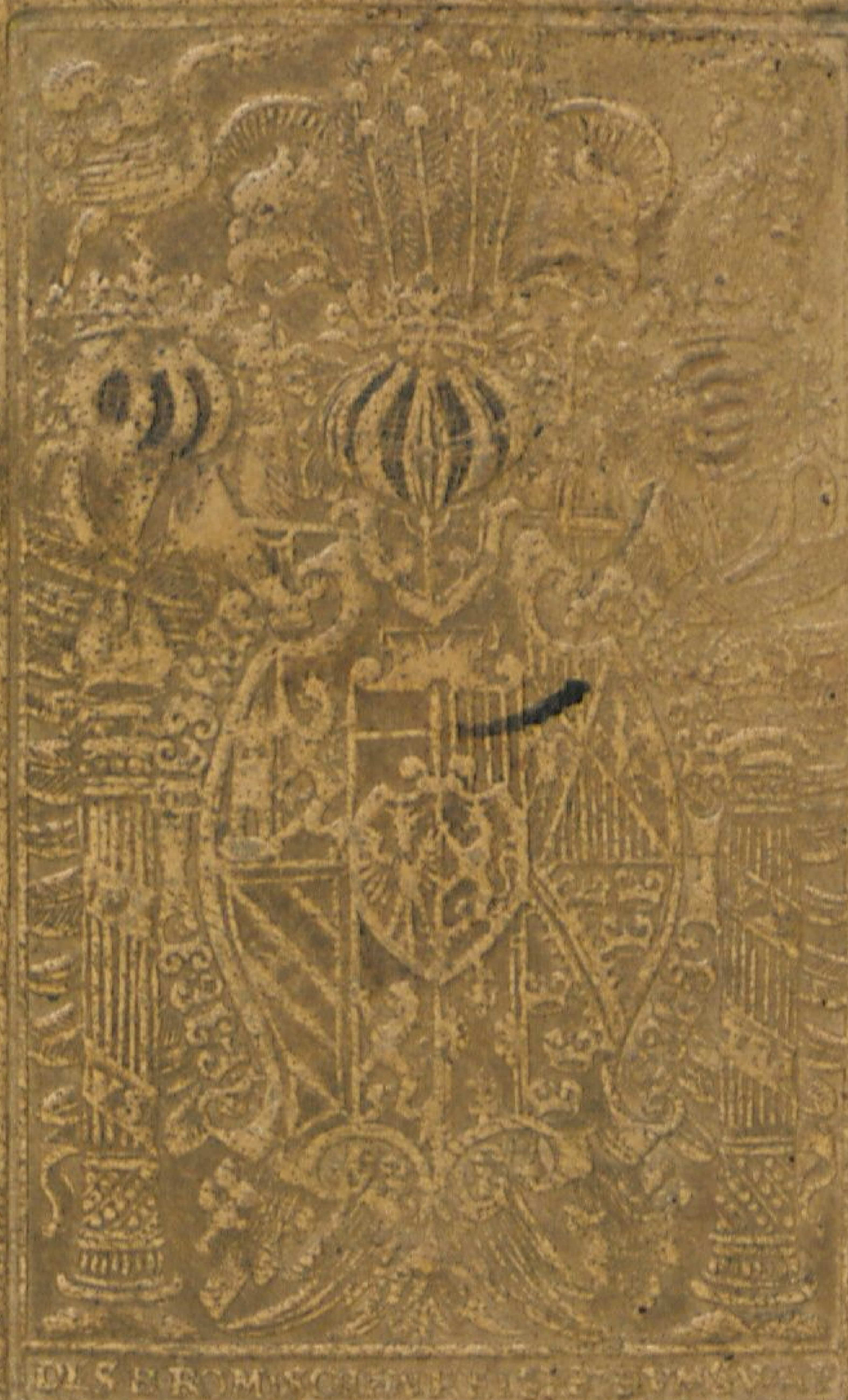
AVD



16

e. 2 a.

(1) Pselli Arithmetica

" id. Geometria.

und

Prokli Sphaera

PSELLI GEOMETRIA,

Guilhelmo Xylandro
interprete.

IN GRATIAM

Illustrißimi Principis ac Domini,
Domini
CHRISTOPHORI RADZIVIL,
Ducis Pirzarum & de
Dubinkis &c.

Edita in Academia Lipsensi.

* * *

In fine accesserunt duæ ab instituto
præsenti non alienæ Epistolæ Præstan-
tiss. Mathematicorum

CVNRADI DASIPODII
&
IOHANNIS PRÆTORII.

LIPSIÆ,
Typis Abrahami Lambergi, Anno 1601.

Illustrissimo Principi ac Domino,

Dn. CHRISTOPHORO RADZIVIL, &c.

Illustrißimi fortißimiq́; Principis ac Domini,

Dn. CHRISTOPHORI RADZIVIL, &c.

Ducis Birzarum & de Dubinkis Palatini Vilnensis, Exercituum magni Ducatus Lituaniæ Generalis Solecensi, Vrzendoniensi, Kokenhausensi, &c. Capitanei.

Filio generosissimo tantoq́; patre dignissimo, Domino suo Clementissimo.

ORdinis ratio, quæ dux optima omnium doctißimorum iudicio censetur esse in discendo requirit, vt in proposita ἐγκυκλοπαιδείᾳ nobilißimarum disciplinarũ Mathematicarum, post vtilißimã Arithmetices explicationẽ, quam in simpliciũ, comparatorum & figuratorũ numerorũ contemplatione consistere potißimũ videm⁹, sequatur ipsius Geometriæ declaratio: & illa quidẽ ex ipso Psello viro apprimè docto, & absolutæ subtilitatis Mathematico deducta. Nã debet hic author esse commendatißimus omnibus liberalis scientiæ studiosis, non tantũ hoc nomine, quod olim temporum iniuria, cum summo discentium detrimẽto penitus in vetustis bibliothecis sine fructu delituit; sed etiã quod præ omnibus alijs, qui in hoc præsertim subtilißimo argumento desudarunt verã illam viam regiã, perueniendi ad Geometriã, à summo Ptolomæo rege, in ipso etiam Euclide desideratam, digito quasi nobis monstrauit. Etsi enim præter Euclidem nostrum, Hippocrates quoq; Chius, Leo, Theudius, Hermotimus, Theon & Proclus, magnã inierunt gratiam apud

apud gratã posteritatẽ, quod nobilißimam hanc disciplinã, vt vsu, ita neceßitate latißimè in communi hominum vita patentẽ, atq; olim hinc inde sparsam, per elementarem institutionẽ nobis reliquerint. & multò adhuc maiorem laudem meruerunt Thales Milesius, Pythagoras, Architas, Eudoxus, Plato, Aristoteles, Archimedes, Heron, Proclus, Ctesibius, Prisco, Diogenet⁹, quod nõ tantum ex infinita penè problematũ Geometricorum multitudine res omnium difficilimas, & obscurißimas præ cœteris attingere, sed & iucundißimã præceptorũ Geometricorum cõtemplationem posteris fideliter communicare, & ad communẽ vtilitatẽ trãsferre voluerint: Tamen nihilominus parem cum illis omnibus laudẽ, si non maiorẽ, sibi iure depòscit, doctißimi Pselli labor & industria; siue in hoc authore elementarẽ spectemus institutionẽ succinctã, siue vsum ex præceptis latißimè patentẽ, siue etiã magnas & difficiles in Geometria cõtemplationes. Vt interim taceã breuitatem Laconicam, coniunctam cum mira perspicuitate, Methodum item, cum ad docendum, tum ad discendum aptißimam conuenientißimamq;, nec non totius operis absolutã perfectionẽ. Quamuis autem hic scriptor in eo potißimum sermonis genere, in quo artẽ ipse tradidit, cognoscendus esse videatur, magis enim conducit ex ipso fonte, quam ex lacunis aquas haurire: Quo consilio etiam ante duos supra decimũ annos in græco sermone non tantum meo studio editus, sed & studiosæ iuuẽtuti Mathematicis disciplinis addictæ explicat⁹ publicè est: Tamẽ cum nihil planè intermittendũ mihi sit, quod illustriß. Celſ. tuæ conducere videatur

deatur in hoc nobilißimo profeßionis genere, & verè regio ſtudio, ad quod Clem. tuã diuinitus natam eſſe apparet; placuit ſanè hoc tempore præſtantißimi artificis Latinam verſionẽ elegantißimã doctißimi Guilhelmi Xylandri, de linguis & Mathematicarum diſciplinarũ ſtudijs præclarè meriti, in gratiam C.T. & quidem ſub nomine eiuſdem illuſtri prælo iam dennò ſubijcere. Quã meã qualemcunq; operã & ſtudiorum ſignificationem vt illuſtrißima Celſ: tua pro ſua erga me clementißima voluntate, in optimam partem accipere, & me meaq; ſtudia ſibi etiam in poſterũ commendatißima habere velit, eandem debito ſubiectionis ſtudio etiam atq; etiã rogo. Deum verò præpotentem oro, vt hanc floridã ætatem Celſ. tuæ virtute ſua cœleſti gubernet ac regat, ſoſpitet atq; conſeruet incolumem valetudinem, proſperoſq; ac felices ei ſucceſſus ſtudiorũ largiatur. Quo ſalua floridaq; C.T. non modo nominis & fortunarum amplißimarum Parentis celſißimi ac fortißimi Principis, hæres ſit, ſed etiam virtutes illius longè præclarißimas ſtrenuè olim, & cum laude imitetur. Lipſiæ XXV. die Auguſti, quo vir incomparabilis & Magni illius Lutheri fidelus παραστάτης Philippus Melanthon VVitebergam venit, ante annos octuaginta duos. Anno Chriſti 1601.

Illuſtr. Celſ. tuæ

Deditiſs.

Chriſtophorus Meurerus D.

Mathematum Profeſſor Academiæ Lipſenſis, & eiuſdem Reipub. Phyſicus ordinarius.

GEOMETRIA PSELLI.

PVnctum est, cuius nulla pars existit: Linea, cuius partes sunt pũcta: Superficies, cui⁹ partes sunt lineæ: Corpus, cui⁹ partes sunt superficies. Vel aliter: Punctum est momentũ quod non fluxit: linea verò, punctus fluens: superficies, ex fluxu lineæ: eodẽ modo & corpus, ex superficiei fluxu definiamus. Iterũ: Punctum est, quod omni dimensione uacat: linea, id quod unam habet dimensionẽ: superficies, quod bifariã dimetimur: corpus quod trifariã. Hoc modo in cõponendo, sumpto ab unitate initio, vna dimensione quoduis suo præcedente mai⁹ est: & indissoluendo, una semper dimẽsione à priore posterius deficit. Linea alia recta est, alia curua. Recta, quæ æqualiter inter sua pũcta jacet: curua, quæ secus. Curuarũ linearũ uariæ sunt species. nã alia circularis uel rotunda, alia uoluta, deniq; alia obliqua dicitur: reliquæ uerò omnes mixtæ seu cõfusæ uocãtur. Rotunda dicitur, quæ circunducta, in id punctũ à quo incœperat, desinit. Voluta, seu uolubilis, quæ ab interiori parte ad exteriorem circumducitur. Obliqua, quæ ad anteriora obliquè pergit. reliquæ definitionibus non distinguuntur. Superficierum aliæ sunt planæ, aliæ inæquales. Planam uocant, quæ ex æquo suis lineis interiacet: quæ secus, inæqualis dicitur. Parallelæ lineæ sunt, quæ in eadē superficie in infinitū si eijciantur ad utrasq; partes, in neutrum concurrunt. Angulus planus, est flexus duarū linearū, vnius ad alteram, siquidē illæ in plano aliquo mutuò sese contingant, neq; in vna linea ambæ sint. Angulorū alij sunt rectilinei, alij non. Rectilinei, qui sub duob. continentur rectis lineis: non rectilinei, qui contrà. Porrò angulorū rectilineorum hæ sunt species: rectus, obtusus, acutus. Nā si linea recta in rectā incidēs, angulos ex vtraq; parte æquales effecerit, vterq; rectus est: si inæquales, alter eorū obtusus erit, alter acutus. Obtusus quidē, is qui maior recto: acutus, q minor existit. Ambo verò hi simul sumpti, duobus rectis sunt æquales. nā quocunq; modo recta linea rectæ insistat, duos angulos, aut rectos, aut duobus rectis æquales efficit. Et si insistens, eā cui insistit, dispescat, qui hac diuisione efficiuntur anguli, aut recti sunt omnes, aut quatuor rectis æquales. Quod si in vnò aliquo puncto complures rectæ lineæ ali-

quam

quam dissecuerint, quotquot anguli eo modo efficientur, ij omnes simul sumpti, quatuor rectis æquales erunt. Quicquid enim spacij circa hunc punctum diuisionis ex omni parte est, id omne quatuor rectis completur angulis, neque his plures admittit natura. Figurarum planarum principium est trilatera, hoc est triangulus. Duæ enim rectæ lineæ spacium nullum includunt. Includuntur autem spacia à figuris: earum igitur primæ sunt trilateræ. diuiditur autem triangulus in tres species, & denuò in tria genera diducitur. Triangulorum enim alius est æquilaterus, alius æquicrurus seu æquipes: alius denique totus inæqualis, Græci scalenum vocant. Æquilaterus est, qui tribus æqualibus continetur lateribus: Æquicrurus, duo habet latera æqualia: Scalenus, trium est inæqualium inuicem laterum. Iterum aliqui triangulorum rectanguli, alij obtusianguli, alij item acutianguli dicuntur. Rectangulus est, qui vnum habet rectum angulum: neque enim duos habere rectos potest. Obtusiangulus, qui vnum habet obtusum angulum: nam & hic alter non admittitur. Acutiangulus, tres habet acutos angulos.

Trilateris proximæ in ordine ſunt quadrila-
teræ figuræ. Quarũ alia quadratũ dicitur, fi-
guræ æqualibus quatuor lateribus ad angulos
rectos conſtituta. Aliam altera parte longiorẽ
ferè uocant, quatuor rectis angulis conſtantẽ,
non tamen & omnibus æquis lateribus comple-
xam. Eſt & Rhombus, figura quatuor æqua-
libus lateribus cõprehenſa, ſed nõ rectangula,
& rhomboides, uel ſimile rhombi, neq; æquali-
bus omnibus lateribus, neq; ad angulos rectos
conſtitutũ. Horum omniũ commune eſt, ut ſint
parallelogramma, hoc eſt, quæuis duo oppoſita
latera in illis & parallela ſeu æquidiſtantia
ſint, & eiuſdem longitudinis, nec non & anguli
bini oppoſiti æquales. Quæ præterea ſunt qua-
drilateræ figuræ, Trapezia Græcis uocantur,
id eſt mẽſulæ. Sequuntur multilateræ, ut quin-
quangulæ, ſexangulæ, ſeptangulæ, & reliquæ.
Quinquangularũ quædam ſunt, & æquilate-
ræ, & æquiangulæ: aliæ æquilateræ quidem, nõ
tamen æquiangulæ. Item quædam neq; laterũ
æqualium, neq; eiuſdem magnitudinis angulo-
rum. Dari uerò quinquangula figura æquali-
um angulorũ non poteſt, cuius latera ſibi inui-
cem ſint inæqualia: ſicut neq; in reliquis multi-

angulis figuris hoc usu uenit, quæ omnes eãdem diuisionem suscipiunt, quam de quinquangulis retulimus. At circulus figura est plana, una linea cui circumferentiæ nomen est, contenta: ad quam ab uno puncto, eo nimirum quod in medio cõsistit, quotquot lineæ eijciãtur, omnes sibi inuicem æquales sunt. Id punctum, centrũ circuli appellatur. Diameter uerò, linea est ꝑ circulũ ducta, & in utramq; partem circũferentiæ eius desinens: ea linea circulum in duas æquales partes dirimit. Cæterum diameter, earũ figurarũ quæ & æqualia latera habent, & parem angulorũ numerũ, linea est ꝑ medium earũ ducta, & ex utraq; parte ad oppositos angulos finita, quæ & ipsa figurã in duas æquales portiones partitur. Quod si ei figuræ circulus circũscribatur, ea quã diximus diameter, per centrũ circuli eius transibit, & ex utraq; parte ad circũferentiã terminabitur. Circulus uerò rectilineæ figuræ circũscribi dicitur, si ita circũcirca ambiat, ut extrinsecus omnes angulos cõtingat. Inscribitur idẽ eidẽ, si ita intrà collocetur, ut omnia latera contingat. Rectilinea porrò figura rectilineæ circũscribi dicitur, cũ foris circũposita, omnes eius angulos suis late-

ribus attingit. Inſcribitur item, quando intrò poſita, ſuis angulis omnia eius tangit latera. Atq; hæc ſanè de qualitate figurarũ planarũ. Si quis enim præter eas quas commemorauim⁹, planam aliã figurã cõminiſcatur, eã is aut ex dictarũ diuiſione, aut ex cõpoſitione excogitauerit. Quod genus ſunt ſemicirculi, portiones circuli, ſector eiuſdẽ, & quadrati gnomon, quẽ vocãt. Semicirculi quidẽ dimidiæ ſunt partes circuli, diametro, & ea parte circũferẽtiæ, quã diameter vtrinq; abſcindit, contentæ, æquales inuicem. Portiones autẽ circuli, partes eius ſũt, contentæ recta quadam linea, & circũferentiæ partib. à ſe interuentu eius lineæ dirẽptis, inæquales tamen illæ. Sector circuli eſt & ipſe circuli pars, angulo ad centrũ cõſtituto, & aliqua portione circumferentiæ, quæ ſub eius anguli lineis cõprehenditur, conſtans. Id genus figuræ diuiſione deprehenduntur, compoſitione autem gnomo. Eſt autem gnomo, vnum quadratum circa diametrum quadrati, cum duobus ſupplementis: vt hæc figura ſub oculos ponit. Is gnomon à toto quadrato ſublatus, ipſum minuit: neq; tamen alterat, aut in aliam formam transfert. Idemq; appoſitus, au-
get,

get, non etiam alterat. Verùm vt diximus, de qualitate figurarum planarum hactenus satis: restat vt iam nunc de quantitate, qua ipsarum anguli inter se differunt, loquamur.

Proinde si ordine rectilineæ planæ figuræ collocentur, quælibet earum præcedentem se duobus rectis angulis superat: quod sic fiet perspicuum. Omnis trianguli, tres anguli duobus rectis æquales sunt: est hoc Euclidis libri elementorum primi capitulum 32. quod & nos, quo res fiat dilucidior, explicabimus. Sit triangulus ABC, extendaturq́ linea BC vsq; ad punctum D. dico angulos ACB, & ACD, duobus rectis æquales esse insistit enim linea AC, lineæ BD. Diximus autẽ suprà, si recta rectæ insistat lineæ, eo modo aut duos rectos angulos effici, aut duob. rectis æquales. His ita habentib. vbi ostensum fuerit angulũ ACD, duob. his CAB. & ABC simul sumptis, æqualem esse, erũt vtiq; omnes tres anguli propositi trianguli, duob. rectis æquales. Sed angulũ ACD, angulis CAB, & ABC, æqualem esse, hinc constat. Si recta linea in æquidistãtes (has enim parallerallelas uocamus) rectas lineas incidit, anguli coalterni, quos Enallax Græci uocãt seu alternatim positi, æquales sunt. Sint enim parallelæ AB, & CD. in has incidat linea EF. conspicuũ igitur etiã sensui hoc est (ne singulis demonstrãdis immorantes in longũ extendamus orationẽ) quod anguli coalterni AEF & EFD, æquales sunt: iterumq́ anguli BEF, EFC, eodem modo positi, & ipsi æquales. Iterum, si per parallelas rectã trãseat, exteriores anguli interioribus & oppositis æquales sunt. In lineas enim parallelas AB, & CD, incidat linea EF. sintq́ signata puncta GH, quo loco per illas transit. Iterũ ex aspectu patet, quòd angulus exterior EGB, angulo interiori & opposito, uidelicet GHD, æqualis est: & angulus FHD, angulo HGB æqualis. Itemq́ anguli EGA, & GHC, æquales: similiter anguli FHC, & HGA. Quæ cum sint, ad propositũ redeamus: sumaturq́ denuò triangulũ ABC, cum extensa ulterius linea BC, usq; ad punctũ D: ducaturq́ linea, quæ parallela sit lineæ AB, linea CE. In has parallelas quoniam incidit linea AC, anguli alternatim positi BAC & ACE, æquales erũt. Iterũ, quoniã per dictas æquidistantes transijt linea

nea BD, erit externus angulus ECD, angulo interiori & opposito ABC æqualis. Ita fit, ut totus angulus externus ACD, duobus angulis BAC & ABC æquetur. Ergo duo hi anguli cũ tertio coniuncti ACB, duobus rectis cum sint æquales, constat, tres trianguli angulos duobus rectis esse æquales. Iam omnem quadrilateram figuram in duo partiri licet triangula, quæ cũ omnes suos angulos quatuor rectis æquales obtineant, utiq; omne quadrilaterũ quatuor rectis angulis suos omnes angulos habebit æquales: quo fit, ut duobus rectis angulis excedat angulos trianguli. Proinde etiam in his figuris quæ ordine sequũtur, cuiusuis omnes anguli proximæ prioris figuræ omnes angulos duobus rectis excellũt: siquidem earũ figurarũ excessus eodẽ ordinis tenore procedunt, accepto semper unius anguli incremẽto. Hinc quãtitas perspici potest cuiuslibet anguli, in figuris quæ & æquilateræ sunt, & æquiangulæ. Si enim in quouis triangulo omnes anguli duobꝰ rectis æquipollent: in æquiangulo triangulo, quod idem est æquilaterus, quilibet angulꝰ bessem recti æquet necesse est. Iterũ, quandoquidẽ omnis quadrilateri anguli omnes simul quatuor rectos efficiunt,

ciunt, ergo in quadrato vnusquisq; angulus rectus erit. Præterea quinquangulæ figuræ omnes anguli simul sex rectos adæquant: quinis ergo angulus quinquãguli æquilateri & æquianguli, rectum angulum, eiusq; partem continebit quintam, quæ proportio sesquiquinta dicitur. At in sexangulo cum omnes anguli simul octo rectis respondeant: vnus igitur æquilateri, pariterq; æquianguli sex anguli, rectũ cum eius triente complectetur angulum, quæ ratio est sesquitertia. Eodem modo etiam in subsequentib. ordine figuris, perspecta omniũ alicuiꝰ figuræ angulorum quantitate, quantꝰ sit vnus quilibet angulus eius figuræ, (siquidẽ & æqualib. cõstet laterib. & æquales angulos omnes habeat) ipsa ostẽdet ꝓportio. Est & alia via huiusmodi angulorũ quãtitatẽ inuestigãdi. Si enim alicui figuræ, quæ eo quo diximus modo se habeat, circulum circumscripseris, rectasq; lineas à singulis angulis ad centrum extenderis, anguli qui sic circa centrum constituentur, quatuor rectis æquales erunt. Est autem quinis eorum alicuiꝰ trianguli angulus: sed & omnes anguli cuiuscunq; trianguli, duobus rectis sunt æquales. Igitur si anguli tres circum centrum

sint

sint constituti (quod vsuuenit, si triangulus sit à circulo circūscriptus) ijdemq́ quatuor rectos repræsentent, quiuis eorum rectum, integrum, eiusq́ trientem continebit. Is ergo sesquitertius rectiangulus, à toto triangulo in quo existit, subductus, relinquit duos residuos angulos, bessem recti. Verùm hi duo anguli, vnus angulus simul sunt eius trianguli, cui circulus est circumscriptus, cum vterq́ sit eius dimidiū. Eodem modo de reliquis ostenditur figuris. Verùm hæc de angulis planarum superficierum dicta sufficiant, rectis lineis inclusarum. Restat, vt quomodo inueniatur, quáue methodo manifesta fiat quantitas ipsorum spaciorum, quam Aream dicimus, explicetur.

Quadratum igitur, & ea quadrangula figura, quæ lateribus quidem non omnibus, angulis verò in vniuersum æqualibus constat, nimirum rectis (altera parte longior ea fertur) ex eodem fonte suam dimensionem habent: nimirum multiplicato latere longitudinis per latus latitudinis, quod in quadrato fit æquè æqualiter, hoc est, æquali per æquale multiplicato. Cuius rei causa est, quòd in eo longitudini latitudo æqualis est,

omnesq́

omnesq; anguli eius recti sunt, ita ut nihil neq; inter latera eius differat, neq; inter angulos. Eius igitur area reperitur æquali per æquale multiplicato, idq; auxilio Arithmetices. Eam enim definierunt principiũ esse scientiarũ, fundamentumq;, & sine qua nulla omnino reliquarũ constare possit. Igitur prius numero quodã laterib' quadrati comprehensis (quod fit diuiso latere per cubitos, aut ulnas, uel ad aliud certũ genus mensuræ dissecto) deinde ducto numero longitudinis in numerum latitudinis, qui inde numerus producitur, is debitam spacio figuræ huius quantitatem exhibet: ut quatuor quater sunt sedecim, quinquies quinq; uiginti quinq;, & omninò pro eo atq; figuræ laterũ expansio aliquẽ numerũ suggesserit. Quin & vno quadrati latere cognito, ipsum dimetiri facile est. Quoniã enim omnia eius latera inuicẽ sunt æqualia, idem est siue quis longitudinẽ in latitudinẽ ducat, siue unum latus in seipsum multiplicet. Etiam altera parte longioris area habetur, longitudine, ut diximus, in latitudinem multiplicata, non tamen æqualiter æquali modo, nimirũ quia inæqualitas inter longitudinẽ & latitudinẽ interuenit: ut quater tria, aut quinquies quatuor, aut quocunq; tandē modo se longitudo ad latitudinē habeat. Rhombus verò, & rhombi similes figuræ, cum rectangulæ nō sint, earum areæ nō inuenientur multiplicatione laterum istiusmodi: verùm si super eandēbasin, in ijsdemq; æqui distantib. lineis rectāgula figura quadrilatera fuerit coaptata, area vtriusq; erit eadem. Parallelogramma enim, quæ super eadem basi in ijsdem parallelis constituta sunt, æqualia inuicē esse, Euclides propos. 35. primi Elementorum ostēdit: quod & nos perspicuitatis causa oculis subijciemus. Sit quadratū AB CD, Rhomboides BCDE, super eadē basi BC, & in ijsdem parallelis BC, AE. Dico, quadrato rhomboides æquale esse. Quia enim quæ sunt parallelogrammæ figuræ, (ita vocāt, parallelis lineis vtrinq; inclusas) earum latera opposita sunt æqualia, itemq; anguli: erit latus AD, lateri BC æquale: & iterum latus BC, lateri DE. quo fit, vt etiā linea AD, lineæ DE sit æqualis. Sunt autem etiam lineæ AB & DC æquales, non tantùm eò quòd oppositæ, sed quia omnis quadrati latera omnia sunt æqualia. Ergo duæ lineæ DA & AB, duabus ED & EC æquales sunt. Et quia angulus ADC, vtputa quadrati, idemq; ad lineā AE cōstitutus, rectus est, etiam angulus EDC rectus erit: est etiā angul⁹ DAB rectus. Igitur duo anguli EDC & DAB, recti sunt, rectis lineis æqualib. inclusi. Basis igitur DB, basi EC æqualis est: & triangulus ABD, triāgulo DCE æqualis. His vtrinq; adijciatur æquale quippiā: scilicet triangulus BCD. Ergo totum quadratū ABCD, erit DBCE rhomboidi toti æquale. Idem ostendetur de rhombo, si ad ipsum aliqua rectangula figura super eadem basi ponatur, & intra easdem parallelas. Hinc perspicuum fit, triāgulum, si cū aliquo parallelogrāmo communē basim obtinuerit, steteritq; in ijsdē parallelis eius parallelogrammi esse dimidium. Nam quia omnē parallelogrammum in duo æqualia diuiditur triangula, si alterutrum dictorum parallelogrammorum in duo triangula diuiserimus, vtrinq; triangulus exhibebitur, eandem basin cum suo parallelogrāmo habens, & intra easdem parallelas cōstitutus, viciſsimq; ea ratione parallelogrāmum ad triangulū se habebit: & quia diuisum eo modo in duos æquales triangulos parallelogrammum integro æquale est, sequitur, idē duplum esse dicti trianguli. Est enim duplum dimidij du-

duplum. Ergo triangulus super eadem basi, & inter easdem æquidistantes constituti parallelogrammi dimidium est: quod erat demonstrandum. Hinc constat, etiam reliquis planis figuris quadrilateris, quæ trapezia dicuntur, tum & multilateris diuisis in triangula, eodem deinde compendio quantam habeant illæ aream, inueniri. Ea in triangulos diuisio absoluitur, aut lineis earum figurarum angulis subtensis, aut centro in figura constituto, ad idq; ductis à quouis angulorum rectis lineis. Est enim omnium figurarum principium triangulus, ex eoq; & omnis figura componitur, & in eundem dissoluitur. Quapropter Plato quoq; mysticam quandam in triangulo rationem abstrusam dicebat esse, vt qui perhiberetur causa vniuersalis, & efficiens omnium figurarum. Hoc sanè pacto constat omnium planarum rectilinearum figurarum dimensio.

At verò circulus quia non est rectilineꝰ, dubitandi locū Geometris, quânā ratione vel methodo area eiꝰ inuestigāda esset, reliquit. Et quāuis alij aliter hac de re sentirent, magis assensū est tamē ei modo, quo mediū proportione quadratū, inter quadrata duo, quorum alterum ei

*circulo inscribitur, alterũ circumscribitur, a-
reã circuli continere dicunt, vt ante oculos hoc
schemate posuimus. Ipse quidẽ circulꝰ capacior
existit omni rectilinea figura æquilatera, æqui-
angulaq́; cuiꝰ quidẽ ambitus circũferentiæ cir-
culi sit æqualis, quemadmodũ Theon in primũ
librum Magnæ constructionis Ptolemæi expo-
suit: quia nimirũ est quasi finis ac terminꝰ qui-
dam omnium multilaterarum figurarũ, crebris
quibusdam, adeoq́; veluti continuis angulis sti-
pata figura multiangula. Quo plures verò an-
gulos figura obtinet, eò etiã est capacior, & mul-
titudine angulorũ, & eorũ magnitudine dila-
tata. Quadratũ enim & numero angulorũ, &
eorũ magnitudine, triangulo est prius: itemq́;
quinquangulum quadrato, eodemq́; modo dein-
ceps. Nam demonstrationem huius rei per con-
templationes figurarum propositarum omitti-
mus, ne prolixior nobis fiat sermo. His ita de
dimensionib. seu areis planarum figurarũ ex-
positis, ad solidorũ explicationem transeamus:
quo loco prius nobis de eorum erit dicendum
qualitate, postmodò ad methodum eas dimeti-
endi deueniemus.*

*Generatim igitur vt dicamus: Solidũ dici-
tur,*

tur, quod & longitudinē habet, & altitudinem, & latitudinē: cuius quidē solidi extrema, seu termini sunt superficies. Angulus solidꝰ est, qui conflatur ex angulis planis ad vnum punctum concurrentibus, qui tamē & plures duobus sint, nec in eadem planicie existant. Pyramis, figura est solida, planis contēta, ita quidē vt illa ab vna plana superficie ad punctū aliquod coeant. Prisma, serratile Latinis, solida est figura, ex planis conflata, quorum duo opposita & æqualia sunt, & similia, eadēq; æquidistantia: reliqua parallelogrāma sunt. Sphæra, quē nos etiā globum dicimus, circumductio est siue circumrotatio semicirculi, vt is in idē punctū redeat, diametro permanente. Axis, appellatur sphæræ diameter. Conus, turbo nobis, & meta nūcupatus, aut etiā pyramis rotunda, est trianguli rectāguli circūductio, vt redeatur ad idē punctum, permanente immoto vno eorū latere, quæ rectum angulum efficiunt. Linea quæ ꝑmanet, si æqualis alteri fuerit rectū angulū includenti, conus fiet rectāgulus: si minor, obtusiangulus: sin maior, acutiangulus. Axis nomen sortita linea est, quæ nō cōmouebatur. Basis verò is circulus, qui à circumacta linea rectum angu-

 lum

lum efficiente, describitur. Cylindrus, columnã intellige rotundã, est circũductio parallelogrãmi rectãguli, reditu ad principiũ facto, vno latere immobili manẽte, quod ipsum axis dicitur Bases verò sunt circuli, q̃ à duob. circũuectis oppositis describũtur laterib. Cubus figura est solida, sub sex quadratis æqualib. cõtenta. Octahedrum seu figura octo basiũ, est figura solida sub octo triangulis æqualib. & æquilateris comprehensa. Icosahedrum, hoc est viginti basiũ figura, est figura solida, viginti triãgulis æqualib. & æquilateris inclusa. Dodecahedrũ, id est figura 12. bases habẽs, figura est solida, quã duodecim quinquãguli æquales, ijdemq; cùm æquilateri tũ æquiãguli, cõplectuntur. Verùm de horũ natura iam nũc Philosophandũ amplius est. Planis figuris in rectilineas & in circulos distributis, rectilineæ sanè figuræ, si ad rectos angulos super suas planicies erigantur, prismata efficiunt. Cæterùm quadratum etiam cubum efficit, si æqualiter erigantur ab æqualib. lineæ, æquali modo. Eædem figuræ ad acutos angulos earundem laterib. erectis, & ad vnum aliquod punctum supra se terminatis, pyramides constituunt. Circuli verò si ad rectos angulos erigangantur, cylindros producunt: sin in seipsos flectantur, ad vnumq́ aliquod supra se punctum coarctentur, coni ex eo fiunt. Iidem si in seipsos reuoluantur, quasi torno quodā in sphæras rediguntur. Proinde ab æquilateris & æquiangulis, iisdemq́ æqualib. figuris, hæ quinq́ solidæ comprehenduntur figuræ, pyramis, octahedrum, icosahedrum, cubus, & dodecahedrum: neq́ præter hæc vllum potest fieri solidum, quod æqualib. æquilateris æquiangulisq́ superficieb. includatur. Nam neq́ ex duob. triangulis, neq́ sub duab. quibuscunq́ aliis superficiebus, fit angulus solidus. Sed ex trib. triangulis æquilateris & æquiangulis, primæ pyramidis angulus constat: vt ex quatuor octahedri, & ex quinq́ icosahedri. Sed sub sex, quales dixi, triangulis, solidus angulus nequit contineri: Cum enim sit quiuis angulus huiusmodi trianguli, bes recti anguli: hi sex anguli quatuor rectis æquales erunt. At enim omnis angulus solidus, pauciorib. quàm rectis angulis quatuor conficitur, eo quòd quatuor rectanguli iam ad planam superficiem extendūtur atq́ læuigantur. Atqui nec vna, nec etiam duabus planis superficiebus angulus solidus vllus contineri poteſt. Porrò ex tribus quadratis cõflatur angulus cubi: ex quatuor ſolidum angulum confici impoßibile eſt, ob prædictã cauſam. Item, ex trib. quinquelateris, æquiangulis illis & æquilateris, dodecahedri angulus cõſtat: ex quatuor verò, ſolidus angulus nullo modo cõponetur. Cum enim in huiuſmodi quinquelatera figura quiuis angulus ſeſquiquint⁹ ſit ad rectũ, quatuor id genus anguli maiores vtiq; erunt quàm ſint quatuor recti. Neq; verò ſub multilateris reliquis figuris quantumuis æquilateris & æquiangulis, fieri poteſt angulus vt ſolidus comprehendatur, quia idem abſurdũ obſtat. Quò fit, vt præter dictas quinq; ſolidas figuras nulla omnino conſtitui poßit, quam æquales, eædemq; & æqui lateræ & æquiangulæ ſuperficies complectantur. Hæc res tantæ admirationi fuit priſcis Philoſophis, vt etiam epigrammate haſce figuras venerati ſint, ferè in hunc ſenſum.

Pythagoræ inuentũ ſapientis, quinq; Platonis,
Pythagoras reperit, Plato quas docuitq; figuræ,
Proximus Euclides celebre eſt his nomẽ adept⁹

Enimuerò earũ mutuam inter ſe proportionum rationẽ vniuerſo attribuerunt. Pyramidem

dem quidē igni respondere dicebant, quòd sursum tēderet. Aëri octahedrū, quòd hâc & illâc extendatur id genus figuræ. Aquæ icosahedrū, quòd in multas partes vergat, angulosq́ hinc inde quasi diffundat. Cubū terræ aßignauerūt, nimirū cōstantißimum: sphæræ autem, hoc est cœlo, dodecahedrū, quòd quia ex pentagonis cō flatū est, angulorū numero reliquis præstaret, eaq́ ratione & capacius esset, & ad sphæræ naturā propius accederet. Sed hæc quidē hactenus de solidarum figurarum qualitate: pergamus modò ad methodum, qua areæ huiusmodi figurarum sub mensuram veniunt.

Ergo rectangula, vt cubus, & prisma quod ab altera parte longiore superficie natum est, eodē modo dimetiri licet, quo in planis de quadrato & altera parte lōgiore figura tradidimus: idq́ ipsū, suppetias ferēte Arithmet. vt in cubo, quater quatuor sunt sedecim: rursus hæc ipsa quater, sexaginta quatuor, si latera cubi quaternario constent. Et in eo quo de diximus, prismate, quatuor bis sunt octo: ea bis, sedecim, siquidem eo modo se huius serratilis latera habuerint. Et hæc quidē horum dimetiendorum est via. Reliqua solida parallelepipeda (id

genus sunt, quorum superficies quibus includuntur, inuicem sunt æquidistantes) quæ non sunt rectangula, possunt sub dimensionem venire, ad ea coaptatis rectangulis. Nam quo modo super eadem basi existentia, & inter easdem æquidistantes lineas parallelogramma æqualia sunt: & iterum, quemadmodum triangulus intra easdem parallelas, & super eandem basin constitutus cum parallelogrammo, eius est dimidium: atq; hæc quidem in planis: eadem ratione etiam in solidis, prisma basin triangulam habens, & super vna aliqua basi cum parallelepipedo constitutum, intráque easdē æquè distantes superficies, eius parallelepipedi dimidium est. At prismata, quæ non sunt parallelepipeda, neq; basin habentia triangulam, & ipsa diuiduntur in prismata alia, quorum bases sunt triangulæ, deinde eorum dimensio similis est dictorum: sicut in planis reliquas figuras, neq; triangulas, neq; parallelogrammas diximus dimetiendas, mediante diuisione in triangulos. Iam quoniam quælibet pyramis triens est eius prismatis, quod eandem basin habet, & æquè altum est: (sicut appendix habetur octaui capituli, duode-
cimi

cimi libri elementorum Euclidis) nimirum etiam pyramidis dimensio per prisma inuenietur. Atque octahedrum etiam, & dodecahedrum & icosahedrum si in pyramides suas diuidas, per has deinde eorum quantitatem venari possis: quæ diuisio ita absoluitur, si planæ eorum superficies quibus compræhenduntur, ad centrum coarctentur: videlicet, vt pyramidum harum bases sint externæ illæ superficies: omnium verò acumen seu vertex, idem intrinsecus centrum. Cylindrus quidem, eo quòd continentibus circulis constat, eandem iis qui eius dimensionem aggrediuntur, difficultatem afferet, quam ipse circulus. Videtur tamen, siquidem latitudini æqualis sit altitudo qua erectus est, cubo qui medius sit duorum, quorum alter ei Cylindro inscribatur, alter verò circumscribatur, æqualis esse. Sin inæqualis sit altitudo, ei prismati, quod medio loco proportionale est inscripti et circũscripti huic Cylindro serratilis. Ita fiet, vt & cylindri quantitas haberi poßit, cognita cubi vel serratilis dimẽsione. Conus aũt triens est cylindri eius, qui eandẽ basin habuerit, & altitudinẽ, argumẽto vndecimi cap. 12. lib. Elem. Eucl. vt hui⁹ quoq; mẽsura ex Cylindro constet.

Quin

Quin & sphæra æqualis habetur ei cubo, qui media proportione interuenit duob. cubis, quorum vnus ei inscribatur, alter circũponatur: vnde fit, vt ex cubi dimensione sphæræ quantitatẽ assequi liceat. Et, vt in vnam summam omnia contraham, quemadmodum in planis diximus, per quadrati & altera parte longioris dimensionẽ, etiam reliquarũ planarũ superficierum quantitates innotescere: eodem modo etiam in solidis intelligendum est per cubum, & id prisma, quod ab altera parte longiori ortum est superficie, etiam reliquarum solidarum figurarum ad quantitatem posse deueniri. Proinde hæc satis sit de dimensione solidarũ figurarum dixisse.

Dicatur etiam nobis de augmento, hoc est, quomodo duplæ triplæúe efficiantur, aut alio quouis modo augeantur. Etenim qui perspectã habere huiusmodi incrementorũ rationem velit, prius hoc cognouisse eum opus erit, quòd si tres rectæ lineæ ordini suo Geometrica proportionalitate collocentur, quemadmodũ se prima habebit ad tertiã (neq; interest quicquã, à minore vel à maiore incipias) eodẽ modo se habebit quadratũ primæ ad quadratũ secundæ, quæ

est

est appendix propos. 19. lib. Elem. Euclid. 5. Præterea si quatuor eodem modo proportionales lineæ ponãtur, quæ ratio est primæ ad quartã, eadẽ est cubi lineæ primæ ad cubũ lineæ secundæ. Vtrumq; in numeris facilè patet. Sint enim tres numeri ꝓportionales, duo, quatuor, octo. Igitur quæ est proportio binarij ad octonariũ, eandẽ quadratũ binarij obtinet ad quadratũ quaternarij, nimirũ quatuor ad sedecim, quorũ numerorũ alter binarij est quadratũ, alter quaternarij. Ergo vt duo ad octo subquadruplã rationẽ obtinent, nimirũ à minorib. auspicãti: sic binarij quadratũ, quatuor ad sedecim, quod est quaternarij quadratũ. Nam & hæc ratio est sub quadrupla. Iterum sint quatuor numeri proportionales, duo, quatuor, octo, sedecim. Igitur hic etiam, quæ est proportio binarij ad sedecim, eandem habet cubus binarij ad cubum quaternarij. Vt, bis duo sunt quatuor: hæc bis sumpta, octo efficiũt, qui est cubus binarij. Rursus quater quatuor sunt sedecim: hæc quater, faciũt sexagintaquatuor, cubũ videlicet quaternarij. vt igitur binarius ad sedecim est suboctuplus, sic & cubus binarij octo ad cubũ quaternarij, sexagintata quatuor, si boŕuplus existit. Quæ cùm ita sint, ad propositum accedamus. Proinde si voluerimus quadratum, aut cubũ quacunq; ratione maiorem facere, si quadratum, accipimus vnum eius latus, & præterea aliam rectam lineam, quæ in tantum excedat dictum latus, in quantum nos propositum quadratum augere instituimus: hisq; interponimus tertiam medio loco inter has proportionalem, vt omnino tres sint proportionales lineæ, prima latus propositi quadrati, secunda medium proportionale: tertia verò, ea quæ hac ratione se habet ad primam, qua se id quod quærimus quadratum, ad propositum debet habere. Iam si describamus quadratũ cuius latus sit media illa linea, id se habebit ea ratione ad propositũ quadratũ, quo modo tertia linea primam superat: quod quia fit ea ratione, secundum quã nos propositũ quadratũ voluimus maius efficere, iã res cõfecta est. Cubũ porrò si maiorem reddere voluerimus, adhuc eius accipimus vnum latus & deinde aliam lineam, cuius ad latus dictum ea sit proportio, quæ debet esse eius quem quærimus cubi ad propositum. His duas alias medio loco proportionales interijciemus, vt sint omni-

omnino quatuor lineæ continuò proportionales: prima, si à minore ordiamur, cubi latus: secunda, ei proportionalis: tertia, & ipsa in eadem proportione ad secundã se habẽs: quarta demũ ea sit ad primã proportione, qua cub⁹ maior factus ad propositũ existet. Ergo si cubus describatur, cuius latus sit secunda: is eam obtinebit ad propositum cubum proportionem, quæ est quartæ lineæ ad primam: hæc aũt erat ea ipsa, secundum quam cubum maiorem facere institueramus. Ergo is cubus ad secundam lineam descriptus, ea qua voluimus proportione se ad propositũ habebit. Hoc artificio vsus est Plato tum temporis, cum Athenas pestis inuasisset, datumq; oraculum esset, fore vt malo hoc liberarentur, si arã Apollinis duplã effecissent. erat aũt iam antè cubus. Hæsitantib. tũ Atheniensibus: Videtur mihi, inquit Plato, Deus neglectæ vos Geometriæ ergò incessere. Pòst discipulos suos iußit inter duas lineas, quarum vna æqualis aræ lateri erat, altera ad hanc dupla, inuenire alias duas lineas proportionales medio loco inter prædictas. eo enim deniq; pacto aram duplam effici posse, si cubus describatur, cuius latus sit linea illa, quæ lateri

prioris

prioris cubi esset in ordine proxima. Quin etiã si altera parte longior fuerit figura, vel etiam solidum ex ea ortũ, in his augẽdis eâdem vtemur methodo, huiusmodi nimirum proportionalitate tam pro latitudine quàm pro longitudine seorsim exposita, quia nimirũ hæc inter se sunt inæqualia: deinde ex vtraq; proportionali serie duas debitas lineas, quæ sanè erunt inæquales ad constitutionem maioris superficiei aut solidi sumemus. In augendis reliquis vel parallelogrammis vel parallelepipedis, primùm augebimus ea quib. ipsorũ dimensionem habere possumus: tum eo modo aucta coaptabimus figuris eiusdem omnino generis (cuius proposita est figura) quæ & supra iisdem basibus, & vel intra easdẽ parallelas, vel inter easdẽ æqui distantes superficies consistant: tunc expetitã auctionẽ habebimus. Neq; aliter res habet cũ reliquis figuris. Si enim eas in triangulos aut in prismata quorũ bases sint triangulæ dissecuerimus, vbi proposita ratione partes hasce auxerimus, & eas deinde coniunctas ita concinnauerimus, vt fiant figura vna eiusdem generis cũ ea quæ augeri debuit, propositi nos cõpotes factos esse certum est. Ex sertalib. etiam pyramidas

midas eodem modo augebimus, easq; item figuras, quæ in pyramidas resoluuntur. Quia enim pyramis est tertia pars prismatis, super eadem basi constituti, & æqualis altitudinis existentis, ex rata portione omnium quid fieri debeat, cognoscemus. Cæterùm circuli & sphæræ, reliqua item solida, quorum bases sunt circuli, augentur & hæc omnia incremento earum figurarum habito, quib. æquales eas censeri diximus, vt deinde similes harum figurarũ quas augere volumus, auctis illis quæ circumscribuntur & inscribuntur, coaptentur. At enim ratio eas augendi exacta magis certiorq; est, sumptis earũ vel diametris, vel basibus, vel etiam axibus, tumq; ea methodo quam de rectilineorum laterib. tradidimus, proportionalib. inuentis. Id in circulo fit sola diametri ratione, itemq; in sphæra, qui in hac eadem linea & axis est, & diameter. In conis autem, & Cylindris, & à basium diametro, & à proprijs axibus hæc proportio quæri debet. nã si ex proportionalitate vtroq; inuento figura qualem petimus describatur, absoluimus iam auctionẽ institutam. Quo igitur pacto augeri & planæ figuræ & solidæ possent, in hunc modum ostẽsum

 sit.

sit. Atqui ne hoc nobis intactum relinquendũ est, quæ sit inter similes superficies proportio ad suorũ laterum vel diametrorum proportionẽ, tum quæ in solidis. Est igitur similiũ superficierũ planarum inter se ratio dupla eius, quæ est laterum vel diametrorũ inuicem. Proinde ea proportio ad alteram dicitur, qualis tribus cõtinuè proportionalib. lineis expositis, est primæ ad tertiam collatæ, respectu eius quæ inter primam & secundã intercedit. Tripla proportio alterius proportionis est, qualis est ordine collocatis quatuor continuè proportionalibus lineis, proportio primæ ad quartam, collata cum ea quæ est primæ ad secundam: sic quadrupla proportio vna alterius esse dicitur, qualis est quinq; proportionalibus lineis continuè expositis primæ ad quintam proportio, respectu eius quæ est primæ ad secundam, eodemq; modo deinceps vna semper addita linea, quanquam numeri ad hoc ostendendum plus perspicuitatis afferunt. Sint enim quatuor numeri se inuicem dupla proportione insequentes: octo, quatuor, duo, vnum. (nam etsi vnitas non est numerus, tamẽ ad proportionalitatẽ apta est.) Igitur octonarij ad binarium

pro-

proportio dupla esse dicitur proportionis eius, quæ est octonarij ad quatuor. At octonarij ad vnitatem proportio tripla dicitur esse eius proportionis, quæ est inter octo & quatuor. Quod dico de proportionalitate hac numeris dupla proportione sese excipientibus: idem de omni continua proportionalitate intelligendum est, vt quæuis proportio ad proximè sequentem minorum proportionem dupla sit, deinde tripla, pòst quadrupla, & sic deinceps semper vno accedente ad denominationē, vt modò dictum est. Considerandum præterea, ánne tam solidæ quàm planæ figuræ, laterib. collocatis dupla proportione, aut etiam diametris, eandem habeant proportionem ad eam quæ est laterum vel diametrorum. Dupla sanè est proportio planæ superficiei ad aliam eiusdem generis, collata ad eam quæ intercedit lateribus vel diametris, sed in solidis vna proportio ad alteram tripla est. Id in numeris sic demonstrabimus. Sint enim duo quadrati numeri, vnus à latere octo vnitatū ortus, vt sexaginta quatuor: alter à quaternario productꝰ, sedecim. Latera quidem duplam rationem constituunt, sed quadrata quadruplam. est aũt quadrupla proportio duplæ proportionis dupla: hoc enim modo etiã proportio octonarij ad binariũ se habebat, collata proportioni octonarij ad quatuor. Idẽ vt in solidis inueniamus, ponantur cubi ab ijsdẽ quadratis orti, octies sexaginta quatuor, quæ sunt quingenta ac duodecim, quater sedecim, sexaginta quatuor. Iã proportione dupla sese horum lateribus respicientibus, octupla est cuborum. Est autem octupla proportio, duplæ tripla: ita enim se proportio inter octo & vnitatem habebat, ad proportionẽ quæ est octonarij ad quaternarium. Circuli verò & sphæræ, & solida quæ pro basib. circulos habent, quoniam in his diametri laterum obtinent rationẽ, fit vt inter se circulorũ proportio dupla sit eius quæ est diametrorũ: sphærarum aũt, & eorũ solidorũ quæ circulis insistunt, tripla, nimirũ vt quæ diametrorum in sphæris est proportio inuicem, eius tripla proportio sit ipsarũ sphærarũ. in reliquis solidis quæ diximus tripla proportio eorum inuicem est respectu eius, quæ est diametrorum in basibus: vt apud Euclidem capita secundum, 13. & 19. Hæc quidẽ ita habẽt in æquilateris rectilineis figuris, item in non rectilineis. Rectilinea verò inæqualium laterum, quæ tamen inter se sint similia plana, in proportione se habent, quæ dupla est ad proportionem laterum, non quidem in genere omniũ, sed eorum quæ sunt similis rationis, solida autem in tripla. Sed & de his ipsis hoc quod de similis rationis lateribus dixi, intelligo. Ea autem sunt latera similis rationis, cùm qua antecedentia latera vnius figuræ, cũ antecedentib. alterius, & sequentia vnius cum sequentib. alterius proportionem obtinent. Vt, in numeris, sint figuræ Arithmeticæ similes planæ duæ inæqualium laterũ, quadrilateræ altera parte lõgiores: vna habeat latera, hoc quidẽ octo, illud sex vnitatũ: altera, quatuor & triũ vnitatum latera ferat. Antecedentia igitur dicuntur in maiori figura, latera octonario constantia: in minori, quaternione: sequentia verò dicuntur in maiori figura, senario comprehensa latera: in minori, ternario. Estq; proportio antecedentium in maiori figura ad antecedentia minoris, itemq; consequentium maioris ad cõsequentia minoris, eadem, nimirum dupla. In ea proportione igitur, quæ ad hanc similium laterum proportionem sit dupla, superficies ipsæ se habebunt:

bunt: solida verò, in ea quæ sit tripla. Nã superficierũ alterius summa est, duodequinquaginta vnitatũ (tantum enim octies sex efficiũt) alterius, duodecim, quod est quater tria. Sed quadragintaocto ad duodecim eam constituunt proportionem, quæ ad similium laterum proportionẽ sit dupla. Iam siue antecedentib. siue consequentib. laterib. vel subieceris, vel præposueris etiam alium numerum proportionalem, vt sint tres vtrinq; proportionales numeri, videbis veritatẽ præcepti hui⁹, ꝙ nimirũ quo modo proportio quæ est primi ad tertiũ, se habet ad eã qua prim⁹ secundũ respicit: sic habebit etiam se proportio numerorũ quadragintaocto & duodecim, superficierũ scilicet, ad laterũ similis rationis proportionẽ. Rursus solidorũ si superficies per maiora latera multiplicaueris, prioris quidẽ summa est trecẽtaoctogintaquatuor, posterioris duodequinquaginta: sin ꝑ minora, huius triginta sex, illius ducenta & duodenonaginta: vtrobiq; intercedet octupla proportio, quæ ad proportionem similis rationis laterum est tripla. Atq; iterum si subijcias antecedentib. vel proponas subsequentib. alium adhuc numerum proportionalem quartũ, vt sint

qua-

quatuor ordine proportionales numeri, etiam hîc conspicies regulam valere: quòd sicut quæ est primi ad quartum proportio, se habet ad eã quæ est inter primũ & secundum, sic & solidorum inuicem proportio se habet ad proportionem eorũ laterum quæ sunt similia. Ex quibus liquet, etiam reliquas similes vel planas, vel etiam solidas figuras eodem modo se habituras. Licet sanè, si quis id velit, etiam si quæ non sunt similes, eas in similes conuertere. Quòd si omnino irrationalibus constent lateribus, comminisci possumus illis rationes, partitione laterum in lineas commensurabiles: atq; eo modo dissimilib. figuris in similes commutatis, considerare atq; inuenire proportionalitatem ad latera mutatarum. Cæterùm latera commensurabilia sunt aut longitudine, aut potentia. Lõgitudine quidem commensurabiles lineæ dicũtur, quæ certa magnitudine sub mensuram cadunt. quod ita fit, vt eam habeant inuicem proportionem, quæ est numeri ad numerum: earumq; quadrata proportionẽ habeant eam, quæ est quadrati numeri ad quadratũ. Cõmensurabiles potentia tantùm seu facultate dicuntur, quæ non mensurãtur certa magnitudine:

neq; earum est inuicem proportio, quæ numeri ad numerum: neq; earum quadrata proportionem habent, qualis est numeri quadrati ad numerum quadratū: sed eam, quæ est numeri ad numerum. Eo modo commensurabiles dicūtur esse lineæ, latus quadrati, quā & costam nomināt, & eiusdem diameter: potentia nimirū, nō etiam longitudine. Nam neq; magnitudine certa cōmensurantur, & proportionem quæ sit numeri ad numerum non habent. Nec earū quadrata ea se respiciunt proportione, quæ est quadrati numeri ad numerum quadratum: quāuis inter eorum quadrata ea est proportio, quæ numeri ad numerum, dupla videlicet. At numeri in dupla constituti proportione duo, nequaquā ambo quadrati esse possunt. Nullos enim vnquā quadratos inuenies numeros, qui sint in dupla proportione inuicē. quod ita intelliges, si numeros quadratos ordine consideres: vt sunt nouē, sedecim, vigintiquinq;, trigintasex, & reliqui quotquot volueris. nullū enim eorum inuenies, ad alium vllum quadratū numerū in proportione stantē dupla. Ergo quadrata diametri & costæ dupla in proportione existentia, qualis inter quadratos esse numeros nequit, sed inter

inter numeros simpliciter interuenit, ostendũt diametrũ ad latus non longitudine cõmensurari, sed facultate. Porrò latera, quib. prӕterquã ꝙ neq; vlla magnitudine certa commensurãtur, neq; proportionẽ habent qualis est numeri ad ad numerum, neq; eorum quadrata eam proportionem constituunt, quӕ est numeri quadrati ad numerũ quadratum, etiã hoc accidit, quod etiã quadratorũ quӕ ab ijs fiunt, proportio non est vt numeri ad numerum: ea verò neq; longitudine, neq; facultate sunt cõmensurabilia, sed irrationalia seu surda ob hoc vocantur. Enimuerò quӕ figurӕ planӕ essent, quӕ solidӕ, quomodo earũ areӕ inuenirẽtur, quomodo augerentur, quӕ similiũ planorum proportio inuicẽ esset ad proportionẽ laterũ aut diametrorum similis rationis, tum quӕ solidorum, nec nõ qua ratione dissimilib. figuris in similes transformatis, quam & ipsa proportionem ad proportionem laterum haberent, vt dignosceretur: prӕterea quӕ latera essent longitudine cõmensurabilia, quӕ potentia: quӕ demũ neq; hoc modo neq; illo, sed omnino incommensurabilia haberentur, irrationaliaq;, hӕc omnia explicauimus qua potuimus & breuitate, & perspicuitate. Quapropter ad huius voluminis finem progrediemur, quem imponemus, prius eorum inter quæ & nos est aliquid interiectum, dimentiendorum methodo indicata, qua & totius vniuersi proportio comprehendi, eiusdemq́; adminiculo sapientia rerũ effectrix in ipsis operib. quantum eius humana fert natura, cognosci potest. Ad eã methodũ id cũ primis facit, quod Eucli. cap. 4. sexti Element. libri proponit: nẽpe in æquiangulis triangulis proportionalia esse latera ea, quæ sint circa æquales angulos. Igitur proposita quacunq́; magnitudine à nobis distante, in cuiꝰ dimensionis cognitionẽ peruenire velimus, curandum id erit, vt duos triangulos constituamus, æquiangulos illos, quorũ alterius vnum latus proposita sit magnitudo, alterius trianguli ipso tactu à nobis dimensio haberi possit: per quã deinde alterius triãguli, cuius vnum latus proposita est magnitudo, dimensio ex proportionũ collatione innotescat: quo facto, id quod quærimus cognoscetur. Ad hoc dioptræ vsus conducit. Sit, exempli gratia, magnitudo nobis aliqua dimetienda, vt altitudo AB. Ab eo puncto quod est ad terram, ducatur in planicie quadam linea BC, quæ rectos angulos cum proposita altitudine efficiat. constituatur dioptra, vt æqualiter distet ab altitudine proposita, nimirum super linea B C, sit in linea D E. Iam ex summo dioptræ, visu concipiatur vtrinque linea recta, quæ tota coniungat inter se punctum C cum puncto A. Eo modo fient duo trianguli similes & æqualium angulorum, scilicet ABC, & EDC. Sunt enim anguli inuicẽ æquales, C A B, & C E D: item ABC & EDC. habent aũt communem angulũ vterque, angulũ E C D, vtique sibi ipsi æqualẽ. quoniam igitur angulus ABC æqualis est angulo E DC, proportionalia erũt latera circũ illos. erit igitur, vt linea C D ad lineã D E, sic linea C B ad lineã B A. Si igitur ponamus, lineã E D ad lineã DC esse decuplã, erit etiã linea AB ad lineam BC decupla. Igitur metientes lineã BC, si eam inuenerimus (exempli causa) vlnarum centum, dicemus, altitudinẽ A B esse eiusmodi vlnarũ mille. itaque nobis dimẽsio propositæ quãtitatis constabit, ex qua etiã dioptræ D E quãtitas habebitur. Iterum, quoniã angulus CAB, angulo CED æqualis est, latera circa eos erunt proportionalia. Erit igitur, vt linea D E ad lineam E C, sic etiam linea AB ad lineam AC.

Iam

Iam verò per hanc proportionalitatem cum habeamus lineam BA, ea mensura vsi, etiam quantitatem lineæ AC cognoscemus.

Quòd si planicies lineæ BC inuia sit, vt si fortè fluuio intercepta, aut alio modo obstructa sit, ita vt tactu metiri lineam BC non liceat, eius ipsius prius dicta methodo quantitatem indagabimus, deinde ad lineæ AB dimensionem accedemus. Sit enim iterum lineæ BC, ad rectos angulos in eodem plano coaptata linea CF: ponaturq; dioptra DE, super linea CF, vt æquidistet lineæ BC. Iam è vertice dioptræ E dispiciatur vtrinq; recta linea, à puncto B ad F. pertingens. Reliqua fiant ad præscriptum methodi quam modo diximus: eoq; modo cognita quantitate lineæ BC, procedendum est, vt diximus, ad propositæ altitudinis dimensionem inueniendam. Potest etiam alio modo, si quem dioptra deficiat, hac methodo idem inuestigari. Quemadmodum olim Archimedes interrogatus à nonnullis, quænam esset altitudo eius pyramidis, quam tum fortè in conspectu habebant, promptè admodum baculum vmbræ quam à Sole proijciebat pyramis, ad rectos angulos

infi-

infixit, vt idem esset terminus vtriusq; vmbræ, & eius quæ à pyramide, & eius quæ à baculo cadebat. Hoc modo confectis duobus triangulis, sic intulit: Quæ est ratio vmbræ in planum à baculo proiectæ ad ipsum baculum, eadem est vmbræ pyramidis ad ipsam pyramidem. Proinde dimensione vmbræ quam pyramis proijciebat, interrogantibus ipsam etiam pyramidis altitudinem ostendit. Et hæc quidem methodus est dimetiendi magnitudines rectilineas. Circularium etiam, & sphæricorum collatione facta ad ea quæ sunt horum similia, eorum dimensio ex proportionum collatione habetur. Statim enim antiqui ambitum terræ, quam globum esse statuerant, sphæræ cœlesti commensurauerunt. Diuisa enim hac in trecentas & sexaginta partes, quarum partium singulæ eas distinguentes lineæ centrum terræ contingant, vnius portionis cœlestis extremitates in superficiæ terræ conspicati, interuallumq; id dimensi, hocq; spacium deinde per trecenta & sexaginta multiplicantes, productum ex hac multiplicatione, ex habita proportione pronuntiauerunt esse mensuram ambitus terræ. Nam

anfra-

anfractus quidem & quasi gibbos terræ dedita opera neglexerunt, quando illi ad totam collati molem, milij granorum instar habent. Atque hoc modo rectilinea ex rectilineis, circularibus verò & sphæricis circularia & sphærica deprehendi possunt, pro eo atque scientiæ vsus id dederit. Hinc Solis & altitudo & quantitas sub dimensionem venisse putanda est, itemque Lunæ, eorundemque inter se, & ad terram proportio. Quin & vmbra terræ cognita est vt conum representet, quia Sole minor est terra: quo fit, vt magnitudine splendoris vmbra comprehendatur, & in acutum desinat, quæ est conorum figuratio. Hinc & Lunæ explorata est sub conum occultatio, eo quòd Luna quàm terra minor est, ita vt ab vmbra terræ si in eam suo cursu remeans incidat, obscuretur: quæ vmbra lumini solito, quod Luna à Sole suo illuminatore habet, officit. Vice etiam versa obstruitur nobis Sol à Luna, quo tempore in suis reuolutionibus vtrumque nobis lumen in eandem rectam, eamque perpendicularem lineam incidit: tunc enim quasi muro interiecto quodam, à Luna visus noster intercipitur. Cuius rei causa ex-

extat, quòd terræ vicinior est, nostroq́ obtutui Luna, vt tunc quidem per eam stet, ne solem quantumuis magnum cernere possimus. Hinc iudicatum est, terram centri punctiúe vicem ad infinitam illam circundantis nos cœli molem obtinere. Hinc animaduersum est, planetarum orbes quibus continenter reuoluuntur, aliud à sphæræ cœlestis centro medium sui punctum habere. Hinc distinctæ sunt stationum motuumq́ varietates, causæq́ harum.

Quæ vniuersa eò spectant, vt rationibus naturarum perspectis, intelligamus aliam rationem eius λόγȣ seu rationis, quæ dux est omnium rerum: proinde etiam huius λόγȣ genitorem, qui idem etiam spiritum emittit. At vero cum (proh pudor) natura (vt est indocilis, & difficilem se præbet institutioni) perseueraret in his humilib. atq; deiectis, ipse (ô quantum miraculum) λόγ& in naturā descendit, ostendens aliam viam, eamq́ facilem, quam & ineruditi ambulare possent. Præstat equidē ei viæ insistere: est enim virtutis, & non sine voluptate veritatem docet, caliginem ab oculis remouet, eisq́ lumen affert diuini splendoris. Vt re-

Vt rectè cernant quis ſit DEVS illius, & quæ Sint opera. Proinde qui ſapiunt aliter, Famam tantum auribus illi. Accipiunt, nouêre nihil. Sanè cum virtute multum omnibus conducat & ſcientia, & matheſis, quin ego ducem ad has aſſero eſſe virtutem: ita vt ſine ea, Mathematica in vniuerſum aberret, virtus verò etiam ſine Mathematica per ſe omnium potiatur. Sed hic mihi breuis huius de Geometria explicationis finis eſto.

Clarissimo viro

PIETATE ERVDITIONE ATQVE DOCTRINA ORnatissimo D.D. Christophoro Meurero, Medico peritissimo, ac Academiæ Lipsensis Professori, amico honorando.

S. D. *Literas tuas V. Clar. 15. Ianuar. huius anni currentis Lipsiæ datas accepi 3. Augusti eiusdem, quæ sane mihi fuerunt pergratæ: ob studiorum neceßitudinem; atq; Profeßionum coniunctionem. Pergratæ quoq; mihi fuerunt orationes tuæ ob copiam & plenitudinem rerum, & tui erga me meaq; studia singularis amoris significationem: eximiam deniq; in me beneuolentiam, quam merito semper tam verbis, quam scriptis prædicare volo.*

Petis quoq; meum de tuis, & imprimis Pselli scriptis iudicium. Laudo tuam fidem, diligentiam, eruditionem, atq; in his disciplinis excolendis industriam. Pauci enim imo paucißimi (quòd dolendum) hodie sunt, qui hæc regia studia, non dico excolant sed curent, aut promota velint, quæ tamen ad solidam re-

rum vniuersitatis cognitionem assequendam, maximè sunt necessaria. Psellus quoq; etsi sit breuis & succinctus, tamen cum præcipua Sententiarum fundamenta promat, in scholis explicandus, & Gemini Alexandrini εἰσαγωγικὴ doctrina in Astronomiam propter rerum varietatem non negligenda est.

Semper enim in ea fui & sum Sententia, autores antiquos in scholis esse retinendos, nostra si quæ sunt, & nostrorum hominum tradita monumenta, nihilo minus tradenda esse, modo ea docendi, discendiue ratio obseruetur, quæ antiquißima est, & in scholis Græcorum vsitatißima fuit: Vt scilicet à pueris, adolescentes in his disciplinis prius exerceantur, quam ad grauiora mathemata & altiores artes & facultates admittantur. Nisi enim rerum Mathematicarum cognitionem peræque ac literarũ, Syllabarum, & dictionum secum adferant, maximo labore in doctrinis superioribus desudandum illis est. Taceo quòd inde nascatur rerum Mathematicarum contemptus, cum in his non sint ab ineunte ætate exercitati.

Ad meos nunc venio labores: qui multis ab hinc annis in eum finem à me suscepti sunt, vt posteritati literatæ in recuperanda harum disciplinarum dignitate mea tenui opella adessem, viamq; docendi, discendiue has scientias monstrarem. Id quod non solum ex meis, quorum in tua adme Præfatione facis mentionem, apparet: Verum etiam in mea Protheoria & in voluminibus Mathematicis dilucidius explico. Atq; institutionum Mathematicarum libr. XV. conscripsi præloq; præparaui, Restant Pandectæ inchoatæ, re-

stan-

ſtant antiquiſsimorum Græcorum manuſcripta monumenta: à me in Latinum ſermonem tranſlata: reſtant & alia quæ D O.M. iuuante in lucem dare conſtitui.

Facis quoq; in tua ad me præfatione mentionem Horologij, à me inuenti & delineati, quod ſanè cum ſingulari admiratione omnes periti ac imperiti inſpiciunt, ſed absq; fructu. Nam meam non aſſequuntur mentem, quæ fuit integram temporis deſcriptionem, ab æternitate, per omnis temporis partes, vsq; ad horarum minuta hominibus ob oculos ponere, annexis quibuſdam ornatus gratia parergis.

Hæc quidem quamuis ſua quoq; laude digna ſint, non vsq; adeo magnifacio, reſpectu alterius mei Horologij, cui titulum Microcoſmi do, in quo totum mundum, mundiq; ſingulas partes cæleſtes & elementares ad viuum deſcriptas, exhibebo.

Hæc paucis ad te C L.V. ſcribere volui & ad tuas ita reſpondere literas, vt animum meum gratum & beneuolum intelligeres. Neſcio an meam Protheoriam, & 1. Voluminis Prothemata, ſcholis noſtris accõmodata, videris nec ne. Nunc tibi appendicem mitto, boniq; vt conſulas, oro, V. 5. Auguſti 97. Stylo veteri Argentinæ.

T. ex animo

Cunradus Daſypodius

Clarißimo & Excellentißimo viro Domino

CHRISTOPHORO MEVRERO ARTIS MEDICÆ Doctori celeberr. & in Academia Lipsensi Mathematatum Professori publico, Domino meo obseruand.

S. P.

Clariss. & Excellent. D. Doctor Domine obseruande.

PErgratæ mihi fuerunt tuæ literæ. Nam cum iam pridem nominis tui celebritas mihi innotuisset, ob Profeßionis coniunctionem, sæpe rationes inire conatus sum, quibus aliquam tui notitiam mihi conciliarem. Plenius autem nunc desiderio meo satisfactum esse video: Siquidem idem ab Ex.T. expetitum esse agnosco, quam sibi, quod antea petiueram, ingratum non fore ostendit. Longè autem plenius suam erga me beneuolentiam monstrat, quòd simul vberiorem in prima occasione, vsuram afferre voluerit. Duæ enim orationes, cum intimatione additæ fuerunt mihi gratißimæ, & doleo quod nunc nihil referre possum, & verba saltem refundere.

Animaduerti etiam te postulare, vt meam Sententiam proferrem, quo ordine Mathematicas disciplinas tradendas putem. Sum longe inferior ac imperitior

ritior, quam vt peritioribus pro rei dignitate satisfacere poßim. Quid tamen olim de hac re senserim subijcere breuiter volui, ne videar officio defuisse: non autem vt meam opinionem, aliorum grauißimo iudicio præferendam existimem. Primum putaui horas Septimanæ diuidendas esse, vt simul Arithmetica & Geometrica principia proponantur. In Arithmeticis præceptis, quoniam veterum præcepta logistica temporum iniquitate perierant, sequendum existimaui Gemmam Frisium. Quanquam & is vicio paßim non caret, & quædam sint mutilata (vt in fractionibus) quædam falso etiam tradita, vt in doctrina rationum & analogiarum. Attamen hæc expleri & corrigi poterunt adhibitis Euclidæis libris Arithmeticis, præsertim si iterari statim libellus ille debet. Postea logistica numerorũ radicibus carentiũ (quos nõnulli irrationales vocãt) subiungẽda est. Quas ritè sequẽtur Algebræ præceptiones, His vero cũ irrationalium doctrina cõmodè (meo iudicio) ex traditione Petri Nonij desumere poterimus, siquidẽ veterũ quoq; libris destituimur. Promisit olim Valentinus Thau huius Nonij, Latinã interpretationẽ. Nam in Lusitanica lingua editus fuit. In hisce tradendis eò potißimũ respiciendũ putaui, vt præcipua fundamẽta plenius tradãtur, & regularũ præcipua capita. Nam exercitia & exẽpla, quæ inde fluũt cuiusuis priuato studio relinquẽda sunt. Si quis in hisce posterioribus velit Lazari Schoneri doctrinã sequi, nõ repugnarem, quanquã me nouitas vocabulorũ & nimia breuitas nõnihil offendit. In Geometricis existimaui veterum institutionem esse accõmodatißimā. Hi proposuerunt primū libros Elementorū Euclidis puto sufficere 6. priores. Nā reliqui Geometrici priuato studio quis sibi cōciliabit facilime si priores 6. perceperit. Excepto XI qui tradi debet. Inde discenda erūt sphærica Theodosij & Menelai, quib⁹ statim subiungi poterit Tabularū sinuū & triangulorū doctrina, quaten⁹ ad Astronomiā necessaria est. Ritè sequetur I. & II. liber Ptolemæi, vbi Astronomiæ prima fundamēta rectius tradūtur, quā in vllo alio. Nec verēdum vt difficultas quædā discentes deterreat, si quæ posita sunt, nota fuerint. Inde ad Theoricas Planetarū accessus fieri potest. Et primū Ptolemaicæ & item Copernicææ nudè proponi possunt, ita vt indicetur, quaten⁹ congruāt. Vnà cum Theoricis (bipartitis horis) libell⁹ Autolyci de Sphæra mobili proponi potest. Postea Theodosius de habitationib⁹. Hūc sequetur Euclidis optica. Postea Euclidis Phænomēa, Theodosij de noctibus & diebus (nuper hic editus est in Italia à Iosepho Auria Neapolitano) Antolicus de ortu & occasu siderū, Aristarchi de magnitudine & distātijs ☉ ☽ & terræ. Et hi posteriores vt parui sunt libelli, breuiter tradi poterūt & vt plurimū ex Theodosio demōstrationes sumūt. Vlteri⁹ qui progredi voluerit, sine impedimēto ad Ptolemæi & Copernici fontes accedere potest. Itē ad Conica Apollonij Sereni Cylindrica, Archimedis quoq; scripta. Et vt hic cursus videtur longior esse, tamē ipse ordo doctrinæ facilimū hunc, & expeditū efficit. Ante annos 20. cum primū in hāc Academiam venissem, incepi quidem hoc modo progredi, & cū aliquot paucos haberē discēdi cupidos, vsq; ad Phænomenomena Euclidis perueni Sed iã à multis annis auditoribus min⁹ idoneis & vagis accedẽtibus deficere ab instituto oportuit Semper tamẽ retinui ordinariè Arithmeticã traditionẽ & 6. priores libros Euclidis, quibus inserui sphærica Elemẽta ex Gemino, quinq; ex Sacrobusto, Item Theoricas; & alio anno Archimedis circuli dimẽsionem: Alio de numero arenæ eiusdẽ: Alio præcipua capita de Sphæra & Cylindro, De distãtijs locorum, Tab. Prutenic. ex Theorijs fundamẽta, interdũ irrationalium numerorũ logisticã. Et coactus sum respicere vt aliquantulum attentos retinuerim auditores (qui apud nos sunt paucissimi) iucunditate quadã materiæ potius, quàm vt ad solidã Mathematum scientiã eos traherem, à qua plane hoc tempore abhorrẽt. Compẽdia recentiorum autorum in Academijs doctissimi olim Mathematici proponẽda nõ censuerũt, quib⁹ hacten⁹ ego quoq; obtemperaui. Sed nullius institutum improbare possum. Nam vt plurimũ nõ vt volumus, sed vt licet per auditores, progredi oportet. Pselli scripta puto me olim vidisse: sed planè mihi excidit qualis fuerit, eum nõ habeo, Quãtum intelligo, oportet eum esse optimũ. Nam tuo grauissimo iudicio merito moueor. Ideò nolim, vt à proposito tuo distraharis. Restat vt Ex. T. nõ malè interpretetur hasce meas nugas, sed existimet à sui amãtissimo profectas. Et simul etiã atq; etiã à te peto, vt in tuorũ numero me quoq; esse patiaris. Nunquã enim cõmittã, vt aliquid officij aut quicquid augendã dignitatẽ tuã pertineat, in me desideres. Vale Altorfio. 8. Febr. 1597.

Ex. T. deditiss.

Ioh. Prætorius.

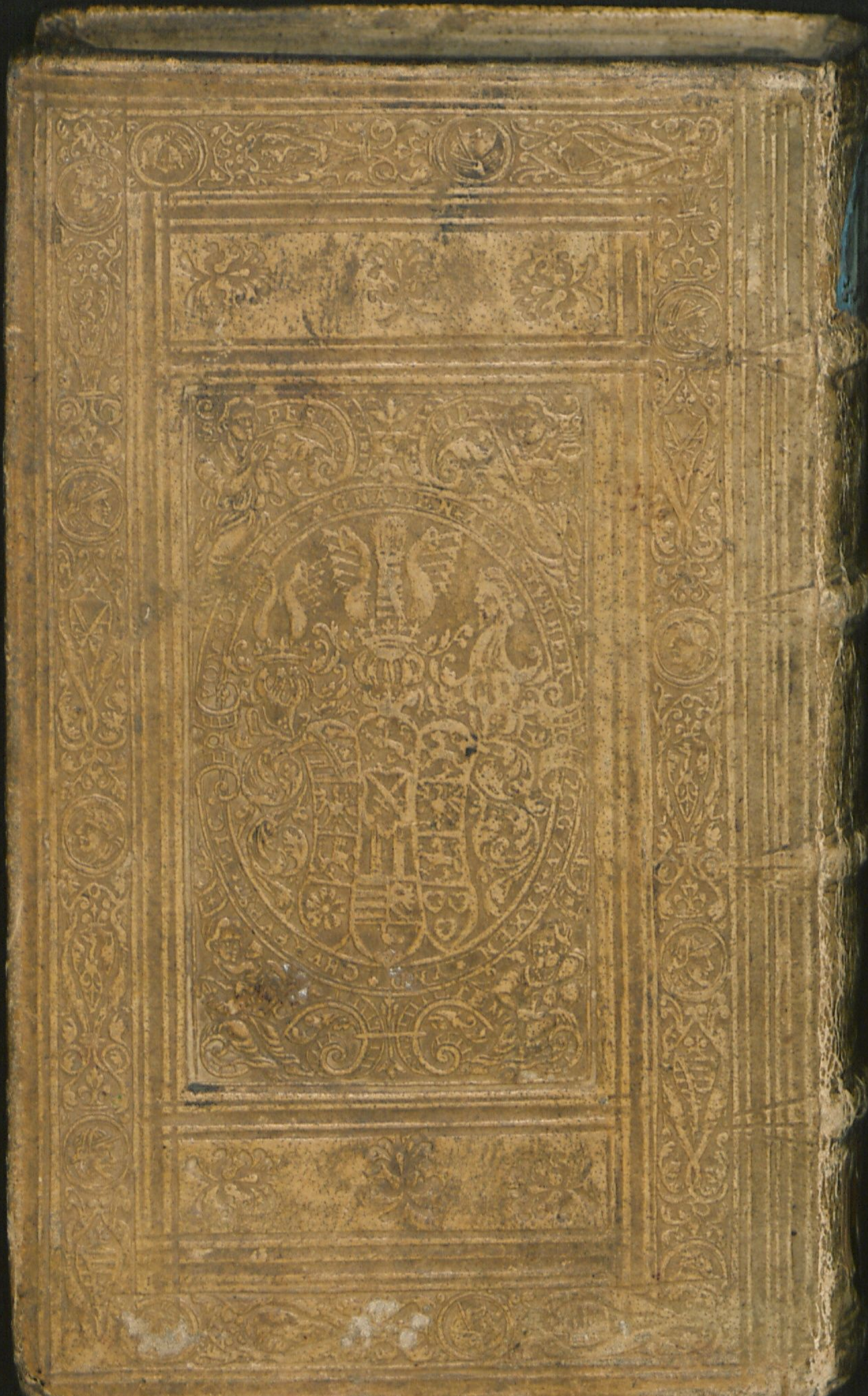
AD CELSISSIMUM AC GENEROSISSIMUM Pr. CHRISTOPHORUM RADZIVIL. Ducem Pirzarum, &c.

EPIGRAMMA.

CELSI ANIMI est celsis assuescere, linquere terras,
Ingenioq; plagas ire per atherias.
Id, duce MEURERO, dum nunc facis, inclyte PRINCEPS,
URANIAEq; altos scandis amore polos;
Na rem sublimi ingenio, sublimibus ausis,
Illustri & dignam nobilitate facis.
Macte animo, decurre viam, decurre laborem,
Nulla magis CELSO PRINCIPE digna via est.

M. Ioan. Fridericus Vu. Professor publ.

FINIS.



PSELLI GEOMETRIA,

Guilhelmo Xylandro interprete.

IN GRATIAM

Illustrißimi Principis ac Domini,

Domini

CHRISTOPHORI RADZIVIL,

Ducis Pirzarum & de Dubinkis &c.

Edita in Academia Lipsensi.

* * *

In fine accesserunt duæ ab instituto præsenti non alienæ Epistolæ Præstantiss. Mathematicorum

CUNRADI DASIPODII

&

IOHANNIS PRÆTORII.

LIPSIÆ,

Typis Abrahami Lambergi, Anno 1601.