habere cum multiplicatione arithmetica

ticâ. Nam quod in multiplicatione hac duo sunt numeri factores; id in comprehensione sunt duo contermina latera circa parallelogrammum rectangulum. Quod ibi numerus multiplicando factus: hęc est parallelogrammum rectangulum, lateris alterius in alterum motu ductuque progenitum, h. z. elem. Eucl. def. 1.

## XII.

In eo est differentia, quod ex multiplicatione factus, ejusdem est generis & naturæ cum suis factoribus. V. g. 4. Unitatis per 3. unitates, faciunt 12. Unitates. At parallelogrammum rectangulum, comprehensione ortum, diversæ est speciei à suis continentibus lateribus, nec linea pedum E. gr. quatuor, in aliam trium pedum lineam recto angulo ducta, lineam facit 12. pedum, verum plantiæ creat, pedum quadratorum 12. quorum quivis unum pedem longus sit & latus: Cujusmodi planities numeros planos dicimus, quod illis magnitudines planarum superficierum tractamur, & explicemus. 1. post. 1. 31. & 75.

## XIII.

Quare sicuti planities rectangulæ dum sunt generum; oblongæ & quadratæ: ita & numerorum planorum quidam sunt oblongi sive *επιεπιμήκετες*, ut in allato exemplo, 12. est planus oblongus: quidam verò sunt quadrati seu æquilateri, quorum latus dicitur radix quadrata, ut si lineam bipedalem ducas in seipsam, vel æqualem ei, 4. erit numerus planus quadratus, & 2. radix illius. Arist. loc. cit.

## XIV.

Jam quod reliquas figuras in planarum genere attinet, oriuntur illæ partim sectione parallelogrammarum, partim scilicet compositione triangu-



gulorum, ex dissectis parallelogrammis ortarum.

## XV.

Parallelogrammi sectio duobus fit modis. 1. κατὰ τὰς γωνίας καὶ σκεδῆρας, secundum angulos & commissuras suas, per lineam diagoniam. 2. κατὰ τὰς πλευράς, id est, secundum latera, s. 15. probl. 1. Priori sectione constituuntur omnis generis triangula, pro ratione parallelogrammi secti: Posteriori trapezia sive mensuræ variarum formarum, prout alio aliove modo instituitur sectio.

## XVI.

Si rhombus aut quadratum diagonio secetur, triangula æquilatera & æquicrura existunt: Scalena seu varia nascuntur ex dissectis rhomboidibus & oblongis: rectangula æquicrura, quadrati sectione fiunt: non æquicrura, oblongi: Possunt quidem triangula formari quoque motu rectæ proportionaliter decrescantis interim, dum pertransit aliam rectam, ut ostenditur in princip. quast. mech. Sed hic ortus illorum tanto posterior videtur, quanto longius à motu eiusmodi simplicissima æquabilitate recedit.

## XVII.

Quod si rursus ejusdem vel diversarum formarum triangula, certo numero ac ratione, committas invicem & ceu coasces, multangula, sui quæque generis, emergent. Ita sex triangula æqualia & æquilatera sexangulum componunt. Tria triangula, certis conditionibus affecta, pentagonum ordinatum congressu suo efficiunt, in cujusmodi conditionibus inveniendis pars non minima geometricæ facultatis sira est.

Cognito planarum figurarum ortu, non difficile est videre, quo pacto interveniente rursus illarum motu laterali, vel in rectam vel in orbem, proveniant solida figuræ.

## XIX.

Primò n. semicirculus in orbem actus circa diametrum quiescentem, spheram seu globam producit: triangulus orthogonus, circa crus alterum recti anguli revolutus, describit conum: Nec dissimiliratione Cylinder efficitur, dum nimirum parallelogrammum circa latus suum unum & immotum, convertitur ac ceu fluit. Atque hæc linea, in didictorum corporum genesi quiescens, generatis fit axis. Eucl. I, II.

## XX.

Quod si aut triangulum, aut parallelogrammum, aut ex polygonis unum, recto motu sursum deorsumve tendat, prismata nascentur omnis generis, rectangula, vel obliquangula, prout motus rectus fuerit aut obliquus.

## XXI.

Si quadratum fluat angulo recto, ad intervallum lateri suo æquale, cubus oritur; sin aut quadratum eodem angulo fluat lateri suo inæqualiter, aut oblongum recte fluat, quocunque sane intervallo, prodibit solidum oblongum. Rursus autem motus ejusmodi vim multiplicationis habet. Planus enim numerus ductus in numerum altitudinis sive intervalli, quo planities ferebatur ad constituendum prisma parallepidū, creat numerum solidum, ita dictum, quod eo soliditatis magnitudinem mensuremus & eloquamur, ut si planum 4. pedum quadratorum ducas in altitudinem 3. pedum simplicium, producet solidum in æquilatere 12. pedum cubicorum, quorum quisvis unum pedem longus, latus, & profundus sit. Sin idem pla-

planum 4. multiplices in altitudinem sibi æqualem, producetur solidus æquilaterus 16. pedum cubicorum, cujusmodi numeri æquilateri solidi, cubi quoque vocari solent, & latera illorum radices cubicæ. 1. post. t. 60.

## XXII.

Reliquæ figuræ solidæ tetraëdræ, & polyedræ, simplices aut mixtæ, partim sectione acquiruntur, partim compositione: E. gr. sector solidus excinditur è globo, quando radius, centro nexus, circulo circumducitur, qui minor sit maximo spheræ circulo. 2. meteor. 11. Sic viginti pyramides triangulæ, tetraëdræ paulo breviores & æquales invicem, basium suarum lateribus junctis complectuntur superficiem icosaedri, &c.

## XXIII.

Alio quoque pulchriore & fortassè naturaliore modo figuræ oriuntur à puncto. Quando enim punctum, rectis numero infinitis, ex se quasi egreditur & fluit quaquaversum, ad quandam omnium egressum æqualitatem, spheræ gignitur. Ita punctum lucidum, radians orbiculatiter, lucidam spheram circa se producit, & poma in arboribus ex parvo rudimento sphericè crescunt in molem notabilem. Quæ sane genesis spheræ quodammodo inversa est illius, quæ terræ, docente philosopho 1. 2. cœli c. 15. extitit rotunda.

## XXIV.

Spheræ porrò genitâ planoque sectâ, sectio fit circulus, 3. meteor. 6. Dato circulo & spherâ dantur omnis generis planæ & solidæ figuræ rectilineæ, quatenus circulus & spheræ, diametris & axis suis, determinant quantitates laterum & angulorum in figuris rectilineis, ut suo loco patebit.

## XXV.

Sufficiant hæc in præsentia de ortu figurarum.

Consequens est, ut quibus singulæ species illarum proprietatibus polleant, consideretur. Nam proprietatum & affectionum explicatio pars est præcipua in quaque scientiâ, & utramque ferè paginam facit.

## XXVI.

Diximus verò jam tum supra disput. præced. th. II. Omnes affectiones figurarum comprehendì posse tribus generibus. Quædam affectiones respiciunt structuram & ortum figurarum, ut primatus, τὸ πρῶτον: Quædam situs sunt aut situm insequuntur, ut 1. congruere ἐφαρμόσσειν; 2. locum replere, συμπληρῆν τὸν τόπον; 3. parallelum aut similiter situm esse, παράλληλον ἢ ὁμοίως κείμενον εἶναι; 4. circumscribi & inscribi, περιγράψαι καὶ ἐνγράψαι: Quædam denique referuntur ad æqualitatem & inæqualitatem laterum, hedrarum, angulorum, spaciolorum, ambitus, aut rationum in figuris, tanquam species aut differentie illius, ut 1. æquiterminum, illiusque genera, æquilaterum & isocèdrum, 2. æquiangulum 3. Ordinatam. 4. æquale, in specie dictum 5. isoperimetrum 6. symmetrum. 7. effabile. 8. simile. 9. reciprocum, τὸ ἀντιπικνωδός: tum his oppositæ differentie, inæquilaterum, anisocèdram, inordinatum, &c. Quorum nominum vis & significatio partim per se nota est, partim ulterioris explanationis indiget, priusquam dictas affectiones singulis figurarum generibus applicemus I. post. t. 77.

## XXVII.

Ut igitur à postremâ classe affectionum ordiamur, æquiterminæ & æquiangulæ figuræ duobus modis dicuntur: per se & inter se. Figura sibi æquitermina & æquiangula est, cujus latera, hedra, vel anguli omnes aut aliqui inter se sunt æquales. At figuræ inter se æquiterminæ & æquiangulæ

gulae sunt, quarum latera, hedrae vel anguli unius, æquantur lateribus, hedris aut angulis alterius, singula singulis. XXVIII.

Ordinata s. regularis figura est, quæ terminorum æqualitatem conjungit æqualitati angulorum, hoc est, quæ simul æquitermina est & æqui-angula. Græcè *παραγυῖος ἄκμια*.

XXIX.

Æquales figuræ dicuntur, quarum *ἴσμεα*, hoc est, spacia (areas pura & moles) sunt æqualia, tametsi neque termini neque anguli sint æquales.

XXX.

Isoperimetra figuræ sunt, quæ habent æquales perimetros sive ambitus, ut maximè spacia comprehensa, aut latera vel hedrae, ex quibus ambitus conficiuntur, singula singulis, sint in æquales.

XXXI.

Figuræ Symmetrae seu commensurabiles sunt, quarum latera vel spacia recipiunt eandem mensuram communem, & se habent, ut numerus ad numerum; Siquidem, ut in arithmetiis traditum fuit, omnes numeri per unitatem commensurabiles sunt invicem. l. de lin. insecab. & Pachym. in comm. Eucl. l. 10. pr. 5.

XXXII.

Sunt autem latera figurarum longitudine commensurabilia, etiam potentij commensurabilia, sed non contra; nisi potentia laterum habeant se, ut quadratus numerus ad numerum quadratum, Eucl. l. 10. prop. 9. Potentia verò linea idem est, quod quadratum ejus. Tantum enim linea posse dicitur, quantum est quadratum, quod in se ducta facit. 5. metaph. t. 17.

XXXIII.

Ut autem res omnis clarior evadat, addendum hic aliquid de mensurâ & conditionibus illius.

Men-

Mensura est magnitudo minor majoris, quando minor secundum aliquem numerum sumta, h. e. aliquoties composita sive repetita, adæquat majorem, ὡς ἡ μὲν ἀφαιρέσις μὴδὲ προσθεσίς, id est, ut nec demendum nec adijciendum sit aliquid. 10. metaph. t. 3. & sic partis partiumque rationem habet ad majorem magnitudinem, quam mensurat.

## XXXIV.

Conditiones ejus sunt. 1. *ὁμογενὲς εἶναι τὴν μέτρον*, id est, esse ejusdem generis & naturæ cum remensurabili. Ideo neque lineam punctis, neque superficiem lineis, nec corpus superficiebus metiri possumus aut solemus, cum hæc inter se naturis discrepent: Sed semper lineæ lineis, superficies vel areæ quadratis, corpora seu moles cubicis metiendæ sunt, simile nempe simili, ut t. 12. & 20. parit. 10. metaph. t. 4. §. metaph. t. 12.

## XXXV.

Deinde mensura est *ἐν ἑαυτῇ ἀδιαίρετον καὶ ἐλάχιστον*, aliquid unum indivisibile & minimum sc. genere & formâ, & quo pacto elementa naturalia dicuntur pars minima compositi, non autem magnitudine & numero. Ut enim mensuram sibi constare decet, quoad speciem sive genus: Sic eandem subdivisam esse in partes minores, v. g. diametrum in semidiametros, pedem in uncias, &c. atque ita unam rem duobus aut pluribus mensurari, non modò non est novum aut absurdum, sed convenientissimum, usûque tritissimum; imò necessarium ad mensurandas res exiliores, t. 3. & 4. 10. metaph. l. 2. cælit. 28.

## XXXVI.

Contra ad mensurandas res vastas & ingentes non modò non subdividi mensuram, sed, etiam multiplicari & augeri convenit. E. gr. cælum &c.

## ARISTOTELICA.

98

caelestia intervalla potius terrenis semidiametris  
mensuraveris, quam miliaribus aut stadijs. Perticis  
& ulnis hic agere velle, esset τὰ τῶν πογμαίων ἀπερὶ  
ἄνα κολοσσὸν ἐφαρμόζειν, ut est in proverbio, id est,  
pygmaeorum extivias Colosso inducere.

## XXXVII.

Prout igitur mensura est res simplex, æquabilis  
& uniformis, eatenus 3. prior est & notior re men-  
suratâ. Et quia posterius priore, compositum sim-  
plici noscimus, ideo 4. mensuræ hæc quoque ad-  
est vis & conditio, ut eâ perveniamus in cognitio-  
nem quanti, cognitumque certo numero, veluti  
conceptis verbis enunciemus. Numerus enim,  
secundum quem mensura definit quantum, est  
geometrix pro sermone. E. gr. cum scio pedem con-  
sistere duodecim pollicibus sive uncis, aut semidia-  
metrum terræ 860. miliaribus germanicis, novisse  
dicor & scire, quantus sit pes, quanta semidiameter  
terræ. loc. cit. & t. 5. l. 10. metaph.

## XXXVIII.

Cum igitur alicujus figuræ ordinatæ latus, lon-  
gitudine, potentiâ, aut utroque modo commentu-  
rabile est alicui *ἁπλοῦς ἢ διπλῆς*, id est, rectæ pro-  
positæ & assumptæ, sive integræ sive distributæ in  
certas & æquales partibus (*ῥητὴν*, h. e. effabilem &  
scibilem artifices appellant) & ipsa *ῥητὴν*, hoc est, sci-  
bilis sive demonstrabilis & effabilis dicitur, nõ quî-  
dem *ῥητὴν* & positivè, sed comparatione ad propo-  
sitam mensuram. Eucl. I. 11 Arist. & Pechyn. de lin.  
inleceb.

## XXXIX.

Contra figuræ ordinatæ, quarum neque latera  
neque potentiæ laterum mensuram propositam  
admittunt, dicuntur *ἄλογοι*, hoc est, ineffabiles &  
indemonstrabiles, & quidem simpliciter: Vulgò  
irracionales, minus aptè; cum ineffabiles multa ra-  
tionibus tamen optimis continentantur. loc. cit.

40. In-

## XL.

Inter simpliciter effabiles & ineffabiles, mediis quasi loco, interjectæ sunt, quarum latera potentia sunt effabiles, longitudine autem ineffabiles, & in algebra furdi numeri vocantur; numeri quidem a respectu potentia, certo numero expressibiles; furdi verò ratione lateris, cujus longitudo non est effabilis certo & integro numero, quia numerus potentia non est numerus quadratus. Quare nec radicem habet, quâ longitudo lateris indicetur præcisè, & ceu audiatur. Præcisè inquam; Siquidem *πλευρῶν* audiri nil impedit: ac semper unus altero propius accesserit explicatione suâ ad veritatem hujus radicis: Veritatem ipsam nemo dederit, nemo attigerit.

## XLI.

Similis figuræ (ut primæ classis affectiones tandem absolvamus) vocantur, *ὅν ἴσται γωνίας καὶ αἱ πλευρῶν ἀνάλογον ἔχουσιν*, id est, quorum æquales anguli & latera proportionalia sunt. 2. post. t. 96. Debet autem proportio in illis inveniri lateribus, quæ sunt circa æquales angulos. In circulis similia segmenta peculiariter dicuntur, quæ capiunt angulos æquales. Eucl. 1.3.

## XLII.

Figuræ reciprocae five retaliatae, *ἑκάστη ἀπὸ τῆς ἄλλης* sunt, cum in utrâque figurâ, antecedentes & consequentes rationum termini fuerint, hoc est, quando termini binarum rationum æqualium ita distributi sunt figuris, ut in utrâque inveniatur antecedens unius rationis & consequens alterius. E.gr. sint duæ figuræ, utraque 12. ped. quadr. prima sub lateribus 3-4. altera sub lateribus 2-6. sintque rationes æquales 4-6. & 2-3. manifestum est, utramque figuram penes se habere terminum antecedentem unius rationis & consequentem alterius, ideoque reciprocas inter se dicendas.

42. Quod



## XLIII.

Quod secundæ classis affectiones attinet, congruæ figuræ sunt, quæ sibi applicatæ nec excedunt nec exceduntur, ullâ in parte, adeoque sunt æquales Eucl. I. 1. Tales sunt omnes æquiterminatæ simul & quadrangulæ. Keplerus congruas quoque de illis accipit, quæ locum replent.

## XLIV.

Locum replere dicuntur, quarum conjunctarum anguli sic ad punctum, unum concurrunt, nullus ut hiatus relinquatur inter latera vel hedras: id quod fit in plano, quando anguli juncti quator rectos præcisè efficiunt: Et in solido, cum juncti anguli solidi octo rectos solidos æquant. 3. cæli t. 66.

## XLV.

Quid parallelæ sint figuræ, vox ipsa indicat, nimirum lateribus aut hedris suis æquidistantes invicem. Similiter autem sitæ sunt, quando similes & proportionales termini simili situ respondent v. g. bases simul aut infra sunt aut supra, ad dextram vel sinistram. Eucl. I. 6. pr. 17.

## XLVI.

Afferibuntur invicem figuræ, quando anguli omnes & singuli unius constituuntur in lateribus aut hedris alterius, & contra. Illa igitur, quæ hoc modo constituitur in alterâ, dicitur inscribi: quæ comprehendit inscriptam, circumscribi. Nonnunquam figuræ etiam secundum solos angulos ascribuntur sibi. v. g. triangulum sexangulæ, Eucl. I. 1.

## XLVII.

Tandem primæ classis una est affectio, primatus scilicet. Prima autem figura dicitur, quæ vel ortu præcedit, aut structurâ simplicior est, aut mensurat alias. Structuram accipio penes laterum, nume,

numerum, ita ut paucioribus lateribus prædita figura simplicior sit structura; pluribus, compositior.

## XLVIII.

Quid singula vocabula significant, ex his perspicuum arbitror: Videndum porro, quænam dictarum affectionum & proprietatum cuique figuræ & cur insint, quoad ejus breviter & clare fieri potest.

## XLIX.

Omnibus & singulis triangulis, cujuscunque speciei aut formæ, primò & per se inest, & quæ triangulis, δύο ἕξεν γωνίας ὀρθὰς, id est, habere duos rectos angulos, hoc est, tribus suis angulis, conjunctis invicem, duos rectos æquare. Quæ propositione nulla famosior per totam philosophiam Aristotelis, nulla ei frequentior in ore, in primis autem in logicis & metaphysicis, nominatim l. 1. post. t. 37. 41. 163. 170. l. 2. top. c. 3. l. 1. Sophist. c. 6. &c.

## L.

Ratio propositionis est, quoniam tres anguli trianguli tribus ad idem punctum, & ad eandem rectæ partem constitutis, angulis æquantur: id quod licet manifestum erit describenti, εἰ ἀνὰ πλὴν τῆς πλευρᾶς, id est, si quæ ad latus est recta educatur & spatium dividatur, ut philosophus loquitur 9. metaph. t. 20. hoc est, si producto continuatoque aliquo trianguli latere, ex puncto vel initio productionis trahatur recta, quæ adverso trianguli lateri parallela sit.

## LI.

Hoc enim factò, tres existent anguli, ad idem punctum productionis, & super eandem rectam collocati, eam nempe, quam latus & productio lateris, in directum facta, componunt: Unus quidem, qui

qui communis est triangulo; alter & huic proximus secundo trianguli angulo alternus; tertius & reliquus reliquo trianguli angulo, respectu parallelarum, *ἄλλος καὶ ἀπεναντίον*; externè & contrariè situs.

## LII.

Cum igitur supra demonstratum fuerit, tales tres angulos *τῶν πικῶν γωνιῶν*, id est, eidem puncto, ad ejsdem rectæ latus, circumjectos, non nisi duos rectos efficere, etiam de tribus trianguli angulis hoc obrineat necesse est. Atque hinc apparet, 1. in nullo triangulo plus uno recto vel obtuso esse posse. Nam si duo forent, tertius & reliquus angulus duobus rectis supernumerarius esset, quod fieri non posse, modo ostensum fuit.

## LIII.

2. Ejsdem *κατασκευῆς*, id est, constructionis seu descriptionis ope cernitur, angulum trianguli extrinsecum, alicujus lateris productione oriundum, æquare duos trianguli internos, simul sumtos, eos puta, qui opponuntur externo, nec ei deinceps siti sunt. Eucl. I. 1. prop. 32.

## LIV.

3. Quin & hoc hinc scimus, inquit philosophus I. 15. probl. 4. pluribus lineis, ex eodem puncto ad eandem rectam junctis, eam, quæ est perpendicularis, esse brevissimam omnium & huic vicinam; majorem esse remotiore & sic consequenter.

## LV.

4. In quocunque triangulo *τῆς μεγίστης γωνίας* *μεγίστην ὑπερκειμένην ἐκείνην*, id est, majoris anguli majorem basin vel subtentam esse, & philosophus meminit. 3. meteor. 6. & quodammodo ex se manifestum est. Ostenditur tamen ab Euclide I. 1. prop. 19. à posteriore.

## LVI.

Ex hoc autem rursus efficitur, aucta minutave basi, cruribus vero iisdem manentibus, augeri minuve angulum crurum, & contra angulo crescente vel decrescente, basin anguli similiter crescere & decrescere, dum modo cruribus quantitas una eademque maneat. Eucl. I. prop. 24. & 25.

## LVII.

Nec dissimilem ob causam, duorum triangulorum æquibasiorm, id, quod brevioribus cruribus insitit, adeoque humilior est altero, angulum crurum majorem habet altero triangulo, quod altius est, & longioribus cruribus præditum. Contra duorum triangulorum æquibasiorm, quod est cruribus minoribus, majus est angulo crurum, quod majoribus, minus: ut ita in ejusmodi triangulis crura & anguli se reciprocè habeant, Eucl. I. prop. 21.

## LVIII.

Triangulorum uno angulo æquiangulorum, crurum autem inæqualium, quod est majus uno vel utroque crure, majus est basi anguli, & contra. Arist. I. 15. probl. 4.

## LIX.

Quod si non tantum angulus unus, verum etiam crura hujus anguli, in triangulo quopiam, æqualia sint uni angulo, & cruribus ejus, in triangulo altero, etiam basin basi, & reliquos angulos reliquis, unum uni, & alterum alteri, & per consequens, totum triangulum toti triangulo congruere & æquari, ex iisdem principijs & necessariis est, & consideranti perspicuum. Arist. 3. meteor. 3. Eucl. I. 1. prop. 4.

## LX.

Contra si duo anguli cum intercepto vel adja-  
cente crure unius trianguli, æquales sint duob.  
angulis, cum his itidem intercepto vel adjacente  
crure alterius trianguli, unus uni, alterque alteri,  
necesse est, ut triangula talia etiam reliquis binis  
lateribus, & reliquo angulo, & sic totaliter congrua  
sint & æqualia, Eucl. I. pr. 26.

## LXI.

Triangula æquiangula τὰς ἐπὶ τὴν αὐτὴν γωνίας  
ἴσους ἀλόγως ἔχουσι, id est, latera circa eundem  
seu æquales angulos (tribus verbis, crura æqualium  
angulorum) habent proportionalia, & contra tri-  
angula proportionalia cruribus sunt æquiangula.  
3. meteor. 6. l. de memor. & reminisc. c. 3. Eucl. I. 6. pr.  
4. Sumantur duo triangula æquiangula ex classe  
rectangulorum. Erunt, sicuti crura recti ad se invi-  
cem & ad basia in uno triangulo; sic in altero: id  
quod demissâ, ex angulo recto in basin ejus, bise-  
ctrice anguli, & a sine basis excitatâ contra bise-  
ctricem parallelâ rectâ, & ad hanc parallelam pro-  
longato crure altero, facillè patescit, dummodò  
præcias ex 3. propos. 1. 6. Eucl. bisectricem anglû  
in triangulo secare basin ratione crurum & con-  
tra. Deductio totius demonstrationis videatur  
apud Euclidem. Satis de generalibus proprietati-  
bus triangulorum ad usum compendij. Sequitur  
de singulorum proprietatibus in specie.

## LXII.

In omni triangulo æquilatere & æquicruro  
ἡ καθ' ἑαυτὴν ἐπι μέσῃ πῆλιξ, id est, perpendicularis,  
à vertice anguli crurum æqualium, super mediam  
basin incidit, intrâ triangulam se recipiens. l. de  
lin. insecab.

## LXIII.

Omne triangulum æquilaterum est æquiangulum & contra: atque ita omnia triangula æquilatera sunt ordinata.

## LXIV.

Trianguli æquilateri angulus valet duas tertias unius recti. Nam pars tertia de duobus rectis, quibus tres anguli trianguli æquivalent, sunt duæ tertii æ unius recti.

## LXV.

Propterea sex triangula æquilatera & æqualia complent locum planum, & hexagonum ordinatum componunt. Nam duæ tertie unius recti, quibus unus angulus trigoni æquilateri valet, sexies sumuntur, sunt duodecim tertie, hoc est, recti quatuor. l. 3. cæli r. 66.

## LXVI.

Triangulum isosceles habet æquales angulos in basi & sub basi. Rem ita se habere demonstrat philosophus: prior. c. 24. hoc principio adhibito; Anguli ejusdem vel æqualium segmentorum circumcui sunt æquales. Itaque circulo ex vertice talis trianguli, tanquam ex centro, intervallo crurum æqualium descripto, ac proinde basi trianguli dissecante circulum in segmenta duo, majus ac minus, sic argumentatur: Differentiæ binorum æqualium angulorum sunt æquales, per ax. com. Anguli in basi trianguli æquicruri sunt binorum æqualium angulorum segmenti minoris, differentiæ à binis æqualibus angulis duorum æqualium semicirculorum. E. sunt æquales.

## LXVII.

Jam protractis cruribus, etiam qui sub basi cadunt, anguli sunt æquales, quoniam duobus æqua-

## ARISTOTELICA.

99

qualibus supra basin deinceps siti sunt. Et tantum  
etiam de æquilateris & æquicruris generatim ac-  
ceptis.

## LXVIII.

In triangulo rectangulo æquicruro, uterque  
ad basin angulus est dimidius recti. Nam quia si-  
mul sumti unum rectum efficiunt, per *θ. 33.* & verò  
per *θ. 52.* sunt æquales invicem, erit ergò uterque  
unius recti semissis.

## LXIX.

In triangulo rectangulo perpendicularis ab an-  
gulo recto in basin, dividit triangulum in duo  
triangula, similia toti & inter se Euclid. l. 6. prop. 8.  
Ac propterea non tantum perpendicularis ejus-  
modi medio loco proportionalis est inter segmen-  
ta basis, ut sit, quemadmodum segmentum minus  
ad perpendicularem, sic perpendicularis ad seg-  
mentum majus & contra: Sed etiam crus utrum-  
libet trianguli totius (quod dissecatur à perpendi-  
culari) est medium analogicum seu geometricum,  
inter basin & basis segmentum conterminum, h. c.  
sicuti basis ad crus majus, ita hoc crus ad segmen-  
tum majus.

## LXX.

Τὸν ἀρθογωνίον περιέχοντων ὑποτείνουσα διμετρῆν ἐστὶ  
τὰ σκέλη ἀμείω, id est, triangulorum rectangulo-  
rum subtensa potest crura simul sumta Arist. l. de  
incess. anim. c. 7. Eucl. l. 1. prop. penult. Hanc pro-  
prietatem trianguli, inventor Pythagoras adum-  
bravit his numeris, 3. 4. 5. tribuendo cruribus 3. & 4.  
basi autem 5. Sic enim à 3. & 4. quadrata, hoc est, 9.  
& 16. simul sumta, hoc est, 25. sunt æqualia quadra-  
to à basi 5.

Manat hæc proprietas ab antecedente. Nam quia crus utrumlibet medio loco proportionale est inter segmenta basis, in quæ basis dividitur à perpendiculari anguli recti. E. quadratum uniuscujusq; cruris æquale est oblongo, comprehenso à segmento sibi contermino & à basi: Siquidem datis, ut hoc loco, tribus continuè proportionalibus terminis, quadratum à termino medio æquatur oblongo extremorum, ut in numeris, sic in magnitudinibus. Jam oblonga hæc duo simul sumta æqualia sunt quadrato basis, partes simul omnes toti. Ergo etiam quadrata crurum, hisce oblongis æqualia, quadrato basis erunt æqualia, *utraq; eoru dicitur.*

## LXXII.

In triangulo itaque rectangulo æquicruro hypotenusa poterit duplum utriuslibet cruris; & contra, crus utrumlibet potest dimidium hypotenuse.

## LXXIII.

Figuris plurium, quàm trium laterum & angulorum commune est, summam suorum interiorum angulorum omnium æquare bis tot rectis, si ve ut clarius dicam, tot rectorum angulorum partibus, in quot numero triangula figura resolvitur. B.g. quadrangula bis binis æquat, quoniam in duo triangula resolvitur, quinquangula ter binis, quia in tria, &c.

## LXXIV.

Ex quo rursus efficitur, ut omnes anguli exteriori figure, ex triangulis compositæ, quot quot laterum productionibus, versus eandem partem factis, emergunt, in unam summam collecti non nisi quatuor rectis valeant, quotcunque tandem figura sit laterum. Competere hanc proprietatem.

cate.



ceteris figuris per & propter triangula elementaria, in quæ dissolvuntur, asserit philosophus 1. post. l. 43. & 1. magn. moral. c. 10. & diagramma convenienter exaratum ad oculum monstrat.

## LXXV.

Parallelogramma sunt dupla triangulorum æquibasilorum & æque altorum; & hæc simpla sunt vel dimidia illorum, ut ostendit triangulorum ortus ex parallelogrammatis, diagonio sectis, de quo supra; Ubi cavendum, ne altitudinem figuræ accipias penes latus ejus, nisi cum est rectangula; sed penes rectam, à vertice figuræ perpendicularem in basim, aut productionem basim. Eucl. 1. prop. 41. l. 6. def 4.

## LXXVI.

Parallelogramma æquæ alta sunt, ut bases; & contra æquibasia sunt, ut altitudines. Nam si numerus idem duos aut plures numeros multiplicet, basis altitudines, aut altitudo bases, facti sunt proportionales multiplicatis. Eucl. 1. 6. prop. 1. l. 1. prop. 35. & 36.

## LXXVII.

Quia verò triangula dimidia sunt parallelogrammorum, ut modò didicimus, etiam triangula æque alta erunt in basim ratione; & contra æquibasia erunt in ratione altitudinum. Eucl. 1. 6. prop. 1. l. 1. prop. 37. & seqq. Partes enim similes sunt in ratione totorum. pr. 15. l. 5. Eucl.

## LXXVIII.

Parallelogramma, & per consequens, triangula æqualia & uno angulo æquiangula, habent crura æqualis anguli reciprocè proportionalis, & contra. E. gr. Si unum parallelogrammorum æqualium, unum contineatur à lateribus 3. 4. reliquum à lateribus 2-6. erunt sicuti 3. ad 2. ita 6. ad 4.

vel ut 3. ad 6, ita 2. ad 4, & sic in utroque inveni-  
entur antecedentes & consequentes termini. Qua-  
re sunt reciproca invicem: Eucl. l. 6. pr. 16. & 15.

## LXXIX.

Parallelogramma æquiangula sunt in ratione  
compositâ ex cruribus æqualis anguli, sive ex ra-  
tionibus crurum. Ut si unius crura sint 2. & 3; alte-  
rius 3. & 4. compone rationem 2. 3. rationi 3. 4. uti  
didicisti in arithmeticeis; efficies rationem 6. 12.  
sive 1. 2. In hac inquam ratione sunt dicta paralle-  
logramma, hoc est, prius est dimidium posterioris.  
Eucl. l. 6. pr. 23. i. phys. t. 66.

## LXXX.

Diagonalia suo parallelogrammo toti, & inter  
se, similia sunt & similiter sita v. g. si totum paralle-  
logrammum est quadratæ formæ, etiam diagonale  
utrumque quadratum est: & si totius parallelo-  
grammi latus longius erectum est, etiam diagona-  
lium latus erit longius erectum. Eucl. l. 6. pr. 24.  
Arist. l. quæst. mech. c. 2.

## LXXXI.

Complementa parallelogrammi sunt æqualia.  
Sunt enim differentia binorum triangulorum  
æqualium, quibus diagonalia constant, à binis  
triangulis æqualibus, in quæ totum parallelo-  
grammum, diagonio mediante, dividitur. Eucl. l. 1.  
prop. 43.

## LXXXII.

Quatuor parallelogramma rectangula locum  
complent, & planitiem sternunt. l. 3. cæli. t. 66.

## LXXXIII.

Si sint duæ rectæ, (una 3. altera 4. pedum.) Una  
(ut 4.) secta, (in 2. & 2.) altera (3.) insecta; rectangu-  
la (6. & 6.) è totâ (3.) & segmentis (2. & 2.) alterius,  
(4.) æquan-

(4.) æquantur rectangulo (12.) ex utraque totâ  
(3. & 4.) Ideo quæ rectangula (8. & 8.) sub totâ (4.) &  
segmentis ejus (2. & 2.) æquantur quadrato (16.) to-  
tius (4.) partes scilicet simul omnes suo toti. Eucl.  
1.2. prop. 1. & 2.

## LXXXIV.

Si recta (8.) secta fuerit in duo segmenta (3. & 5.);  
rectangulum (24.) sub totâ (8.) & segmento alteru-  
tro, (3.) æquatur rectangulo (15.) segmentorum,  
(3. & 5.) & dicti segmenti (3.) quadrato, (9.) simul  
sumtis, utpote prioris rectanguli partibus. Eucl. 1.2.  
prop. 3.

## LXXXV.

Si recta linea (10. pedum e.g.) utlibet secetur, (pu-  
tâ in 2. & 8.) quadrata (4. & 64.) segmentorum (2.  
& 8.) & rectangula bis comprehensâ sub segmentis  
illis, (hoc est, 16. bis sumta, hoc est, 32.) simul omnia,  
(hoc est, 100.) æqualia sunt quadrato totius rectæ  
(100.) rursus partes omnes toti suo. Eucl. 1. 2.  
prop. 4. Hinc si recta bifecetur v. g. diameter in  
duos radios tota poterit quadruplum dimidij.

## LXXXVI.

Observandum, h. e. contineri in hac propositione  
methodum & fundamenta extrahendi radicem  
quadrata ex quadrato numero, vel ut loquuntur  
artifices, resolvendi latus quadrati. Nam propter  
ea punctamus alternis quadratum numerum, ut  
quotnam quadrata particularia, & rectangulorum  
paria in se comprehendat, sciamus: nempe, quot  
sunt notæ punctatæ, tot quadrata continet; quot  
autem intermediæ notæ, tot rectangulorum pari-  
bus constat. Eandem ob causam toties duplamus  
radicis notas prius inventas, quoties operatio re-  
peditur.

## LXXXVII.

Si recta linea (10. pedum e.g.) bis secetur, semel  
g 5 per

per æqualia (in 5. & 5.) iterumque per inæqualia (in 8. & 2.) quadratum (25.) bisegmenti (5.) majus est quadrato intersegmenti, (9. à 3.) rectangulo segmentorum inæqualium, (16. ab 8. per 2.) adeoque gnomone, quem quadratum bisegmenti (25.) circumscribit quadrato intersegmenti (9.) Demonstratio linearis non nisi schema requirit, ut & in seqq. Eucl. 2. pr. 5.

## LXXXVIII.

Si recta bisecta (6. g. 10. in 5. & 5.) continuetur, (puta pedibus 2.) quadratum (49.) rectæ, ex bisegmento & continuatione compositæ, (hoc est, 7. & 5. & 2.) majus est quadrato bisegmenti, (25. à 5.) rectangulo ex continuatâ & continuatione (24. à 12. per 2.) hoc est, gnomone, quem compositæ quadratum (49.) circumscribit quadrato bisegmenti (25.) Eucl. 1. 2. pr. 6.

## LXXXIX.

Si recta secetur in duo segmenta, (5. in 2. & 3.) quadrata totius & segmenti alterius, (25. & 5. & 4. à 2.) simul sumta, (hoc est, 29.) æqualia sunt quadrato segmenti reliqui, (9. à 3.) unâ cum duplici rectangulo sub totâ & segmento priorè, (hoc est, bis 10. à 5. per 2. hoc est, 20.) Nam 20. & 9. etiam sunt 29. Eucl. 1. 2. p. 7.

## XC.

Si recta secetur, semel per æqualia, iterumque per inæqualia (6. g. linea 5. ped. in 5. & 5. rursusq. in 8. & 2.) quadrata segmentorum inæqualium simul (64. & 4. ab 8. & 2. hoc est, 68.) duplicia sunt quadratorum bisegmenti & intersegmenti simul amborum (hoc est, 15. à 5. & 9. à 3. hoc est, 34.) Eucl. 1. 2. pr. 9.

## XCI.

Si recta bisecta continuetur, (6. g. 10. in 5. & 5. duobus pedibus producatæ) quadrata continuatæ &

con

continuationis simul sumta, (144. d. 12. & 4. d. 2. hoc est, 148.) duplicia sunt quadratorum bisegmenti, & rectæ ex bisegmento & continuatione compositæ, simul amborum (25. d. 5. & 49. d. 7. hoc est, 74.) Eucl. 1. p. 10.

## XCII.

Ex his propositionibus, ut & 61. ostenditur, quomodo potentia crurum anguli obtusi vel acuti, (in triangulis obtusangulis vel acutangulis,) se habeant ad potentiam basis angulo subtensæ; quod nimirum basis obtusi plus possit cruribus, duplici rectangulo ex altero crure, & continuatione ejus, ad verticem perpendicularem: acuti vero basis cruribus minus possit, duplici rectangulo ex altero crure & segmento ejus, ab angulo acuto, ad perpendicularem verticis. Eucl. 1. 2. p. 12. & 13.

## XCIII.

Ἐάν τις περὶ γωνίαν ἀσόμευται ἢ πλεονᾷ τῇ ἀσόμενῃ, id est, costa seu latus quadratorum est incom-  
mensurable diametro, intellige longitudine, non  
potentiâ. Nam secundum potentiam τὸ ἀπὸ τῆς  
ἀσόμενης χωρίον διπλάσιον ἐστὶν ἢ ἀπὸ τῆς πλεονῆς,  
id est, spacium quadratum à diametro, duplum  
est quadrati à latere. de lin. insecab. idque pro-  
pterea, quia diameter quadrati est communis hy-  
potenusâ duorum triangulorum orthogoniorum,  
ex divisione quadrati resultantium, cujusmodi tri-  
angulorum hypotenusas latus utrumlibet bis posse  
6. 72. audivimus.

## XCIV.

Quod autem fieri nequeat, ut diameter ad co-  
stam quadrati se habeat, sicuti numerus ad nume-  
rum, non tantum infinitis locis philosophus incul-  
cat, 1. 2. prior. c. 2. 1. 8. top. c. 12. 1. metaph. cap. 1.  
Sed

Sed etiam *l. prior. c. 23. & 29.* exinde probat, quod alijs paria æqualia fierent imparibus, quod absurdum.

## XC V.

Ponendo enim, latus ad diametrum esse sicut 3. ad 4. quadratum lateris 9. dimidium esse debet quadrati à diametro 16. per *l. 70.* & verò dimidium de 16. sunt 8. Essent E. 8. & 9. æqualia, paria imparibus, cum ejusdem dimidia sint æqualia per *ax. comm.* Idem eveniret, in quocunq; tandem alio numero latus ad diametrum esse ponatur. Non igitur costa ad diametrum est, ut numerus ad numerum, hoc est, illi est asymmetros. Ita demonstrationem hanc philosophi exponit Pachymerius in *comm. super lin. insecabil.*

## XC VI.

Porro antequam ad figuras polygonas accedamus considerandus est circulus, in suis affectionibus, utpote *πολυγωνιον. πολυγωνιώσει,* & *πελυπλευρον πολυπλευρόσει.* Harum autem affectionum alias inesse ipsi ratione linearum & angulorum, alias ratione spacij & per se, ex his manifestum fiet.

## XC VII.

Si diameter bisecet inscriptam circulo, recte h. e. ad rectos angulos five perpendiculariter secat, & contra: Id quod inscriptæ terminis cum centro junctis, ex triangulorum inde existentium conformatione facile probaveris. *Eucl. l. 3. pr. 3.*

## XC VIII.

Quia verò communis ratio docet, illas inscriptas à centro equaliter abesse, in quas ex centro cadunt perpendiculares æquales; *Eucl. l. 3. def. 4.* necesse est itaque inscriptas invicem æquari, quæ à centro ab.

absunt æqualiter, & contra: Quandoquidem perpendicularares è centro in tales inscriptas, demissæ æquales sunt, ut rursus exigunt triangulorum rationes. Eucl. l. 3. pr. 4.

## XCIX.

Tangens circulum in fine diametri, angulum rectum cum diametro, in puncto contactus, complectitur. Tangit autem, cum sic perstringit circulum, ut non secet. l. 3. def. 2. & pr. 16.

## C.

Quandoquidem igitur *ὁ κύκλος τῆς ἐπιπέδου κατὰ τὸν ἀπὸ τοῦ κέντρου*, id est, circulus planum non nisi puncto tangit, quæ sit. mech. 3. & 1. de anim. Eucl. l. 3. p. 13. & 16. consequitur, ut angulus contractus (ita dicitur, quem linea tangens & convexum circuli comprehendunt) quovis acuto rectilineo sit acutior & minor: & contra angulus semicirculi quovis acuto rectilineo sit major, utpote complementum anguli contractus ad unum rectum. Eucl. l. cit.

## CI.

Si binæ rectæ à diversis punctis tetigerint hinc inde circulum, quæ à longinquoire veniunt puncto, majorem arcum intercipiunt, quam quæ à proprio.

## CII.

Angulos ejusdem vel æqualium segmentorum æquales esse, tantum non spontè conceditur; ut nec illud probatione multà indiget, segmenta similia sive in eadem, sive in æqualibus basibus, esse æqualia. Eucl. l. 3. pr. 24.

## CIII.

Minus evidens est, nunquid angulus in semicirculo sit rectus. Probatur autem a philosopho 2. post. t. 9. & 49. metaph. t. 20. hoc modo: Dividat radius

dius angulum in duas partes, erit pars utraque dimidium anguli sibi ad centrum permutatum sitis, hoc est, pars dextra dimidium sinistri anguli & sinistra dextri, ut ex triangulorum rationibus evincitur. Jam angulus simulaterque ad centrum, valet duobus rectis. E. anguli in semicirculo pars, simul utraque, hoc est, totus angulus est dimidium duum rectorum, & sic unus rectus.

## CIV.

Pari ratione monstraveris, angulum in centro circuli duplum esse anguli ad circumferentiam, cum quo insidet in eandem basin. Idque tanto facilius confeceris, si dicti anguli utantur diametro circuli pro communi crure. Sic enim angulus in centro externus evadit ad duos internos, oppositos & æquales in triangulo, quod exitit per hanc designationem, Horum autem interiorum alter cum ad circumferentiam situs sit, angulus igitur ad centrum duplus est illius. Eucl. 1.3. pr. 20.

## CV.

Jam uni eidemque angulo ad centrum, omnes in eodem segmento anguli, propter dictam causam sunt æquales. Omnes igitur in eodem segmento anguli inter se sunt æquales. Eucl. 1.3. pr. 21.

## CVI.

Angulos in oppositis ejusdem circuli sectionibus, simul sumtos duos rectos efficere, partim consequens est dictis, partim oppositis angulis per rectas lineas connexis, perspicuum redditur, si quis triangulorum noverit rationes. Eucl. 1.3. pr. 22.

## CVII.

Si duæ inscriptæ circulo secuerint se quomodounque, rectangulum è segmentis unius æquatur rectangulo è segmentis reliquæ inscriptæ, idque ad oculum conspicitur, quando se duæ diametri in



centro decussant ad angulos rectos, quod rectan-  
gula inde orta consent æqualibus semidiamentris,  
Eucl. 1. 3. pr. 30.

## CVIII.

Si duarum rectarum ab eodem puncto extra  
circulum, una tangat, altera fecer in concavum re-  
ctangulum sub totâ & exteriore segmento secan-  
tis, æquale est quadrato tangentis: & contra, si est  
æquale, reliqua tangit. Eucl. 1. 3. p. 31.

## CIX.

Anguli in centro vel peripheriâ circuli propor-  
tionales sunt basi bus suis, hoc est, arcibus, qui-  
bus insistent: ideoque. 1. basi bus his æqualibus,  
etiam anguli sunt æquales & contra. s. 15. probl. 4.  
2. Sicuti angulus in centro, ad quatuor rectos: sic  
basis ejus ad totam circumferentiam, & contra:  
sicuti quatuor recti in centro, ad partem aliquam  
sui; Sic tota circumferentia ad partem circumfe-  
rentiæ, parti de 4. angulis respondentem. Eucl. 1. 6.  
pr. ult.

## CX.

Atque hinc est, quod angulos metiamur arcu-  
bus peripheriæ, ex anguli apice, tanquam centro  
descriptæ, tantumque dicamus angulum, quantum  
arcus est subtensus illi. Ita rectus angulus partium  
est 90. quoniam quadrans peripheriæ, illi subtren-  
sus, est 90. partium talium, qualium toti periphe-  
riæ tribuuntur 360.

## CXI.

Omnes circuli inter se sunt similes, utentes dia-  
metris, ut homologis lateribus, & circumferentijs,  
ut angulis infinitis æqualibus. Esse enim circu-  
lum figuræ infinitæ angulæ similem, jamdum supe-  
riore disput. s. 54. ex Aristot. monitum fuit.  
Hinc

Hinc et si arcus, quibus æquales anguli ad centrum  
 circularum in æqualium insistant, sibi sint inæ-  
 quales, sunt tamen inter se similes, Arist. l. 2. cæli  
 t. 47. Eucl. l. 3. def. 10.

## CXII.

Peripheriæ circularum sunt in ratione diame-  
 trorum, quod Arist. 8. & 24. quæst. mech. sic reddidit.  
 ἡ περιφέρεια ἀφ' ἑαυτῆς ὡς τὸ ἴσος, ὡς πρὸς ἀλγεbras  
 πρὸς ἀλγεbras, id est, major circumferentia se ha-  
 bet ad minorem, sicuti diameter ad diametrum. v. g.  
 si diameter unius circuli dupla sit alterius, etiam  
 circumferentia erit dupla.

## CXIII.

Diameter circuli ad suam peripheriam Archi-  
 medi est, sicuti 7. ad 22. paulò minus: quæ tamen  
 ratio circulis mediocribus ad eorum sufficit di-  
 mensionem. In vastis, ut cælestibus circulis, præ-  
 stat ratio Ludolphiana, secundum quam diameter  
 est ad suam circumferentiam, sicuti 10000. ad  
 31416. ferè.

## CXIV.

Quadratum diametri ferè est ad aream sive pla-  
 num circuli sui, quemadmodum 14. ad 11. Hinc pla-  
 na sive areæ circulares sunt, ut à diametris quadra-  
 ta. Eucl. l. 12. p. 2.

## CXV.

Satis de circulis. Adjiciamus aliquid ex epitom.  
 astron. Kepleri de ellipsis, quas compressos &  
 ceu diminutos circulos esse supra ostendimus,  
 quantum nempe ad institutionem elementarem  
 requiritur.

## CXVI.

1. Igitur bina rectæ, una ex superno, altera ex  
 infero foco ellipseos, ad quodcunque circumfe-  
 rentiæ

ventiæ punctum ejectæ, & simul sumtæ, diametrum ellipseos longiorem æquant: Focos appello duo puncta in diametro longiore, ab illius medio puncto, quod est centrum figuræ, æquè remota, ex quibus descripta est ellipsis. Diameter autem longior dicitur, recta connectens ellipseos vertices: Cui diameter brevior, latitudinem ellipseos determinans, per medium ejus, ad angulos rectos incidit.

## CXVII.

Si circulo, per utrumque verticem ellipseos, ex centro communi, descripto, applicentur ordine rectæ, quæ communi diametro ellipseos & circuli sint ad rectos angulos, circumferentia ellipseos omnes secabit in eadem ratione, eritque sicuti unius applicatæ vel inscriptæ segmentum minus, circulo & ellipsi interceptum, ad segmentum reliquum & majus; ita alterius applicatæ segmentum minus ad suum segmentum reliquum.

## CXVIII.

Distância foci à centro figuræ, medio loco proportionalis est inter diametrum brevior, & differentiam illius à diametro circuli per ellipseos vertices. Latitudinem lunulæ vocant hanc differentiam, quia desinit maximam latitudinem spacij lunularis, ab utraque circuli & ellipseos semiphe- riâ inclusi.

## CXIX.

Sicuti longior diameter ellipseos ad brevior, ita & planum circuli ad planum ellipseos, circulo inscriptæ, & quodvis circuli segmentum ad sibi correspondens segmentum ellipseos, quod nimirum ab eadem applicatâ rescinditur.

## CXX.

Differentia linearum quarumvis ex centro ellipseos ad aliquod circumferentiæ punctum, à dia-  
h
métre

metro brevior, minor est latitudine, quam spatium lunulare habet eo loco, quo dicta linea incidit.

## CXXI.

His explicatis redeamus ad figuras rectilineas in quibus ordinatae excellunt. Est autem ordinatarum figurarum tam simplicium, hoc est, triangularium, quam compositarum ex triangulis, proprietas insignis, quod circulo sint ascriptiles. 2. quod earum quaedam scibiles sint per radium circuli circumscripti, scientiam proximam vel remotam, quas ordine proferemus; quaedam sciri nequeant, ut septangulum, nonangulum, & ut summam dicam, quarum numerus laterum unus est ex primis numeris; hae inquam omnes, utut causam quantitatis indefinitae, circulo ascribantur; quia tamen neque primo, neque secundo, neque longitudine, neque potentia, diametro circuli commensurantur, ignorari illas; & in sola potentia materiae quantitativa delitere necesse est.

## CXXII.

Primo itaque latus hexagonicum aequale est radio circumscripti circuli. Nam quia hexagonum componitur sex triangulis aequilateris, quorum singula duobus radijs clauduntur, necesse est tertium latus, quod triangulis cum sexangulo commune est, etiam aequari radio. Alias non essent triangula aequilatera. Eucl. 1. 4. prop. 15.

## CXXIII.

Ex hoc autem perspicuum evadit, angulum hexagonicum duplum esse trigonici aequilateri, & valere quatuor tertias unius recti, & per consequens tria sexangula ordinata complere locum. Nam quatuor tertiae, ter sumtae, sunt duodecim tertiae, hoc est, quatuor recti 3, caeli t. 66.

## CXXIV.

Latus trianguli æquilateri radium circumscripti circuli ter potest. Nam cum latere hexagonico sibi contermino semicirculum intercept, eique rectum angulum inscribit. Ergò cum eodem hexagoni latere potest diametrum, angulo recto subtensam. Quia verò diametèr quatuor radios potest per  $\theta$ . 85. & latus hexagonicum unum radium per anteced. potest ergò trigonicum latus sine hexagonico, tres radios. Eucl. l. 13. p. 12.

## CXXV.

Quandoquidem igitur diametèr circuli potest ejusmodi partes quatuor, quales latus trianguli æquilateri inscripti tres solummodò, ex eo consequitur, ut diametèr circuli potentiâ sesquitercius sit ad latus dicti trianguli. 2. ut semidiametèr bisectur a latere trianguli.

## CXXVI.

Hexagonum duplum est trigoni æquilateri sibi ab uno aliquo angulo & sic eidem circulo inscripti: id quod ilicò sit manifestum, tribus trianguli angulis cum centro junctis per tres rectas. Abit enim triangulum in alia tria triangula ternis sexanguli trigonis, inter hexagonum & trigonum æquilaterum intercedentibus, æqualia.

## CXXVII.

Latus tetragonum bis potest radium circuli circumscripti. Complectitur enim unà cum duobus radiis triangulum rectangulum. Ergò radios, utpote crura recti anguli, simul potest & sic bis utrumque; Et proptèrea latus quadrati inscripti est medium proportionale inter diametrum & radium circumscripti circuli. Ipsum autem quadratum inscriptum est dimidium circumscripti. Eucl. l. 4. prop. 6.

## CXXVIII.

Latus decagoni est majus segmentum radij in circulo circumscripto; radij, inquam, ἀκρον καὶ μέσον λόγον, id est, extremâ & mediâ ratione; uno verbo, proportionaliter secti, ex. 9. p. l. 13. Eucl. Quare de hoc genere sectionis in præsentâ paulò pluribus agendum.

## CXXIX.

Secari dicitur aliqua recta secundum extremam mediamque rationem, quando ita inciditur ut sit quemadmodum tota ad segmentum majus, sic porro segmentum; hoc majus ad segmentum minus, hoc est, quando tota & segmenta ejus sunt in proportione continua. Eucl. l. 6. def. 3. Secabitur autem hoc modo, si & ipsa & dimidium illius continerentur angulo recto, & basis vel subtensa recti comparatur ad dimidium. Excessus enim basis supra dimidium rectæ secandæ, est majus segmentum quaesitum. Eucl. l. 2. p. 11. & l. 6. pr. 30.

## CXXX.

Si proportionaliter sectæ adjungatur pars major, tota composita proportionaliter secta erit, & quæ prius erat pars major, jam pars minor compositæ futura est; quæ tota prius, nunc fiet pars major compositæ. Ita si ex majore segmento refecetur minus, majus segmentum rursus erit proportionaliter divisum, fietque majus segmentum, quod erat antea minus; & quod antea segmentum majus erat, nunc succedet in locum totius. Eucl. l. 13. pr. 5.

## CXXXI.

Quandoquidem ergò duo termini minores hujus proportionis continuæ, additione vel subtractione suâ constituunt tertium, ac semper duo proximi, juncti vel ablati, immediatè sequentem efficiunt,

ficiunt, vel in infinitum usque: idcirco propter hanc admirabilem proprietatem, quæ infinitatis vim habet, sectio proportionalis divina quoque & secunda dici consuevit, quod in eâ generationis infinitæ idea sit, quâ pater filium, filius alium, & sic deinceps sine intermissione propagat, quisque sibi similem.

## CXXXII.

Majus segmentum proportionaliter sectæ, continuatum dimidio totius, quinqueies potest hoc dimidium. Et minus segmentum dimidio majoris augmentum etiam quinqueies potest hoc dimidium. Totâ denique & minus segmentum, junctis potentiis, possunt triplum majoris. Eucl. I. 13. p. 1. 3. & 4.

## CXXXIII.

Si tota proportionaliter secta sit effabilis, aut certo numero definita, segmenta inter se & ad eam sunt asymmetra & ἀλογα, ineffabilia; & vocantur Apotomæ. Eaque causa est, cur hujus sectionis perfectum exemplum præstari nequeat in numeris; etsi quo longius progredimur ab unitate, hoc exemplum fiat perfectus. Finge. e. g. totius 3. segmenta proportionalia esse 1. & 2. Hic 1. 2. 3. non sunt planè in continuâ proportionem, quia rectangulum extremorum, quod est 3, deficit à quadrato medij 4. unitate. Adde 2. & 3. segmentum majus & totum, pro comparando novo termino proportionis 5. rursum rectangulum 10. à duob. extremis 2. & 5. comprehensum unitate minus est quadrato 9. medij 3. etsi hæc differentia minus sentiat inter 9. & 10. quàm prius inter 3. & 4. Est enim non nisi pars decima totius, cum prius esset pars tertia: Minor autem decima, quàm tertia pars. Eucl. I. 13. pr. 6.

## CXXXIV.

Si duæ rectæ subtendant duos deinceps angulos pentagoni ordinati, se proportionaliter intersectant, & majora segmenta æqualia sunt lateribus pentagoni. Eucl. I. 13. p. 8

## CXXXV.

Si super minore segmento rectæ proportionaliter sectæ, extruatur triangulum æquicrurum, curvibus toti sectæ æqualibus, uterque angulus ad basin talis trianguli, duplus erit anguli ad verticem: Et basis hujus trianguli, erit latus quinquanguli ordinati circulo cum triangulo inscripti. Eucl. I. 4. p. 10. & 11.

## CXXXVI.

Latus pentagoni ordinati in circulo potest radium & radij proportionaliter secti partem majorem, adeoque latus decagoni & hexagoni in eodem circulo. Eucl. I. 13. p. 10. Longitudine verò est ἀλογος, irrationale sive ineffabile per radium. p. 11. ejusd. lib.

## CXXXVII.

Latus pentagoni ordinati & subtensa anguli, junctis potentijs, possunt quintuplum radij, sive lateris hexagonici, in eodem circulo.

## CXXXVIII.

Latera sexanguli & quadrati, ab eodem puncto ejusdem circumferentiæ inscripta, intercipiunt partem circumferentiæ duodecimam, ut & latera quadrati & trianguli. Nam differentia sextæ & quartæ partis, itemque quartæ & tertie, utrinque totius pars est duodecima. At latera sexanguli & quinquanguli, eodem modo inscripta, intercipiunt tricesimam partem, quia una sexta ex una quinta subtracta relinquit unam tricesimam. Denique triangulum & quinquangulum eidem circulo ab eodem puncto inscripta, basibus suis decimam



nam quintam partem circumferentiæ intercipiunt. Nam una tertia ex duabus quintis relinquit unam decimam quintam. Eucl. l. 4. p. 16.

## CXXXIX.

Latus stellæ pentagonicæ ordinatæ componitur ex latere quinquanguli, & majore segmento lateris proportionaliter secti, subtenditque duas quintas circumferentiæ. Octogonicæ verò stellæ latus tres octavas circumferentiæ subtendit, & cum latere octanguli potest diametrum circuli.

## CXXXX.

Rectangulum à perpendiculari ex centro in latus multanguli ordinati, & dimidio perimetri comprehensum est area multanguli. Nam quot latera multanguli, tot in eo triangula æqualia & æqualia verticibus commissa in centro, quorum quodvis aream habet contentam sub eadem perpendiculari, altitudinem definiente, & dimidio lateris multanguli tanquam basi. Atqui semiperimeter figuræ est summa laterum dimidiorum.

## CXXXXI.

Inter binas figuras ordinatas similes, quarum una inscripta, altera circumscripta sit uni circulo, tertia quæpiam, quæ nimirum sub duplo numero laterum eidem inscribitur, medio loco est proportionalis. Ita octogonum est medium geometricum inter quadratum circumscriptum & inscriptum: ita sexagonum inter trigona: decagonum inter pentagona, &c.

## CXLII.

Figuræ planæ similes sunt in duplicata ratione homologorum laterum, hoc est, sunt ut quadrata suarum longitudinum & latitudinum. Est n. longitudo longitudini, & latitudo latitudini homologa.

h a

E.g. f.

E.g. si fuerint longitudines ut 3. & 2. erunt figuræ ut 9. & 4. hoc est, prior bis continebit posteriorem & unam insuper quartam ejus. Eucl. l. 6. p. 19. & 20.

## CXLIII.

Quia verò supra didicimus, diametros circulo-  
rum esse vice homologorum laterum, erunt etiam  
circuli sive plana circulo-  
rum in ratione duplicatâ  
suarum dimetientiam, hoc est, erunt ut à diametris  
quadrata: & contra diametri circulo-  
rum sunt ad  
invicem, ut radices quadratorum ab iisdem. Eucl.  
l. 12. p. 2.

## CXLIV.

Datis tribus lineis rectis, continuè propor-  
tionibus, figuræ ad primam & secundam similes & si-  
militer descriptæ, sunt in ratione lineæ primæ ad  
terciam & ultimam. Eucl. l. 6. p. 20. E.g. in triangu-  
lo rectangulo, cujus basis à perpendiculari ex an-  
gulo recto secatur duplâ ratione, ut proinde tota  
basis sesqui altera sit majoris segmenti, & tripla  
minoris, quoniam per a. 69. basis tota, crus majus, &  
segmentum basis, cruri huic conterminum & ma-  
jus, sunt tres rectæ continuè proportionales, ergo  
sicuti basis erat sesqui altera sui segmenti majoris,  
ita quadratum ad basin, sesquialterum erit qua-  
drati ad crus majus. eodemque modo, quia basis,  
crus minus, & segmentum minus sunt in propor-  
tione continuâ, basis poterit triplum cruris mino-  
ris, sicuti basis tripla est sui segmenti minoris. Eucl.  
l. 13. p. 13. 15. & 16.

## CXLV.

Si sint quatuor rectæ proportionales, rectilinea  
similia ad easdem sita similiter, inter se sunt pro-  
portionalia, & contra. Eucl. l. 6. p. 22.

## CXLVI.

Figuræ similes, v. g. simi circuli, ad crura trianguli rectanguli descriptæ & simul sumptæ, æquales sunt figuræ simili, descriptæ ad basin: Atque ita, quod supra de quadratis fuit ostensum, extendit se ad omnes figura: ejusdem sive similis formæ. Eucl. l. 6. p. 31.

## CXLVII.

Ex omnibus figuris ejusdem speciei, tam solidis, quam planis isoperimetris, quæ est ordinatior, etiam major est aliâ minus ordinatâ, rursusque ex isoperimetris ordinatis specierum diversarum, quæ est terminatior, hoc est, plurium laterum & angulorum, etiam major est capaciorque. Unde cum, circulus & sphaera sint quasi infinitangulæ figuræ; merito igitur omnium figurarum isoperimetrarum capacissimæ habentur.

## CXLVIII.

De primatu trigonum eum quadrato certat, & hoc cum circulo. Sanè simplicitatem spectantibus & ortum uniuscujusque figuræ, circulus omnibus aliis utroque nomine prior videtur. Est n. contentus unico termino, & sine rectæ lineæ adminiculo, solius dilatatione puncti, gigni potest, ut docuimus ab initio. Quadratum contra sibi primas vendicat, quatenus non triangulum duntaxat, sed omnes in universum rectilineas figuras, neque has solummodò sed & ipsum circulum metitur. Atqui mensuram mensurato priorem esse supra ex Aristotele indicatum fuit.

## CXLIX.

Ut ut autem se res habeat de circulo, trigono ad minus nil concedit quadratum 1. quod omnes angulos rectos habeat, cum in trigoni angulis obli-

h 9

obli-

obliquitatis sit, quam rectitudinis. Rectum autem prius est acuto, æquale inæquali, ut testatur philosophus locis supra cit. & 7. metaph. t. 3. 2. quod sit fons triangulorum, habeatque simpliciorum ortum. Gignitur enim, ut supra vidimus, solo & æquabili fluxu rectæ per se ipsam. Triangulum vero aut non gignitur hoc modo, sed excinditur è quadrato prius constituto, aut si & ipsum fluxu aliquo statuendum est fieri, quanto jere à prioris simplicitate & uniformitate abeat hic fluxus, nemo non videt, qui principium libelli Arist. de mech. quæst. inspexerit.

## CL.

Primum denique triangulum affectat propter suorum terminorum paucitatem, quæ efficitur, ut in nullam aliam specie diversam figuram resolubile sit. Cumque in quadrangulis figuris, quantumvis æqualibus lateribus, tamen infinita sit angulorum varietas; triangulum contra æquilaterum esse nequit, nisi simul etiam sit æquiangulum. Quo nomine quadrato & quadrangulis, quorum alioquin est soboles, rursus palmam ambiguum facit. Homines certè in suorum molitionibus operum adhibent utrumque, triangulis devincientes ac firmantes, quæ statuerunt perpendiculariter, & rectis angulis contiguarunt.

## CLI.

Cum autem sphaera, cubus & pyramis in solidis, circulo, quadrato, & triangulo in planis, ex adverso respondeant, de illorum inter se primatu ac prerogativâ idem esto judicium. Nos planarum considerationem hâc finimus, & ad solidas contemplandas accedimus, in quibus fructus hætenus dictorum sese magis magisque exeret. Di-

Dicendorum autem fructus erit, constitutionem  
hujus universi & rationem constitutionis, cum  
partium præcipuarum ordine, proportione, inter-  
vallis, numero perspicere, perspectâ mirari, latari,  
conditori grates persolvere debitas.

## GEOMETRIÆ ARISTOTELICÆ

*Pars Tertia*

### *De proprietatibus figurarum solidarum, Quadraturâ Cir- culi & duplicatione Cubi.*

#### THESIS I.

**C**UM de ortu figurarum solidarum sive  
corporum, disputatione superiore, per-  
tractatum fuerit, licebit nunc sine mora  
progredi ad declarandas affectiones illa-  
rum, initio factò ab ijs, quæ ratione similitudinis  
conveniunt solidis. Nam quæ de ortu corporum  
solidorum in specie dicenda restant, cum enarra-  
tione proprietatum commodissimè conjunge-  
mus.

#### II.

Solida similia sunt in ratione triplicatâ homo-  
logorum laterum, putâ longitudinis aut latitudi-  
nis, aut profunditatis, hoc est, habent se ut cubi di-  
etorum laterum. E.g. si longitudines sint in ratio-  
ne quadruplâ. 4. ad 1. soliditates erunt in ratione  
quadruplâ sexagecuplâ. 64. ad 1. h. e. solidum majus  
sexagesies quater majus erit solido minore; Siqui-  
dem numerus cubicus de 4. sunt 64 & cubicus nu-  
tus de 1. est. 1. Eucl. I. XI. prop. 33. l. 12. p. 12.

3. Quia

## III.

Quia itaque dimetientes in sphaeris sunt homologia laterum vice, etiam sphaeras, tanquam similia corpora, in ratione triplicata suarum diametrorum esse oportet. E. g. diameter globi solaris ad diametrum terrae habet se, ut 11. ad 2. Atqui ratio 11. ad 2. triplicata facit rationem 1331. ad 8. hoc est, per contractionem terminorum, 166. ad 1. ferè. Sol itaque suo corpore centies sexagesies sexies major est corpore terreno, & corpus terrae est pars centesima sexagesima sexta de corpore solis. Eucl. I. 12. p. 18.

## IV.

Datis quatuor lineis continuè proportionalibus, sicuti prima linea ad quartam & ultimam, ita solidum, v. g. prisma aut cylindrus, super primam ad solidum simile super secundam. E. g. si prima linea dimidia sit ultimae, etiam prisma ad lineam primam erit dimidium prismatis ad lineam secundam. Quae res infra nobis serviet in duplicatione cubi. Eucl. I. 11. p. 33.

## V.

Solida similia aequalia E. g. pyramides aut prismata homogenea, cylindri, conii, sunt in ratione basium; & contra, aequibasia sunt in ratione altitudinum, ut si duorum prismatum pentaëdrorum basis unius, quintupla sit basis alterius, etiam soliditas illius quintupla erit ad soliditatem huius, supposita eadem altitudine utriusque. Aut si bases ponamus aequales invicem, altitudines autem in quintupla ratione, etiam moles vel soliditates erunt in hac ratione. Eucl. I. 11. p. 29. 30. 31. 32. I. 12. p. 5. 6. II. 14.

## VI.

Si fuerint quatuor rectae lineae proportionales, soli-

## ARISTOTELICA.

123

Solida similia super ijs descripta, sunt proportiona-  
lia, & contra, existentibus solidis similibus & simili-  
ter descriptis, lineæ sunt proportionales, ad quas  
descriptio facta est. Eucl. l. 11. p. 37.

## VII.

Solida similia æqualia recipiuntur basi & alti-  
tudine: Et contra, basibus & altitudine recipiuntur  
sunt æqualia. Eucl. l. 11. p. 34. l. 12. p. 9. & 15.

## VIII.

Prisma & Cylinder est triplum pyramidis & coni  
sibi æquibasi & æquealti: & contra talis pyramis est  
triens prismatis, & conus est triens cylindri. Quod  
in prisma pentædro, in tres pyramides tetraëdras  
apte & convenienter dissecto, ex  $\theta$ . 6. facile proba-  
tur & panè ostenditur ad oculum. Euclid. l. 12.  
p. 7. & 10.

## IX.

Quia verò quodvis paralleipedum prisma conti-  
netur sex hedris, ut disput. 1. didicimus: Habet igitur  
2 4. angulos planos, quorum terni unum soli-  
dum formant. Ex quo fit, ut cuiusvis prismati com-  
petant 6. anguli solidi, & latera 12, (quas Germani  
acies dicunt, scherffen:) quia bina latera binorum  
rectangulorum coeunt in unum solidi latus.

## X.

Jam verò octo solidi anguli recti complent lo-  
cum solidum, sicuti 4. recti plani complent locum  
planum ut disput. 2.  $\theta$ . 44. traditum fuit. Non igitur  
cubi solum modò, sed paralleipeda quævis, suis oc-  
to solidis & rectis angulis scitè commissa, locum  
replent. l. 3. cali. r. 66.

## XI.

Sicut autem rotundorum corporum ordinatis-  
simum est sphaera vel globus: sic in solidorum re-  
ctili-

Et lineorum universo genere non nisi quinque dantur ordinata sive regularia corpora: Cubus, tetraëdrum, octaëdrum, dodecaëdrum, icosaëdrum. Ratio est, quoniam planorum ordinatorum æqualium & similium tria tantum genera angulis suis congruere possunt ad struendum solidum; nempe triangularia trifariam, cetera duo singula semel duntaxat. Unde prædictæ quinque species regularium corporum emergunt.

## XII.

Aut enim triangula ordinata & æqualia ternis angulis planis coeunt in unum solidum, ut in tetraëdro; aut quaternis, ut in octaëdro; aut quinis, ut in icosaëdro. Sic terni anguli ternorum quadratorum ordinatorum & æqualium cubum effingunt: terni anguli ternorum quinquangulorum itidem æqualium & ordinatorum configurant dodecaëdron: de quib. figuris mentio fit l. 3. cæli c. ult.

## XIII.

Pluribus modis neque dictorum neque alterius generis plana concurrere possunt. Nam quomodo cumq; tandem angulorum planorum coaptatio tentetur, semper aut quatuor recti, aut etiam plus eis cumulabitur. Utrumvis eveniat, nullus sit angulus solidus per th. 60. disp. primæ geo.

## XIV.

Numerus igitur laterum & angulorum cubi, tam solidorum quam planorum, intelligitur ex lateribus & angulis parallelipedi, cujus species est cubus, de quo duo adhuc teneantur: 1. Si cubi latus secetur in quorvis segmenta, cubus totus æquabitur tot cubis particularibus, & prismatum sub segmentis contentorum geminis trigis, quot sunt numero segmenta.

17. Et



## XV.

Et hæc causa est, cur in analysi lateris cubici (cubicæ radicis extractionem vulgò nominant.) quartam quamque notam seu figuram numeri propositi, binis intermissis, puntemus, scilicet ad cognoscendum, quod particulares cubi, quot item geminæ trigæ prismatum, toti cubo insint: Præterea, cur radicis cubicæ notas prius inventas toties triplicemus, quoties novam operationem auspicamur.

## XVI.

II. Sciendum est, datis tribus continuè proportionalibus lineis cubum mediæ æquari parallelepipedo facto ab omnib. tribus lineis tanquam tribus lateribus, uno longitudinis, altero latitudinis, tertio profunditatis. *Eucl.* l. II. p. 36. E.g. sint in subtripla proportione tres lineæ; Una 3. altera 9. tertia 27. pedum. Cubus mediæ est pedum cubicorum 729. Ducatur jam linea 3. pedum in lineam 9. ped. latitudo in longitudinem. Fiet basis parallelepedi 27. pedum quadratorum. Rursum hæc basis assurgat ad altitudinem 27. pedum; prodibit eadem soliditas, quæ prius, nempe 729. pedes cubici.

## XVII.

Tetraëdron habet. 12. angulos planos & 4. solidos: Quia 4. plana triangularia in tetraëdro sunt plani anguli 12. & terni plani faciunt unum solidum. Idem tetraëdron constat sex lateribus, tot mirum, quot insunt anguli, ex quo cæditur tetraëdron, ut postea patebit.

## XVIII.

Duodecim tetraëdra æqualia complere locum solidum censet Ramus, & hinc Aristotelem expli-

explicat, quando l. 3. caelit 66. pyramidibus hanc proprietatem ascribit. Ac sanè 12. tetraëdra aptè juncta bis sternere planitiem, hoc ostendit, quod duæ tertix, quibus unusquisque tetraëdri planus angulus valet, duodecies sumtx, sint viginti quatuor tertix, hoc est, octo plani anguli: solidum tamen angulum tot numero tetraëdia explere nequeunt, manente ad singulas commissuras binorum tetraëdrorum, planitiem sternentium, hiatur. Quem cum octaëdra quatuor, totidem tetraëdris permutata, & binis reliquis aptè inserta expleant, octo igitur tetraëdra cum quatuor octaëdris replebunt locum.

## XIX.

Octaëdram continetur 24. planis & sex solidis angulis, tot nimirum, quot in cubo, cujus octaëdram quasi quoddam est viscus, sunt plana. Nam quaterni anguli plani unum solidum hic efformant. Latera verò ad instar cubi habet duodecim.

## XX.

In dodecaëdro 60. sunt plani anguli, quia 12. plana quinquangula sunt anguli 60. Cumque terni plani congruant in unum solidum, ut prius diximus; Ergo 20. solidi anguli dodecaëdro obveniunt, quot videl. facies planæ inveniuntur in icosaëdro. Latera quoque dodecaëdri & icosaëdri numero sunt æqualia, 30. nempe.

## XXI.

Icosaëdram agnoscit angulos planos 60. solidos 12. Nam 20. plana vel hedræ sunt anguli plani 60. & horum quini componunt unum solidum. Solidorum autem hæc est singularis in icosaëdro proprietates, quod quantum unus ab alio, tantum aut non multo ampliùs omnes absint à centro figuræ.

## XXII.

Sic igitur comparatū est cum lateribus & angulis quinque corporum regularium, duabus veluti classibus digestorum. Quædam enim primaria sunt, ut cubus, tetraëdrum & dodecaëdrum: Quædam secundaria, ut octaëdrum & icosædrum.

## XXIII.

Modi, quib. altera ab alteris discernuntur, præcipui sunt. 1. Primorum quodvis continetur plano peculiaris generi s; cubus quadrato, tetraëdrum triangulari, dodecaëdrum quinquangulari: Secundariorum plana specie conveniunt. Nam utriusque facies sunt triangulares. Contra. 2. primaria conveniunt angulorum solidorum formis, cum sint omnes trilineares: Secundariorum differunt, siquidem anguli octaëdrici sunt quadrilineares, & icosædrici quinilineares. 3. Primaria magis ad sedendum comparata videntur, quam ad movendum: Secundaria potius mobilia facta sunt, quam sessilia, pensilia, quam stabilia. 4. Primaria concinnius eunt circa axem, & centris planorum oppositorum infixum: motus secundariorum concinnior est, super axe, transverberante oppositos angulos, quem diagonium in specie vocamus.

## XXIV.

Rursum in figuris seu corporibus primarijs cubus est princeps, quippe mediū inter plus & minus; plus tetraëdro, quod intra se celat; minus dodecaëdro, a quo vicissim tegitur ac ceu vestitur. Nam si plano per diagonios ternas unum cubi angulum proxime cingentes, adacto, quatuor tetraëdra æqualia, quorum unum quodvis est pars sexta cubi, & sic quatuor angulos cubi radicibus præscindas, relinquetur tetraëdrum cum reliquis quatuor cubi angulis sed diminutis, quod quidem tetraëd-  
drum

drum est pars tertia totius cubi. Contra infrañtis cubo sex æqualibus prismatis pentaëdricis, paulò minus cubo ipso junctim valentibus, & ad cubi latera sic aptatis, ut brevius latus unius quadret longiori alterius, cubus hoc modo vestitus abibit in dodecaëdrum. Emergunt enim 12. plana quinquangularia æqualia, dodecaëdri superficiem complectentia.

## XXV.

At secundariorum corporum octaëdron est caput, quoniam ex cubo exsculptur, cum icosaëdrum excindatur ex dodecaëdro. Hinc octaëdron cubo; & icosaëdron dodecaëdro æquealtum est, & inscriptum. Illud partem sextam valet cubi sui: hoc dimidio sui dodecaëdri paulò minus est. Modus excindendi talis est, ut connexis tribus trium contèrminorum planorum centris, unum cubi aut dodecaëdri angulum circumstantibus, planum adigas per connexiones. Nam ita cadit, quicquid de cubo aut dodecaëdro incurrit in oculos, nec de superficie minimum relinquitur, præter sex centra & veluti umbilicos planorum. Succedunt ergò in planorum locum totidem anguli, sex in octaëdro & duodecim in icosaëdro: Contraq; octo anguli cubi permutantur cum totidem hedris seu planis octaëdri; & viginti anguli dodecaëdri transeunt in viginti plana icosaëdri.

## XXVI.

Ut autem octaëdron & icosaëdron, numero facierum seu hedrarum, cubum atq; dodecaëdron referunt, tanquam parentes suos: sic formâ hedrarum imitantur ambo tetraëdron, veluti communem matrem; & sic de utrorumq; naturâ participant, ac proinde meritò secundaria nuncupantur.

Alio

## XXVII.

Alio quoq; modo octaedrum ex tetraedro nascitur, resectis quatuor tetraedris æqualibus laterum dimidio minorum lateribus tetraedri resolvendi. Nam quod remanet, est parvum octaedrum, semis tetraedri. Quod si autem, ut prius in cubo, ita nunc in tetraedro, sectio transeat per terna centra ternorum planorum unum tetraedri angulum continentium, orietur loco tetraedri resoluti, aliud longè minus eodem, nempe pars vigesima septima prioris.

## XXVIII.

Neq; hoc loco obliviscendum est, quod disgeom. prim. th. 22. diximus, icosaedrum, dodecaedrum & octaedrum quoq; resolvi posse in pyramides, juncti stipatisq; verticibus in centro. Harum pyramidum hæc in quovis corpore est ratio, quod in icosaedro paulò breviores sint tetraedricis, & in octaedro adhuc breviores: omnium verò longissima in dodecaedro.

## XXIX.

Cur autem hæc quinque corpora seu figuræ mundanae sint dictæ Platonice, causa hæc esse creditur, quod eas præcipuis mundi corporibus ac elementis, cælo, igni, aeri, aquæ, terræ, applicuerint, contra quos disputat philosophus noster l. 3. cæli c. 8. & 12. rectè utiq; si, ut eos accipit ibidem, hoc senserunt, elementa mundi talibus figuris exornata & à se invicem discriminata esse. Quis enim terram cubi, aut ignem pyramidis, æquam icosaedri, aërem tetraedri, cælum dodecaedri formam & speciem externam habere dicat?

## XXX.

Sin autem harum figurarum rationibus, elementorum proprietates, quibusdam q notis hieroglyphicis, adumbrare voluerunt, (voluisse non est

nulla suspicio) quid tantopere peccarint, haut vi-  
deo, nisi hoc fortasé, quod philosophiam propri-  
am in allegoricam mutarint. Et ramen aptissima  
est allegoria, tam quoad genus, quam speciem.  
Quoad genus: Ut enim plana & anguli cujusque  
corporis sunt ejusdem formæ & magnitudinis: sic  
elementa constant partibus homogeneis. Sicut  
igitur figuris hisce in suo genere nihil est simplici-  
us: ita nec elementis.

## XXXI.

Quoad speciem verò; sicuti nullum corpus plu-  
ribus & majoribus angulis continetur, adeoq; ca-  
paciùs est dodecaëdro: ita cœlo nihil ambitiosius,  
majus & capaciùs. Sicuti dodecaëdram planis  
duodecim: ita cœlum ratione Zodiaci, duodecim  
plagis distinguitur, quas signa dicimus. Sicuti tes-  
traëdro acutissimi sunt anguli ad incidendum &  
penetrandum: sic igni vis maxima dividendi &  
rumpendi omnia. Octaëdram angulos suos quo-  
quo versum pandit: & aer longè lateq; meat ac  
diffunditur. Icosaëdram est volubile & angu-  
lis terminis materiæ plurimum continet: aqua  
etiam labilis est hinc inde, & impletiva rerum.  
Terra deniq; cubi modo firma stat & immobilis.

## XXXII.

Tolerabilis hæc, ni fallor, est philosophia Plato-  
nicorum. Quid verò si quinque his corporibus  
seu figuris, tanquam decem pedes longè famosissi-  
mâ & dignissimâ, numerum, proportionem, inter-  
valla, ordinem præcipuarum mundi partium; ut  
sunt sphæræ & curricula cœlestia, dimensa fuisse in  
extruptione mundi, docuerint, & hinc illas *κοινας*  
vocarint Platonici, ut ex eodem Arist. 1.  
Metaph. sum. 2. c. 3. quodammodo colligere licet:  
Certe tum non ferendos solummodo aut sine re-  
prehensionibus

reprehensione tolerandos, sed ut ipsissima veritatis præcones honorandos & interpretatione commoda juvandos, per omnia sua scripta, & in primis in Epir, astronom. & mysterio. Cosmograph. nec non recentissimis harmonicor. libris, non aspernandis rationibus demonstrat ingeniosissimus Keplerus.

## XXXIII.

Porro latera sæpè dictorum quinq; corporum regularium suam definitionem, scientiam ac mensuram ab axe vel diametro sphaerae, quam inscribunt, h. e. angulis suis singulis & omnibus attingunt, sortiuntur: quædam immediatè, ut cubi, octaëdri & tetraëdri; quædam mediatè, ut dodecaëdri & icosaëdri latera.

## XXXIV.

Cumq; horum corporum axis sive diagonus tendatur per oppositos angulos illorum, excepto tetraëdro, in quo ex angulo tenditur in adversi lateris centrum; anguli verò stent in superficie sphaerae. idcirco utriusq; & sphaerae & corporis idem est axis, diagonus, vel diameter, præter unius tetraëdri axem, axem sphaerae, unâ tertiâ hujus axis, breviorē, quippe qui sit pars sesquipla illius, sive duæ tertiæ. Eucl. I. 13. p. 13.

## XXXV.

Primò igitur latus cubicum potest trientem potentia axis sui aut sphaerae circumscriptæ. E. g. posita diametro s. axe sphaerae 2000. partium; quadratum ejus est 4000000, illiusque pars tertia 1333333 est potentia lateris cubici, ac proinde latus ipsum 1155 talium partium, qualium diameter est 2000. Nam tot partes extractio radicis quadratæ ex 1333333, largitur quam proximè. Quod autem hæc & non alia sit ratio diametri ad latus cubicum,

cum, sic evincitur: Diameter plani quadrati de cubo potest duo latera per disp. præced. th. 73. & 93. Et diameter cubi subtendit angulum rectum inter latus cubi & diagonum plani sive hedræ quadratæ. E. diameter cubi ter potest latus suum. Eucl. l. 13. p. 15.

## XXXVI.

Latus octaedri potest dimidium ejus, quod diameter potest: & contra diameter bis potest latus octaedri. Talis enim diameter æqualis est diagono quadrati per octaedri mediū. Sic in præcedente exemplo potētia dimidia diametri est 2000000. Ergo radix quadrata 1414 est latus octaedri. Eucl. l. 13. p. 14.

## XXXVII.

Latus tetraedri est pars sesquipla potentie diametri spheræ, h. e. valet duas tertias illius: Et contra, diameter spheræ potest sesquialterum lateris, h. e. potentia diametri est ad potentiam lateris, sicuti 3. ad 2. Sunt enim tres rectæ continuè proportionales, axis spheræ, latus tetraedri & axis tetraedri, ut ex th. 69. præced. disp. ostendi potest. Jam axis spheræ sesquiplus est axis tetraedri, prima linea tertie per th. 34. Ergo quadratum ab axe spheræ etiam sesquiplus est quadrati à latere tetraedri; figura similis ad primam lineam, figuræ similis ad secundam lineam, per th. 144. disp. præced. Rursum igitur in nostro exemplo, duæ tertie de potentia 4000000. diametri 2000. sunt 2666666, illo umq; radix quadrata 1633 est tetraedricum latus. Eucl. l. 13. p. 13.

## XXXVIII.

Latera dodecaedri & icosaedri sunt lineæ ἀλογοι, i. e. irrationales seu ineffabiles per axem spheræ, si perfectes cognitionem immediatam. Interim cogno-



gnoſcuntur & exprimuntur remotè per eundem, adminiculo ſectionis divinae. Latus enim dodecaedricum eſt majus ſegmentum lateris cubici eadem ſphaerae inſcripti & proportionaliter ſecti. Eucl. l. 13. p. 17. E. g. latus cubicum erat 1155. bis milleſimarum: quare majus ſegmentum, proportionali ſectione factum, eſt 712. bis milleſimarum, quod ſic oſtendo. Subtenſa lateri cubico 1155. & ſemiſſi ejus 577; recto angulo connexis, poteſt utramq; connexam per th. 70. diſp. præced. Adde igitur potentias connexarum, nempe 1334025 ad 332929; habebis potentiam ſubtenſæ 1666952, cujus radix quadrata 1291. eſt ipſa ſubtenſa. Ex hac aufer dimidium lateris cubici 577. ſecundum methodum th. 129. diſp. præced. reſtabit majus ſegmentum pro latere dodecaedri in eadem ſphaera. Nam ſubtenſa excedit dimidium latus ſegmento majore totius lateris proportionaliter ſecti, quemadmodum ſupra didicimus.

## XXXIX.

Si radius circuli, per quinque icosaedri angulos unum circumſtantes ducti, ſecetur proportionaliter, potentia majoris ſegmenti juncta totius potentia radii conſtituit potentiam lateris icosaedri per th. 136. diſp. præced. Poteſt autem radius talis quintam partem (800000) de potentia (4000000) axis ſive diametri ſphaerae (2000.) Eucl. l. 13. p. 16. cor. 1. Ergo radius eſt 894 bis milleſimarum: qui deinde ad exemplum prius, ſectus proportionaliter præſtat majus ſegmentum 552, quam proxime. Adde jam ad potentiam ejus 304704 potentiam radii 800000. Summa 1104704 radix quadrata 1051 eſt latus icosaedri quæſitum.

Latera itaq; quinque corporum mundanorum, eidem sphaerae inscripta sibi succedunt hoc magnitudinis ordine: primum & longissimum est tetraedri, 1633 proximum octaedri, 1414. inde cubi, 1155. mox icosaedri, 1051; denique; dodecaedri minimum & brevissimum, 714, omnia quinque; in iisdem partibus, in quibus sphaerae circumscriptae diameter assumitur 2000. Eucl. l. 13. pr. ult.

## XLI.

Ex eadem comparatione patet, potentias laterum cubi & tetraedri simul sumtas, aequare potentiam diametri sphaerae circumscriptae. Nam 1333333 addita ad 2666666, non nisi unitate absunt a 4000000. Eucl. l. 13. p. 15. corol. 2. Item latus tetraedri potentiam sesquiterium esse lateris octaedri in eadem sphaera, perspicuum est. Sunt enim 2666666 ad 2000000 ferè ut 4. ad 3. Eucl. l. 3. pr. 14. cor. 3.

## XLII.

Si duorum orbium alter cubo & octaedro inscribatur, inscripti radius est semissis lateris cubi, inter utrumque orbem inserti, sic ut circumscriptum angulis, inscriptum centris suorum planorum omnium & singulorum tangat perfringatque: vel quod eodem recidit, radius inscripti potest tertiam partem de potentia circumscripti. Sin ascriptio talis orbium duorum ad tetraedrum fiat, radius inscripti est triens circumscripti. Eucl. l. 13. p. 13. corol.

2. Orbis denique; dodecaedro & icosaedro inscripti radius est pars ineffabilis de radio circumscripti, consistens inter duas tertias & tres quintas potentiae radii circumscripti. Hinc assumpto radio orbis circumscripti partium 1000, radius orbium cubo & octaedro inscriptorum talium partium est

est 577, nempè radix quadrata de tertiâ parte  
 (333333) potentia (1000000) radii assumti (1000)  
 vel, quod idem est, dimidium supra inventi lateris  
 cubici 1155. Radius orbis tetraëdro inscripti est  
 333. sc. pars tertia radii 1000. Radius deniq; orbi-  
 um in dodecaëdro & icosaëdro inscriptorum, ferè  
 795. Satis de corporibus ordinatis rectilineis.

## XLIII.

Quod ad sphaeram attinet, potest illa duobus  
 considerari modis. 1. ratione circulorum sibi in-  
 scriptorum. 2. ratione superficiei & soliditatis suæ,  
 sive ex toto, sive parte, simpliciter vel in compa-  
 ratione.

## XLIV.

De circulis sphaeræ theoremata seqq. notentur.

1. Circulus maximus idem habet centrum cum  
 sphaera, bisecans illam, & à polis suis undiq; di-  
 stans æqualiter, spacio 90 Graduum. Poli autem  
 sunt extrema puncta axis sive lineæ, in circuli pla-  
 num perpendicularis. 2. Circuli maximi sunt  
 æquales & se bisecant invicem. 3. Circulus ma-  
 ximus alium secans per polos, rectè eum secat, &  
 contra, rectè secans bisecat. 4. Bini circuli mi-  
 nores & paralleli maximo sunt æquales. 5. Pa-  
 ralleli secti ab aliquo maximo per polos suos, rectè  
 secantur, segmentis inter se æqualibus: extra verò  
 polos secantur obliquè, & quidem, si æquales fue-  
 rint, segmentis alternatim æqualibus. Theod.  
 in sphaer.

## XLV.

Ad superficiem & molem sphaeræ pertinent hæc  
 theoremata: 1. Convexum sphaericum est qua-  
 druplum areæ circuli maximi. 2. Factus à peri-  
 pheriâ circuli maximi per diametrum est sphaeri-  
 cum. 3. Cubus à diametro sphaeræ cubum interi-  
 oris.

bentis & stringentis paulò minùs est duplus illius, nimirum ut 21. ad 11. quàm proximè. 4. Factus à sextante sphaerici per diametrum, est soliditas sphaerae. 5. Si convexum sphaericum secetur plano ad axem recto, ut segmentum axis ad axem, ita segmentum sphaerici est ad sphaericum. 6. Segmentum sphaerici est æquale circulo, cujus radius subtendit latitudinem segmenti, polo & basi segmenti interceptam. 7. Sphaera veluti componitur ex octo pyramidibus sphaericis, in quas tribus circulis maximis sese ad angulos rectos decussantibus dirimitur. l. 3. cæli c. penult.

## XLVI.

Præcipuæ affectiones Cylindri continentur his theorematibus. 1. Cylinder est ad corpus parallelepipedum, suis basibus & lateribus stringentis illum, sicuti circulus ad quadratum sui diametri, h. e. sicuti 11. ad 14. 2. Si rectus cylinder stringat sphaeram, superficies cylindræ est æqualis sphaeræ: & segmenta, communi plano ad cylindri axem recto ab utraq; superficie rescissa, inter se sunt æqualia. 3. Factus à basi cylindri per altitudinem ejus est corpus Cylindri: quod verò fit à peripheriâ basis, per eandem altitudinem est cylindraceum. 4. Cylinder est sesquiplus sphaeræ, quam stringit. 5. Si cylinder planis axi parallelis secetur, segmenta sive frustra cylindri inter se sunt, ut segmenta vel portiones basis. 6. Segmenta cylindri, plano per axem transeunte secti, sunt ut segmenta axis, modò sectio non desinat in basin, sed incidat totum cylindrum. Kepl. in stereom. ex Archim. Pappo, Apollon. & aliis.

## XLVII.

Coni affectiones insigniores sunt. 1. Si duo fiat coni rectanguli, unus inscriptus hemisphaerisq; alter circumscriptus, ille basi cum hemisphaerie

rio communicans; hic plano basis dilatato inscribens; superficies curva sive conicum inscripti est suæ baseos sesquialterum; dimidium verò baseos coni circumscripti. 2. Si altitudo coni est æqualis diametro, & basis æqualis est areæ circuli maximi sphaeræ, conus suo corpore est dimidius sphaeræ. 3. Factus à semiperipheriâ basis per latus coni est superficies conica: at factus à basi coni per trientem altitudinis, est soliditas vel corpus coni. Idem Kepl.

## XLVIII.

Præter has proprietates corporum rotundorum, sunt aliqua sectionem & motum consequentes. Quod enim sectio sphaeræ, plano facta, circulus sit, hoc supra didicimus. Sed & Cylindrus plano ad axem recto sectus, sectionem circulum facit: ellipsum autem, quando planum secans ad axem obliquum est & incline. Similis ellipsis gignitur coni sectione, si nimirum planum sectorium lateris conici, angulum, versus apicem coni, constituat minorem recto. Sin angulus ille aut rectus sit aut major recto, non jam ellipsis sit amplius, sed parabole aut hyperbole; parabole, cum rectus est angulus; hyperbole, cum major recto. Ex quo intelligitur, cur hæ lineæ, ellipse, hyperbolæ, parabolæ, veteribus dictæ sint *κωνικαί*, coni sectiones, cuiusmodi lineæ & figuræ sæpè fortuito effinguntur à radiis solaribus, subobscuram cameram, per angustum foramen coni forma intransibus, & à plano pavimenti aut parietis objecti diversimodè sectis, ut in opticis pluribus commemorari solet.

## XLIX.

Si papyrus aut charta cylindri modo convoluta<sup>2</sup> secetur *παρά τὴν βάσιν*, i. e. plano contra basin parallelo.

parallelo, & sic recto ad axem, sectio ἀνεπιπέδου seu spiralis erit; & cum explicatur volumen, recta linea. Sin planum sectorium fuerit obliquum basi & axi, sectio erit ἀκωδία tortuosa. Ibi enim ora seu limbus explicati voluminis ita secti congruit eidem plano, hinc nequaquam, sed pars limbi altior, pars depressior evadit. Ibi igitur recta efficitur; hinc nequaquam, cum fieri nequeat, ut ejusdem rectæ pars una sit in uno, & alia in alio plano. s. 16. probl. 6.

Quod concernit alterum genus proprietatum ex motu, ὁ κύλινδρος ἀθείς εἰς αὐτὸν φέρεται, καὶ γράφει ἀθείας, τοῖς ὀρίζουσιν αὐτὸν κύκλοις h. e. cylindrus propulsus volutatusvè in directum fertur, suorum circulorum extremitatibus seu limbis rectas lineas describens. At conus, τῆς κορυφῆς ὀρίσεως κύκλω φέρεται, καὶ γράφει τὸν κύκλον τῶ ὀρίζοντι, h. e. manente eodem in loco mucrone, fertur in orbem & in Horizontis plano circulum delineat. s. 16. probl. 5. Ubi ex eadem sect. probl. 11. obiter nota, τὸν κύκλον περιπέδον πρῶτον ἀθείαν γράφειν, πάντων δὲ ἑλίκα, ἕως ἂν πείσῃ, h. e. orbem s. circulum projectum rectam suo decursu describere ab initio: motu verò languescente volutam existere, donec labatur orbis

## L. I.

Recensuimus hactenus velut ἐπιπέδου theoremata geometrica eminentiora per singulas figurarum classes. Ex quibus theorematis problematum panè infinita seges pullulat de figuris describendis, mensurandis, partiendis, minuendis, augendis, transformandis, absq; vel cum data proportione. Quorum problematum ordinata series ac compages qualinovam geometriæ partem eniti-

## ARISTOTELICA:

139

tur, quam practicam & geodesiam appellant. Et si autem non sit instituti nostri, etiam hanc incudem in presentiam tundere; quin tamen transformationis & auctoris mentionem adhuc faciamus, propter diversa philosophi loca omittere non possumus.

## L II.

Transformare seu reducere figuram, est mutare formam ejus, quantitate spatii servata. Augere vero & minuere, est addere aut detrahere spacio seu magnitudini, servata forma.

## L III.

Transformationis species est quadratura, h. e. mutatio seu reductio figuræ aliquæ planæ, rectilineæ vel circularis, in quadratum ejusdem magnitudinis seu capacitatis. Ac trianguli quidem in rectangulum oblongum, ac hujus porro in quadratum, seu ut philosophus appellat *l. 2. de anim. i. 12. ὀρθογώνιον*, est conversio perfacilis. Utenim rectangulum oblongum in dimidiâ basi & eadem altitudine cum triangulo, æquale est ipsi per *d. 75. disp. præced.* Sic quadratum, quod a lineâ, medio loco proportionali, inter latera rectangulum comprehendit, describitur, æquale est rectangulo, & per consequens ipsi etiam triangulo per *th. 71. disp. prox.* Inventâ ergo lineâ mediâ, inventum est quadratum. Arist. *l. cit.*

## L IV.

Linea medio loco proportionalis inter alias duas invenitur, quando super illas, ut *h. l. latera oblongi*, continuatas in directam, tanquam super diametrum constituitur semicirculus, & recta perpendicularis a puncto continuationis ejicitur in peripheriam semicirculi. Hæc enim est mediâ quæ sita, id quod statim ostenditur ex *th. 69. disp. prox.*

prox. faltem sine ejus connexis cum extremis diametri, Eucl. 1.6. p.13.

## L V.

Sic meniscum s. lunulam sub semisse circuli unius; ac quadrante alterius & ad priorem dupli circuli, primus, quod sciam, quadravit Hippocrates Chius ex naufrago mercatore geometra factus; (ὁ δὲ πηλοῦντες τῆς γῆς) dum nimirum geometricè demonstravit, talem lunulam æqualem esse oblongo sub radio semicirculi majoris & quadrante radii. Quod deinde oblongum absq; negotio in quadragulum redigi posse, vel ex Arist. 1. 2. prior. anal. c. de abducti. discere licebit.

## LVI.

Quæ verò arte, quovè ingenio τὸ ἑμπεδοκλέους hoc est, aream circuli quadrare, vel ut Simplicius loquitur in comm. ad c.2. l. 1. phys. τὸ κύκλου ἴσος τετραγώνου διδρασι, circulo quadratum æquale ponere conveniat, id verò ab omni ævo nobilissimos quosq; geometraru majore conatu, quam successu exercuit. Nam ut eos solos referam, quorum noster Philosophus meminit, primò frustra fuit Briso, cum duobus quadratis circulo ascriptis, uno extra, intra altero, id quod exactè medio inter utrumq; loco situm secat circulum, illi æquale statuit, arbitratus, ea, quæ simul & majora sunt eodem, & minora eodem, (ut hoc loco circulus & quadratum medium simul ambo majora sunt eodem quadrato inscripto, & minora eodem circumscripto,) inter se esse æqualia. Quæ sanè ratio ut maximè sit vera, vera) autem non est, si quidem 5. & 6. exempli gratiâ, sunt & manent inæqualia, tametsi ambo majora sint, quam



## ARISTOTELICA.

141

7; & minora quàm 4.) quia tamen communis est, nec ex naturâ & visceribus rei desumpta, ideò nec debet, nec potest haberi pro geometrica, sed qui hac utitur, sophistam potiùs, quàm geometram agere putandus est. Arist. 1. post. t. 67. l. 1. soph. elench. c. 11.

## LVII.

Fatemur interim, binis quadratis eidem circulo sic scriptis, ut unum externum, alterum internum circulo sit, intercedere tertium aliquod & medium naturæ cognitum quadratum, quod æquale sit illi circulo; laudandumq; adeò Brissonem fuisse, si ejus ad extrema sua rationem tam dedisset propinquam, ut sensu à verâ dignosci nequeat.

## LVIII.

Hippocrates Chius etsi ex arte magis & illius principii propriis rem fuerit aggressus, tamen & ipse laterem lavit & dum certo saltem generi legentorum lunularium competentem quadratam, cuius lunulæ promiscuè applicare studet, *ψόδο* *ἀεὶ* *ὀφρα* admittit. Arist. 2. prior. c. 31. l. 1. soph. c. 11, phys. t. 11.

## LIX.

Mediâ, ut sic loquar, viâ, Antiphon incessit, non quidem nimis communibus, nec tamen rursus valde propriis principii ad hoc usus, ut ex trueret polygonum circulo æquale, deinde ex hoc fingeret æquale quadratū. 1. phys. t. 11. & loco cit. ex soph. Nimium credidit bonus vir, posse peripheriâ circuli continuis divisionibus adeò comminui, nihil ut particulæ minimæ v.g. gradus circuli, differât à subtentis rectis, ac proinde figurâ polygonâ 360 laterum

laterum circulo æquale esse. Quæ quidem in re impedit in commune principium geometricum, quo magnitudo quæcumq; divisibilis dicitur infinitum; atq; ita loco *τετραγωνισμῶν* merum *μαχισμῶν* amplexus est; Verba sunt magni Josephi Scaligeri in præfat. lux cyclom. qui & ipse in hoc pulvere nil suis felicior majoribus, panè de-coxit autoritatem & famam suam in hoc doctrinæ genere.

## L X.

Quid igitur, est *ἡ ἐπιπέδου καὶ ποσειδῶν ὁ ἔκκλι-  
πλῆ τετραγωνισμῶν*, h. e. scibilis & possibilis quadra-tura circuli, an nō est? In medio relinquit hoc phi-losophus in præd. c. de quant. Cum autem lu-nula sint quadrabiles, non obstante, quod à ple-risq; objicitur, ignoratâ curvi ad rectum propor-tione, idcirco cur deterioris conditionis circuli sint, causa mihi nondum est putata.

## L X I.

Interim donec oriatur *ἀπὸ μηχανῆς* sive DEUS sive artifex, qui nos circulum epistemonice doce-at quadrare, contenti simus ad cotidianos vitæ usus, invento Archimedis, quo *τὸ ἑβδαδῶν* sive a-ream circuli, rectangulo sub semiperipheriâ in-rectum extensa, & semidiametro circuli adeoq; triangulo orthogonio, sub peripheriâ totâ & ea-dem semidiametro, demonstravit quam proximè circulo æqualem; etsi rursus in extensione, utq; ita loquar, directione peripheriæ, sive per helicas, sive alio modo, non sit nulla planè difficultas & incertitudo.

## L X I I.

Transeamus ad amplificationes figurarum in data proportione. Earum exemplum occurrit in philosopho c. de motu in postp. ubi dicit quadra-tum

tum augete, in quacunq; velit aliquis proportione dupla, tripla &c. *γνώμων* *ἑστῆς*, h. e. gnomone circumposito, h. e. in unâ rectâ, quæ possit duplum, triplum, &c. lateris propositi quadrati, & quadrato hujusce rectæ ad quadratum augendum sic adjuncto, ut quadrata hæc binis comprehendentibus lateribus & communi laterum angulo sibi congruant. Hoc enim modo quadratum augendum, aucto erit diagonalis loco & excessus sive differentia illorum, gnomonis.

## LXIII.

Cum autem talis recta sumenda sit proportionale medium inter latus quadrati augendi, & illius duplam, &c. per th. 127. disp. præced. perspicitur hinc, utrumq; & tetragonismum & proportionale augmentum ab eodem pendere principio, puta inventionem mediæ proportionalis, quam veteres dixerunt mesolabium simplex.

## LXIV.

Est enim mesolabium aliud, duplex dictum, quo capiuntur duæ mediæ proportionales rectæ inter duas datas: in cujus inventionem omnium temporum mathematici non minus desudarunt, quam in circulo quadrando: estq; hoc alterum vel Apollinis oraculo nobile & *πυθαγόρειον* problema in geometriâ, quo nimirum pascio duplicandus aut alia ratione augendus sit cubus, & hujus rei gratiâ parandus gnomon mesographus aut simile instrumentum.

## LXV.

Quamvis igitur talis mesolabii inventio non minus in ambiguo versetur, quam circuli quadraturæ, nec injuriâ dubites, nunquid duab. lineis aut planis aliæ duæ inferri possint continuè proportionales, nisi lineæ aut plana extrema sint, ut numerus

merus cubus ad cubum: quin tamen de propinquo rem factam habeamus, nihil vetat; idq; cum aliis, tum hoc imprimis modo, cæteris ni fallor, tutiore & faciliore.

## LXVI.

Si datæ rectæ comprehendant parallelogrammum rectangulum, anguloq; parallelogrammi comprehensi regula quædam, sive recta infinita sic applicetur stringens angulum, ut continuationes infinitas laterum comprehendentium, aut hæc æqualium in parallelogrammo, secet duobus, a centro parallelogrammi, æquidistantibus punctis, quamvis uno: segmenta continuationum intercepta erunt medio loco proportionalia datis, minus quidem secundo, & majus tertio loco.

## LXVII.

Rursum autem in decente applicatione secundum modum præscriptum, multum est difficultatis; ac diu sursum deorsum, hæc illæ, moritanda est regula, & quasi palpitatione cæcâ & molestâ subinde periculum faciendum, donec puncta sectionum æqualiter absint a centro figuræ parallelogrammæ. Difficultas augetur obliquitate sectionum, per quam vera puncta ipsarum minus sunt conspicua.

## LXVIII

Ergo præcavendi erroris & laboris minuendi causâ, constituto parallelogrammo, & productis quantum satis est, lateribus sive rectis datis, sic age. Ex communi angulo harum rectarum majorem applica minori prius continuatæ; 2. finem applicationis connecte cum altero termino datæ majoris, 3. aufer a connectente partem æqualem diagonio parallelogrammi. 4. partem residuam datæ minori adjuuge. Composita est altera quæstrorum

rum mediarum. 5. Produc datam rectam minorem secundum longitudinem hujus compositæ, h.e. æqualiter ei prolonga: & per finem prolongationis perq; angulum angulo prius adhibito aduersum age rectam, usq; in productionem datæ majoris. Concursus interceptet in productâ mediam alteram.

## LXIX.

Acquisito mesolabio expedita est ratio augendi cubum datâ ratione. Primò enim ad latus cubi fac esse rectam aliam, eâ in ratione, quâ cubus augendus est, v.g. duplâ. Deinde hanc inter & latus cubi augendi sume mediam proportionalem prioris: Cubus ad hanc descriptus est duplex cubi ad duplicandum propositi, per th. 4. disput. hujus. Si ad latus cubi sumpta esset tripla, quæ inter has prior loco est media, cubum describeret triplum propositi & sic deinceps.

## LXX.

Si latus cubi augendi sit effabile aliquo numero, radix cubica facta a quadrato lateris h.e. plano cubi, per numerum, numero lateris in datâ ratione respondentem, est latus cubi, cubo dato secundum datam rationem majoris. Nam factus ille est numerus solidus, continens soliditatem parallelepipedi recti, cubo dato toties, quoties data ratio exigitur majoris, & pro basi quadratum à numero lateris, pro altitudine numerum habentis, qui ad numerum lateris sit in datâ ratione. Ut igitur hæc soliditas sub formâ parallelepipedi concepta, suscipiat cubi formam, extrahenda est radix cubica. Hæc enim indicabit numerum partium lateris, à quo descriptus cubus cubo proposito secundum datam rationem major sit. E.g. duplicanda sit Apollinis ara formæ cubicæ: habeat autem in latere suo 100 pedes

pedes. Numerus huic numero in ratione dupli  
 respondens est 200. Planum areae sive quadratus  
 numerus a latere 100 est 10000 pedum quadra-  
 torum. Duc eum in respondentem numerum  
 200, tanquam, in altitudinem futuri parallelepidi.  
 Constituetur soliditas parallelepidi ad aram Apol-  
 linis dupli 2000000 pedum cubicorum, per th.  
 21. disp. præced. Ex hoc numero extrahe radicem  
 cubicam. Provenient 123 pedes cum nonaginta  
 novem centesimis unius pedis quam proximè pro  
 latere cubi, magnitudine suâ dupli ad aram pro-  
 positam. *Quamproximè*, dico; quoniam cu-  
 bicè multiplicatum paulò plus reddit, quam  
 2000000. Verùm quia differentia seu excessus  
 non est admodum sensibilis in materiatis operibus,  
 latus hoc eodem loco habetur, quo legitimum &  
 verum. Quod autem leviter, a vero dissentiat,  
 causa est numeri, unde extractum fuit, conditio,  
 qui non est numerus verè cubicus, sed surdus.  
 Surdorum autem numerorum & figurarum tali-  
 bus numeris expressarum latera non esse præcisè  
 stabilia, disput. prox. th. 40. commemoratum  
 fuit. Alias hujus mesolabii duplicis insignes &  
 præclaras utilitates Clavii geometria practica  
 suppedirabit. Aristoteles hic nos  
 jubet quiescere.



Apostro

*Apostrophe ad Lectorem.*

**P**roposueram, candide Lector, si quis talis mihi futurus es, qui hucusq; producas lectionem, nec, quod commune rerum mathematicarum est fatum, in medio, ne dicam in limine, resiliat; proposueram, inquam, mihi, & pæne sponcione datâ firmaveram, in præfatione hujus opusculi, eadem methodo reliquarum partium matheseos spicas ex latifundiis Aristotelicis colligere. At enim creverunt pagellæ sub manibus. Ided ne pro enchiridio volumen daretur, quæ nunc affecta in musicis, opticis, astronomicis, geographicis, mechanicis, & tantum non consummata habemus, in alium locum tempusq; differimus, simul & edendorum illorum & horum poliendorum consilium, ex tuo de his editis judicio moderaturi, dummodò vita in hoc rerum omnium fatali turbine suppetit. Interim Catone hoc qualicumq; contentus eris; neq; peritis, sed tironibus, in usum lycæi nostri aut cujus interest, ne omnia deinceps labore molestissimo tam docenti, quam discenti, ad calamum dictanda sint, typis exscripta memineris, quæ hîc legis; non ut classicos autores, discantum manibus excutiamus, sed ut potius brevitate &

quã licet, perspicuitatis ac ordinis luce, ad  
evolvendos illos juventutem invitemus.  
Hic finis: hic scopus noster. Si quis autem  
est hoc animo scripturiens, ut confixis  
cornicum oculis, sua pejora veterum me-  
lioribus substi tuat, & ut est in proverbio,  
musterdam loco piperis vendat, cum  
cum & improbè noxius sit & stolidè arro-  
gans, superiorum imperiis ac co-  
ercitione refranandum  
existimo.

### Errata.

*p. 23. th. 7. Teit. ult. p. 32. th. 30. alternat & continuat.  
p. 99. th. 68. per th. 59. & verò per th. 66. p. 103. th. 66.  
observandum h. l. p. 105. th. 92. ut & th. 70. p. 106. th. 95.  
per th. 72. p. 123. th. 17. quot in cuba insunt.*

## FINIS.





1  
s  
n





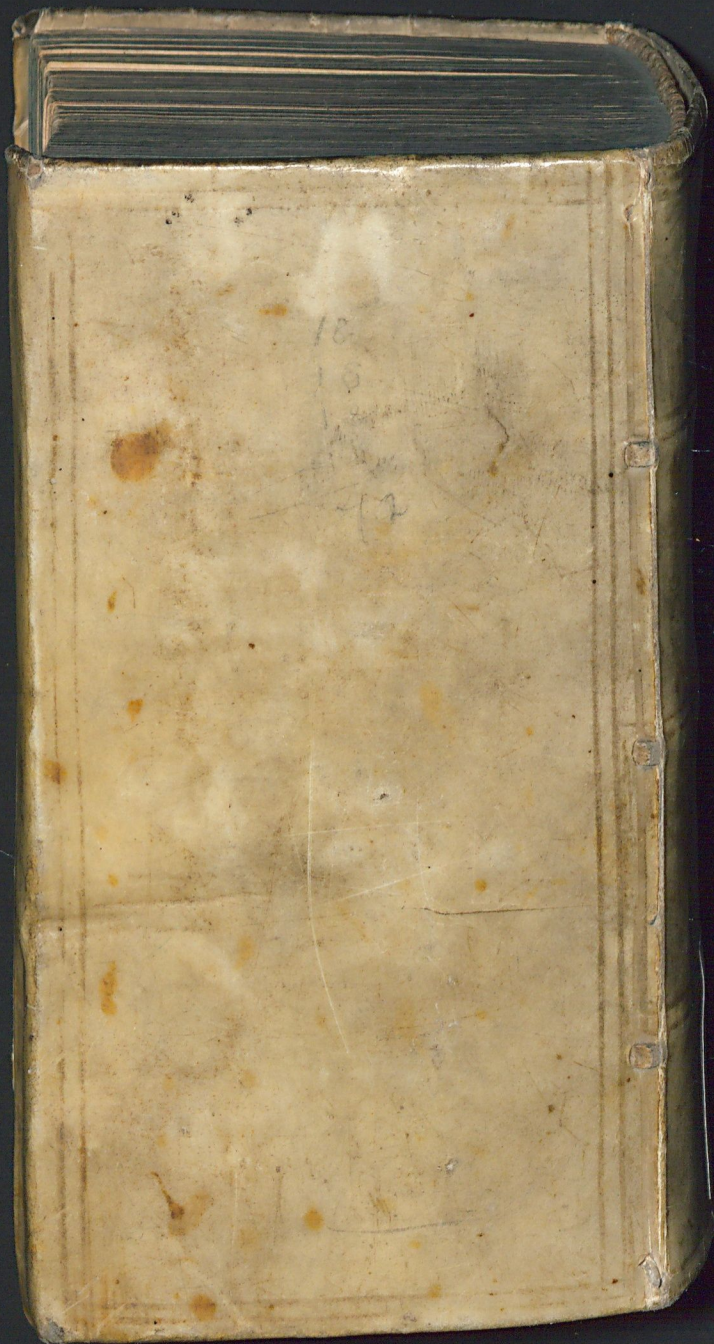
Ung IV A 220

ULB Halle  
003 128 660 3

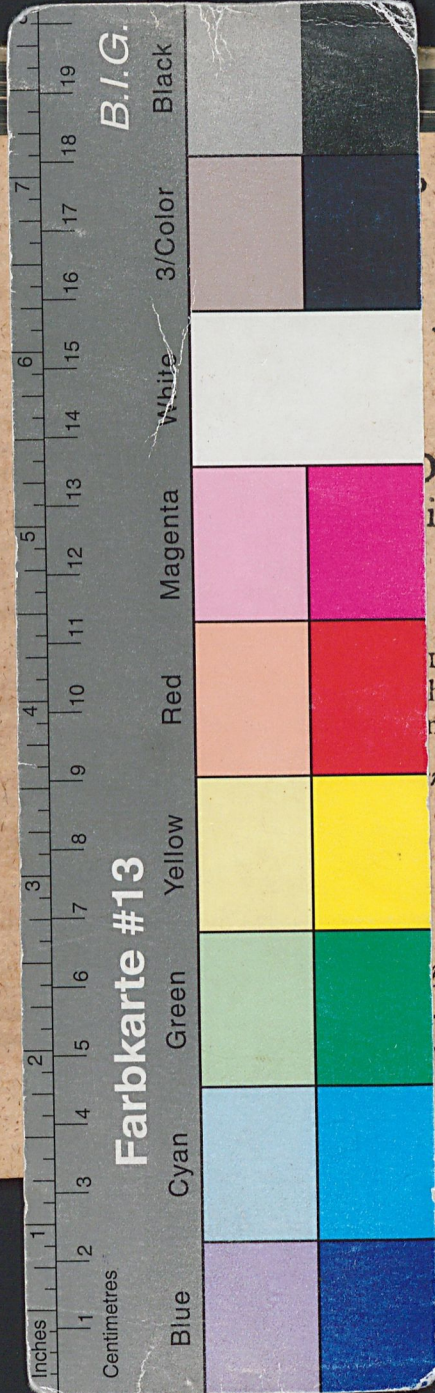


Sb.

7



10  
19  
12



B.I.G.

Black  
3/Color  
White  
Magenta  
Red  
Yellow  
Green  
Cyan  
Blue

Farbkarte #13

PARS IV.  
ILOSOPHIAE ARISTOTELICAE

*Continens*

LOGICAS MATHE-  
maticas ex Aristotelis  
operibus,

*Studio & operâ*

FRIDERICI MULLERI Profes-  
soris Mathematicarum publ. in Acade-  
miâ LIPSIENSI

*hucusque primum exhibitas.*



LIPSIÆ,

apud Caspari Cloßmanni.

M. DC. XXV.

7

